

# ФИЗИКА ЯВЛЕНИЙ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 621.385.632

А. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев

## О САМОВОЗБУЖДЕНИИ ЛБВ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ

Широкое распространение в качестве мощных усилителей СВЧ-диапазона получили ЛБВ с замедляющей системой типа цепочки связанных резонаторов. Оказалось, что такие приборы имеют тенденцию к паразитному самовозбуждению на частотах, лежащих вблизи высокочастотной границы полосы пропускания замедляющей системы. В данной статье приводятся результаты расчета стартовых токов и частот начала генерации, а также обсуждаются причины паразитного самовозбуждения ЛБВ.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И БЕЗРАЗМЕРНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

Взаимодействие электронного потока и электромагнитного поля вблизи высокочастотной границы полосы пропускания в линейном кинематическом приближении описывается уравнениями [1]

$$\frac{d^2 F}{d\xi^2} - \Omega F = -iI, \quad \left(\frac{d}{d\xi} - iB\right)^2 I = iF, \quad (1)$$

которые для расчета условий самовозбуждения необходимо дополнить граничными условиями [2].

$$I(0) = 0, \quad \frac{dI}{d\xi}(0) = 0, \quad \frac{dF}{d\xi}(0) = -i\alpha F(0), \quad \frac{dF}{d\xi}(l) = i\alpha F(l). \quad (2)$$

В соотношениях (1), (2) использованы следующие безразмерные переменные и параметры:

$$\begin{aligned} \xi &= \varepsilon \theta_0 x / d, \quad l = \varepsilon \theta_0 N, \quad B = (\theta_0 - \theta_e) N / l, \\ \Omega &= \frac{2(f - f_0)}{\varepsilon^2 |f''(\theta_0)| \theta_0^2}, \quad F = \frac{d \exp(i\theta_0 x / d)}{2U \varepsilon^2 \theta_0} E, \\ I &= \frac{\exp(i\theta_0 x / d)}{I_0} J, \quad \alpha = \frac{I_0 R_0}{2U} \left| \frac{f_0}{\theta_0^2 f''(\theta_0)} \right| \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $x$  — продольная координата;  $E$  — суммарное высокочастотное поле двух синхронных с электронным пучком пространственных гармоник;  $J$  — высокочастотный ток пучка;  $I_0$  — постоянная составляющая тока;  $U$  — ускоряющее напряжение;  $\theta_0$  и  $f_0$  — фазовый угол и частота, соответствующие границе полосы;  $f''(\theta)$  — вторая производная от функции  $f = f(\theta)$ , определяющей дисперсионную характеристику замедляющей системы;  $\theta_e = 2\pi f_0 d / v_0$ ;  $v_0$  — скорость электронов;  $d$  — период замедляющей системы;  $N$  — число периодов на длине пространства взаимодействия;  $\varepsilon$  — параметр усиления, аналогичный по смыслу параметру Пирса  $C$ ;  $R_0$  и  $\alpha$  — величины, вводимые в теорию вместо сопротивления связи и коэффициента отражения:

$$\begin{aligned} R_0 &= \frac{\theta_0}{f_0} \lim_{f \rightarrow f_0} [\sqrt{2f''(\theta_0)(f - f_0)} K_+(f)] = \\ &= -\frac{\theta_0}{f_0} \lim_{f \rightarrow f_0} [\sqrt{2f''(\theta_0)(f - f_0)} K_-(f)], \\ \alpha &= \frac{1}{l} \lim_{f \rightarrow f_0} \left\{ [\theta_0 - \theta(f)] \frac{1 - \Gamma(f)}{1 + \Gamma(f)} \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

В соотношениях (4)  $K_+$  и  $K_-$  — сопротивления связи соответственно прямой и обратной синхронных пространственных гармоник поля,  $\Gamma(f)$  — коэффициент отражения волн от входного и выходного устройств, которые для простоты полагаем идентичными.

Далее будем использовать следующие безразмерные параметры и их комбинации:  $l$  — безразмерная длина пространства взаимодействия (величина  $l$  пропорциональна корню четвертой степени из рабочего тока);  $\Omega l^2$  — безразмерная отстройка частоты от границы полосы (внутри полосы пропускания величина  $\Omega l^2$  отрицательна, вне ее — положительна);  $B l$  — отстройка ускоряющего напряжения от значения, соответствующего точному синхронизму на границе полосы [значения  $B l > 0$  отвечают синхронизму электронов с прямой волной, а  $B l < 0$  — с обратной (рис. 1); величина  $B l$  имеет также смысл угла пролета электронов относительно волны на критической частоте];  $\alpha l$  — параметр, определяемый конструкцией ввода и вывода энергии и характеризующий интенсивность излучения электромагнитного поля из замедляющей системы в отводящий и подводящий волноводы [2].

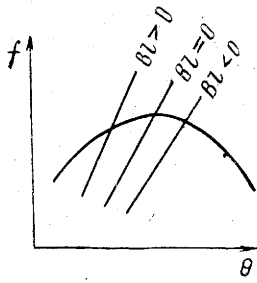


Рис. 1. Взаимное расположение дисперсионных характеристик электронного пучка и замедляющей системы при различных значениях параметра  $Bl$

## 2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Общее решение уравнений (1) имеет следующий вид:

$$F(\xi) = \sum_{m=1}^4 C_m e^{-ik_m \xi}, \quad l(\xi) = \sum_{m=1}^4 C_m \frac{e^{-ik_m \xi}}{i(k_m + B)^2}, \quad (5)$$

где  $C_m$  — произвольные постоянные;  $k_m$  — корни дисперсионного уравнения

$$(k^2 + \Omega)(k + B)^2 = 1. \quad (6)$$

Подчиняя решение (5) граничным условиям (2), приходим к следующему трансцендентному уравнению:

$$\sum_{m=1}^4 \frac{(k_m + \alpha)^2}{k_m + \frac{k_m^2 + \Omega}{k_m + B}} e^{-ik_m l} = 0. \quad (7)$$

Зафиксируем параметры  $\alpha$  и  $B$ . Тогда комплексное уравнение (7) позволяет отыскать действительные величины  $l$  и  $\Omega$ , определяющие стартовый ток и стартовую частоту.

Результаты численного решения уравнения (7) представлены на рис. 2 в виде зависимостей  $l = F(Bl)$  и  $\sqrt{|\Omega|}l = F(Bl)$ . Чтобы использовать полученные результаты для нахождения условий самовозбуждения конкретного прибора, необходимо выполнить пересчет к размерным параметрам по следующим формулам:

$$I_0 = \frac{2U}{R_0} \left| \frac{f''(\theta_0)}{f_0 \theta_0^2} \right| \left( \frac{l}{N} \right)^4, \quad f = f_0 + \frac{|f''(\theta_0)|}{2N^2} \Omega l^2,$$

$$U = \frac{m}{2e} \left[ \frac{2\pi f_0 d}{\theta_0} \right]^2 \frac{1}{(1 - Bl/\theta_0 N)^2}. \quad (8)$$

## 3. СВОЙСТВА «ХОЛОДНОЙ» СИСТЕМЫ

Существенное влияние на характер взаимодействия пучка и поля у границы полосы пропускания и, следовательно, на стартовые условия ЛБВ оказывают свойства «холодной» системы. Эти свойства определяются величиной параметра граничных условий  $al$ .

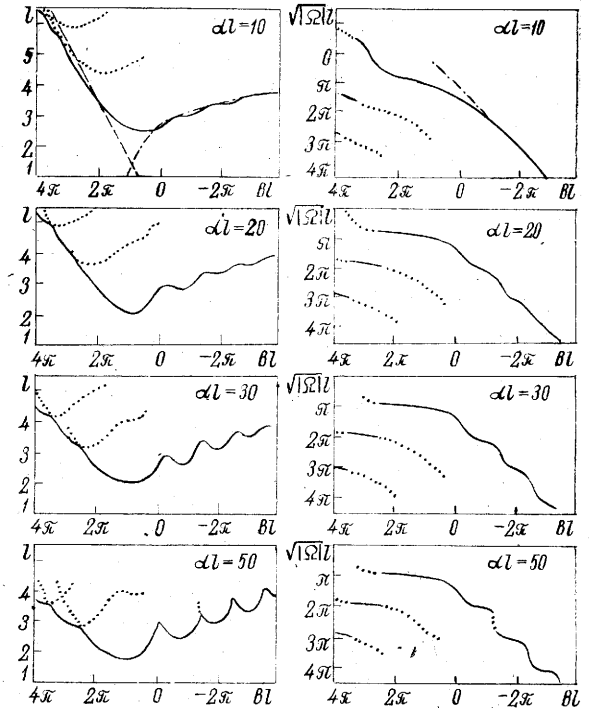


Рис. 2. Зависимости пусковых значений параметров  $l$  и  $\sqrt{|\Omega|}l$  от  $Bl$ :

-----  $B=1,755$ ; ---- линии, отвечающие самовозбуждению идеально согласованной ЛОВ в теории Пирса

Пусть  $al \rightarrow \infty$ . Тогда из (1), (2) в отсутствие возбуждающего тока находим:

$$\frac{d^2 F}{d\xi^2} - \Omega F = 0, \quad F(0) = 0, \quad F(l) = 0. \quad (9)$$

Краевая задача (9) имеет нетривиальное решение  $F = C \sin \sqrt{(-\Omega)} \xi$  лишь в том случае, если

$$\sqrt{(-\Omega)} l = n\pi, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (10)$$

Физический смысл этого решения состоит в следующем. При  $al \rightarrow \infty$  электромагнитное поле не может проникнуть за пределы замедляющей системы, которая представляет собой в этом случае резонансную структуру. В замедляющей системе оказываются возможными лишь вполне определенные виды колебаний  $F_n = C_n \sin n\pi \xi/l$ , подобные тем, какие существуют в струне с закрепленными концами. Добротности этих колебаний бесконечны, собственные частоты определяются условием (10).

В случае конечных значений  $al$  становится возможным излучение электромагнитной энергии из замедляющей системы в отводящий и подводящий волноводы. Тогда собственные частоты будут комплексными, а добротности резонансов конечными. По мере уменьшения параметра  $al$  замедляющая система все более теряет свои резонансные свойства. Это утверждение справедливо, однако, для не слишком малых  $al$  (не меньших 5—10). При  $al \rightarrow 0$  в замедляющей системе вновь проявляются резонансные эффекты. (При  $\alpha \rightarrow 0$  «хо-

лодная» задача имеет решение  $F = C \cos \sqrt{(-\Omega)} \xi$ , лишь если  $\sqrt{(-\Omega)} l = n\pi$ , где  $n = 0, 1, 2 \dots$ ). Этот случай, однако, не типичен и в данном сообщении не рассматривается\*.

#### 4. РЕЗОНАНСНЫЙ МЕХАНИЗМ САМОВОЗБУЖДЕНИЯ ЛБВ

Пусть  $al \rightarrow \infty$ . Введем в систему электронный пучок. Электроны будут обмениваться энергией с полями резонансных мод, каждая из которых может быть представлена в виде комбинации двух бегущих волн — прямой и обратной:

$$F_n = C_n \sin \frac{n\pi \xi}{l} = \frac{C_n}{2i} (e^{in\pi \xi/l} - e^{-in\pi \xi/l}).$$

Чтобы понять качественную картину происходящих процессов, будем полагать, что пучок взаимодействует с каждой волновой составляющей моды независимо. Как известно, электронный пучок эффективно отдает энергию бегущей электромагнитной волне, если относительный угол пролета электронов и волны лежит в интервале от 0 до  $2\pi$  [3]. Следовательно, при  $n\pi < Bl < n\pi + 2\pi$  энергия пучка передается полю прямой волновой составляющей моды, а при  $n\pi - 2\pi < Bl < n\pi$  — полю обратной волны. Пусть какое-либо из этих условий выполнено для некоторого  $n$  (рис. 3). Тогда при сколь

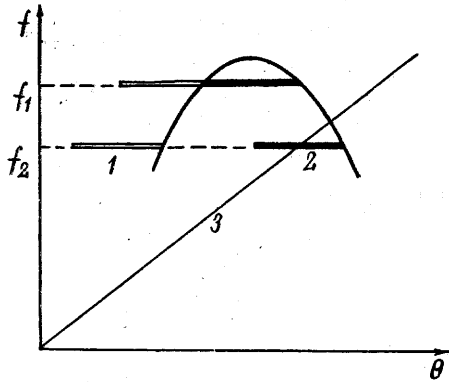


Рис. 3. Взаимное расположение зон самовозбуждения и дисперсионной характеристики замедляющей системы: 1, 2 — зоны эффективного взаимодействия пучка с прямой и встречной волнами соответственно;  $f_n$  — резонансные частоты; 3 — дисперсионная характеристика пучка, соответствующая такому значению ускоряющего напряжения, когда электронный пучок отдает энергию встречной волне второй резонансной моды

угодно малом токе произойдет самовозбуждение  $n$ -й моды, так как потеря энергии нет и добротности мод бесконечны. Принимая во внимание все сказанное и используя условие (10), мы приходим к выводу, что на плоскости  $(\sqrt{|\Omega|} l, Bl)$  стартовые линии должны иметь вид «шпалочек» длиной  $2\pi$ , расположенных как показано на рис. 4.

\* Как нетрудно убедиться, при  $al \rightarrow 0$  первый резонанс лежит точно на границе полосы, а при  $al \rightarrow \infty$  он несколько смещен относительно нее. Первая ситуация не характерна для высокочастотной границы полосы. По оценкам, для реальных ЛБВ  $10 \lesssim al \lesssim 50$ .

В отдельном обсуждении нуждается случай, когда  $n=1$ , поскольку зоны для прямой и обратной волн разделены слабо. В области  $-\pi < Bl < \pi$  пучок должен отдавать энергию обратной волновой составляющей первой моды. Можно было бы предположить, что в данном случае произойдет самовозбуждение этой моды. Однако та же зона соответствует углам пролета, которые отвечают условию эффективного отбора энергии электронами у прямой волны (эффект Компфнера) [3]. Следовательно, при  $-\pi < Bl < \pi$  энергия, которую электроны отдают обратной волне, забирается ими же у прямой волновой составляющей той же моды. Поэтому самовозбуждение в данной области оказывается затрудненным.

Мы обсудили случай бесконечных  $al$ . При больших, но конечных  $al$ , возбуждение мод будет происходить примерно в тех же интервалах углов

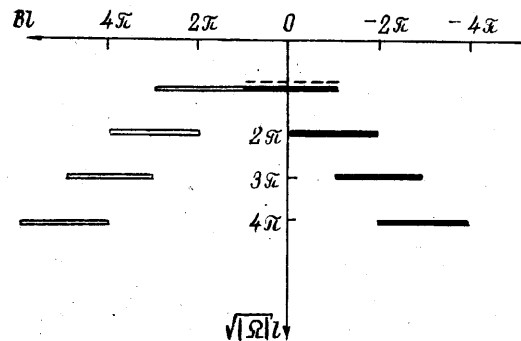


Рис. 4. Зоны самовозбуждения на плоскости  $Bl, \sqrt{|\Omega|} l$ . Пунктиром показана зона подавления, которой соответствует отбор электронами энергии у прямой волны.

пролета, но при токе, отличном от нуля, когда потери мощности на излучение в подводящий и отводящий волноводы будут скомпенсированы активной мощностью взаимодействия пучка и поля. Наличие реактивной мощности взаимодействия приведет к некоторому смещению частот начала генерации относительно точек резонанса.

Результаты расчета стартовых условий при больших  $al$  подтверждают описанную картину самовозбуждения ЛБВ (см. рис. 2, случай для  $al = 50$ ).

#### 5. САМОВОЗБУЖДЕНИЕ ЛБВ ЗА СЧЕТ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

Как было указано, при постепенном уменьшении параметра  $al$  замедляющая система теряет свои резонансные свойства. При этом уменьшается роль отражений в формировании петли обратной связи, что находит свое выражение в возрастании пусковых токов в области синхронизма электронов с прямой волной (рис. 2, область  $Bl > 0$ ). Тем не менее пусковые токи остаются конечными, даже если самовозбуждение ЛБВ происходит на частоте  $\Omega_{\text{сог}} l^2 = -(al)^2$ , соответствующей согласованию

системы\*. Это свидетельствует о том, что вступает в действие механизм самовозбуждения, не связанный с отражениями электромагнитной энергии от концов замедляющей системы. Действительно, по мере возрастания тока увеличивается эффективность объемного излучения электронами обратной волны. При достаточно больших значениях тока уже нельзя пренебрегать воздействием этого обратного излучения на пучок. В системе возникает распределенная обратная связь. Пороговое значение безразмерной длины  $l$  (а значит, и тока пучка), при котором уровень распределенной обратной связи становится достаточным для самовозбуждения ЛБВ, определяется по следующей формуле:

$$l_{\text{пор}} = (Bl)/B_{\text{пор}} \quad (11)$$

Здесь  $B_{\text{пор}} = 1,755$  — пороговое значение параметра  $B$ , найденное в работе [1]. Соответствующая линия показана на рис. 2 пунктиром. Как видно из рисунка, формула (11) хорошо описывает самовозбуждение ЛБВ при  $al \sim 10$  для  $l \geq 3$ , что свидетельствует о реализации описанного механизма самовозбуждения.

В области синхронизма с обратной волной при умеренных значениях  $al$  механизм самовозбуждения ЛБВ таков же, как и в обычной ЛОВ. Чтобы показать это, выразим параметры теории Пирса через использованные нами безразмерные величины:

$$2\pi CN = l/|4\Omega|^{1/6}, \quad \Phi = -(Bl + \sqrt{|\Omega|} l). \quad (12)$$

Подставив в (12) значения  $CN = 0,315$  и  $\Phi = -\pi$ , найдем выражения для  $l = F(Bl)$  и  $\sqrt{|\Omega|} l = F(Bl)$ , отвечающие стартовым условиям теории Пирса для идеально согласованной ЛОВ [3]. Соответствующие линии, показанные на рис. 2 штрихпунктиром, хорошо совпадают при  $al = 10$  с линиями стартовых условий, найденными численно.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Принципиальную роль в задаче о самовозбуждении ЛБВ вблизи границы полосы пропускания играет постановка граничных условий для поля на концах замедляющей системы. В зависимости от величины параметра граничных условий  $al$  генерация в ЛБВ возбуждается по-разному.

В случае больших значений  $al$  (не меньших 50) особое поведение ЛБВ вблизи границы полосы пропускания связано с наличием у системы резонансных мод, возникающих за счет отражений электромагнитной энергии от неоднородностей на концах замедляющей системы (устройств ввода и вывода). Эти моды могут самовозбуждаться, если угол пролета электронного пучка благоприятствует передаче энергии их волновым составляющим. Минимальным стартовым током обладает первая

резонансная мода. Специфика энергообмена у высокочастотной границы полосы состоит в том, что эта мода возбуждается, если точка пересечения дисперсионных характеристик пучка и замедляющей системы лежит на прямой ветви последней. На обратной ветви возбуждается сразу вторая мода, для которой стартовые токи существенно выше.

При значениях параметра граничных условий  $al \approx 10$  начинает доминировать механизм самовозбуждения, обусловленный наличием распределенной обратной связи за счет объемных эффектов излучения и взаимодействия с обратной волной. В то же время независимо от величины  $al$  коэффициент отражения точно на границе полосы  $[\Gamma(f)]_{f \rightarrow f_0} = -1$ . Как показывает проведенный анализ, этот факт сам по себе не является достаточным основанием для использования модельных представлений о замедляющей системе как о «закороченной» на концах резонансной структуре. Для этого необходимо, чтобы параметр  $al$  был достаточно большим, что в реальных ЛБВ бывает не всегда.

Авторы выражают благодарность С. П. Кузнецову за многократное обсуждение результатов и текста статьи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П. О характере неустойчивости в ЛБВ вблизи границы пропускания. — Изв. вузов СССР. Сер. Радиофизика, 1980, т. 23, № 9, с. 1104.
2. Кузнецов А. П. Граничные условия в волновой теории ЛБВ вблизи частоты отсечки замедляющей системы. — Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ, 1984, вып. 7(367), с. 3—7.
3. Трубецков Д. И., Шевчик В. Н. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. — М.: Советское радио, 1970.

Статья поступила 17 октября 1984 г.

УДК 621.372.58

Л. В. Книшевская, Ф. Х. Мухаметзянов,  
А. Н. Пузаков, Л. Н. Шевляков,  
В. К. Шугуров

## ГИБРИДНЫЕ МОДЫ С НЕЧЕТНЫМ АЗИМУТАЛЬНЫМ ИНДЕКСОМ ОТКРЫТОГО КРУГЛОГО ПРОДОЛЬНО НАМАГНИЧЕННОГО ГИРОТРОПНОГО ВОЛНОВОДА

Приведено дисперсионное уравнение, полученное при строгом решении уравнений Максвелла для открытого круглого продольно намагниченного бигиротропного волновода. Численно исследованы основная  $HE_{11}$ - и высшие  $EH_{11}$ ,  $HE_{12}$ ,  $HE_{31}$ -моды ферритового волновода. Сопоставлены результаты численных расчетов и эксперимента для трех отличающихся разме-

\* Мы полагаем параметр  $al$  постоянным, так что согласование реализуется лишь в одной точке диапазона [2].