Письма в ЖТФ, том 13, вып. 12   26 июня 1987 г.

ПЕРЕХОД К МНОГОМОДОВОМУ ХАОСУ В ПРОСТОЙ МОДЕЛИ ГЕНЕРАТОРА С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

В.А. Кац, С.П. Кузнецов

Как известно, многие нелинейные колебательные системы различной физической природы способны демонстрировать стохастические режимы поведения (хаос), обусловленные их собственной сложной динамикой при отсутствии какого-либо внешнего случайного воздействия. К настоящему времени в основном уже изучены типичные сценарии перехода от регулярного поведения к хаосу (переходы „порядок-хаос"). Теперь привлекает внимание исследователей изучение уже возникшего хаоса, в частности его трансформация при изменении параметров системы (переходы „хаос-хаос") [1]. Особый интерес в этой связи вызывают распределенные системы, в том числе системы с запаздыванием [2–6], число степеней свободы которых бесконечно. В данной работе сообщается об обнаружении специфического варианта перехода хаос-хаос в простой модели радиофизической системы с запаздывающей обратной связью.

Исследуемая модель представляет собой замкнутую в кольцо цепочку из безинерционного нелинейного усилителя, инерционного линейного элемента – резонансного фильтра и линии задержки [2, 3, 5, 6]. Представим генерируемый сигнал $x(t)$ в виде

$$x(t)=Re\left[z(t)e^{i\omega_0 t}\right], \qquad (1)$$

где ω_0 – резонансная частота фильтра, $z(t)$ – комплексная амплитуда колебаний. Тогда уравнение динамики модели принимает вид

$$\gamma^{-1}\dot z(t)+(1+i\sigma)z(t)=\lambda f(|z(t-T)|)\frac{z(t-T)}{|z(t-T)|}. \qquad (2)$$

Здесь T – время задержки, γ – полуширина резонансной характеристики фильтра, $\sigma=\frac{2\pi n-\omega_0 T}{\gamma T}$ – нормированная отстройка центральной частоты фильтра от $\Omega_0=\frac{2\pi n_0}{T}$, где n_0 – некоторое целое число. Функция $f(x)$ описывает нелинейные свойства усилителя, а параметр λ характеризует глубину обратной связи. Далее мы предположим, что фазовая нелинейность отсутствует, а амплитудная определяется кубическим полиномом: $f(x)=x-x^3$. В качестве начальных условий для уравнения (2) будем задавать на интервале времени от 0 до T малые колебания одной из собственных мод линеаризованной задачи постоянной амплитуды A_0:

$$z(t)\Big|_{t\in[0,T]}=A_0 e^{i\frac{2\pi m t}{T}}, \qquad (3)$$

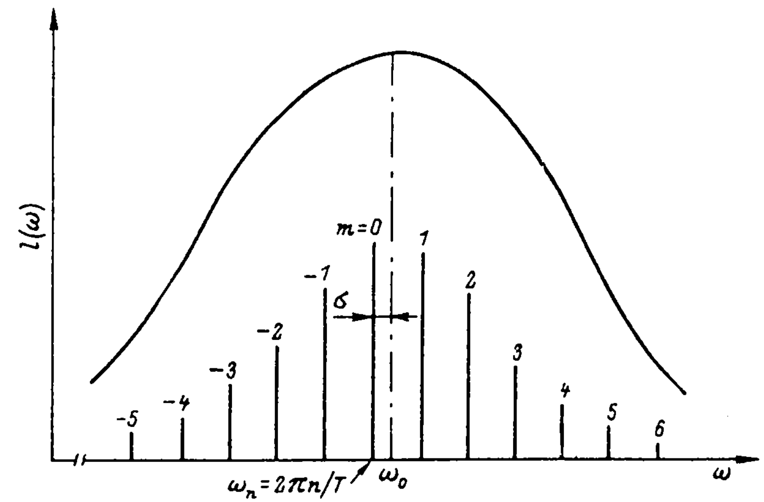

Рис. 1. Спектр собственных мод генератора с запаздывающей обратной связью.

где m – индекс рассматриваемой моды, отсчитываемый от номера основной моды n_0 (рис. 1).

На рис. 2 представлены рассчитанные в численном эксперименте временные зависимости амплитуды $|z(t)|$ и фазового набега за время задержки $\theta(t)=\frac{1}{2\pi}\left[arg\left(z(t+T)\right)-arg\left(z(t)\right)\right]$. Серия графиков, помещенных на рис. 2,а слева, отвечает заданию в качестве начальных условий колебаний основной моды $m=0$, а справа – моды с индексом $m=1$. Как видно из рисунка, каждая из этих мод порождает в определенном интервале параметра λ режим стационарной генерации, характеризуемый своим (притом постоянным во времени) значением фазового набега, соответственно $\theta(t)\approx 0$ и $\theta(t)\approx 1$. Заметим, что другие моды, попадающие в полосу пропускания фильтра, тоже дают начало стационарным режимам с определенными значениями $\theta(t)\approx\theta_m=m$. Следуя [6], будем называть величину θ_m фазовым топологическим инвариантом.

При увеличении параметра λ на базе каждого из этих стационарных режимов развиваются периодические пульсации амплитуды и возникают автомодуляционные режимы с периодом, близким к 2T. Затем каждый из автомодуляционных режимов претерпевает переход к хаосу через фейгенбаумовскую последовательность бифуркаций удвоения периода (см. [7], а также [4–6]). Все бифуркации и собственно переход порядок-хаос протекают с сохранением исходного значения топологического инварианта. В итоге в фазовом пространстве системы формируется несколько (порядка числа мод, попадающих в полосу пропускания фильтра) изолированных друг от друга стохастических множеств – странных аттракторов, каждому из ко-

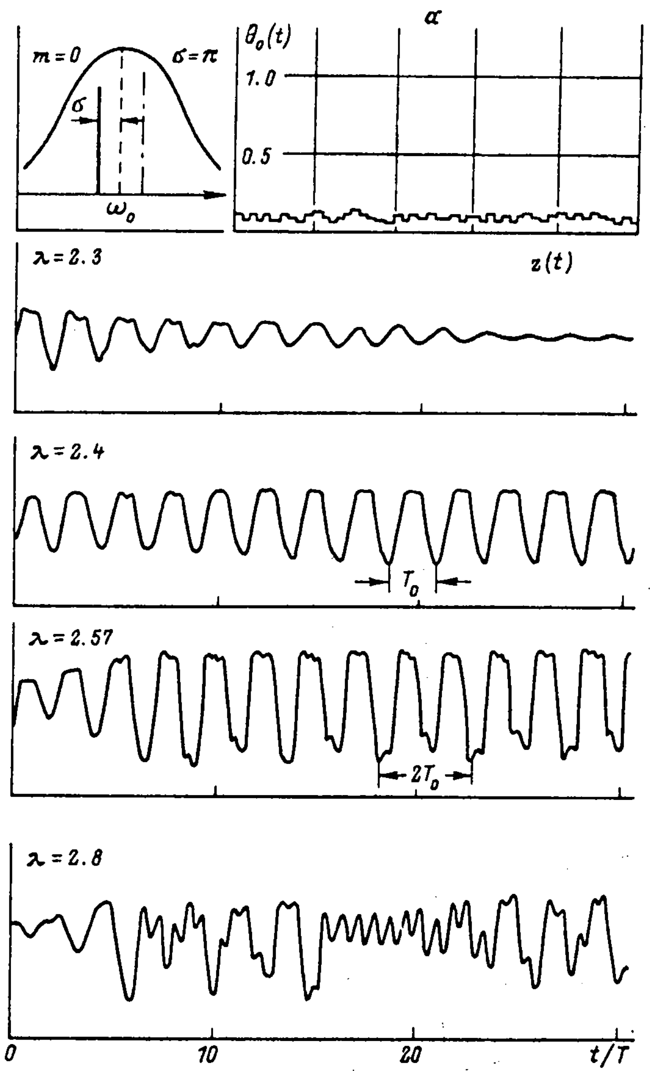

Рис. 2. Эволюция динамики комплексной амплитуды двух мод модели генератора с запаздыванием с ростом надкритичности λ при $\gamma T = 5$ и $\sigma = \pi$. а – до перехода „хаос–хаос", б – после перехода.

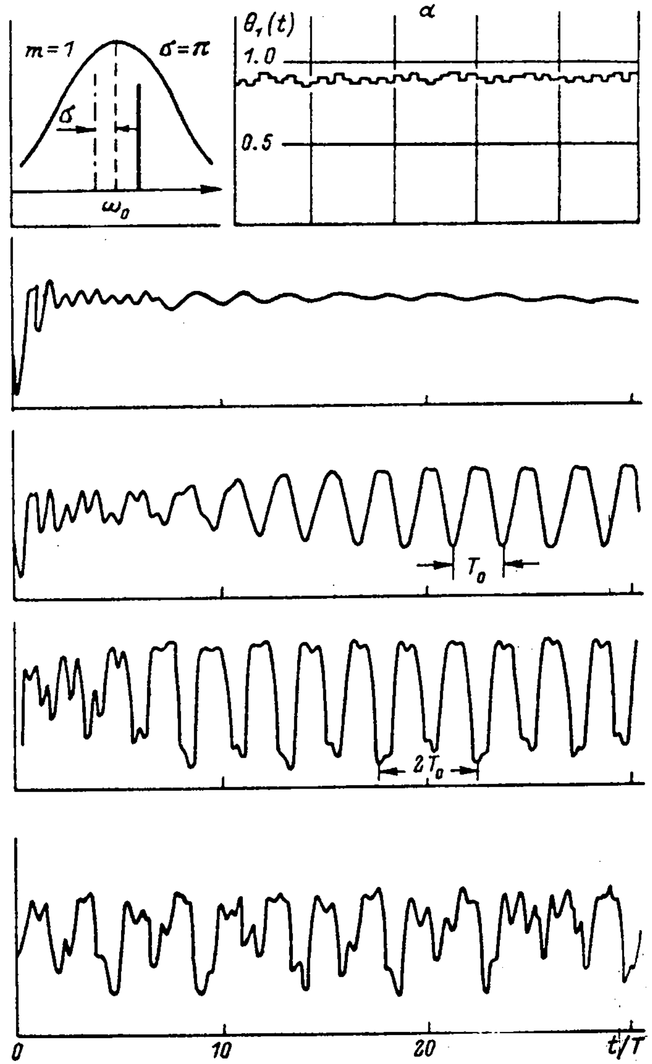

Рис. 2 (продолжение).

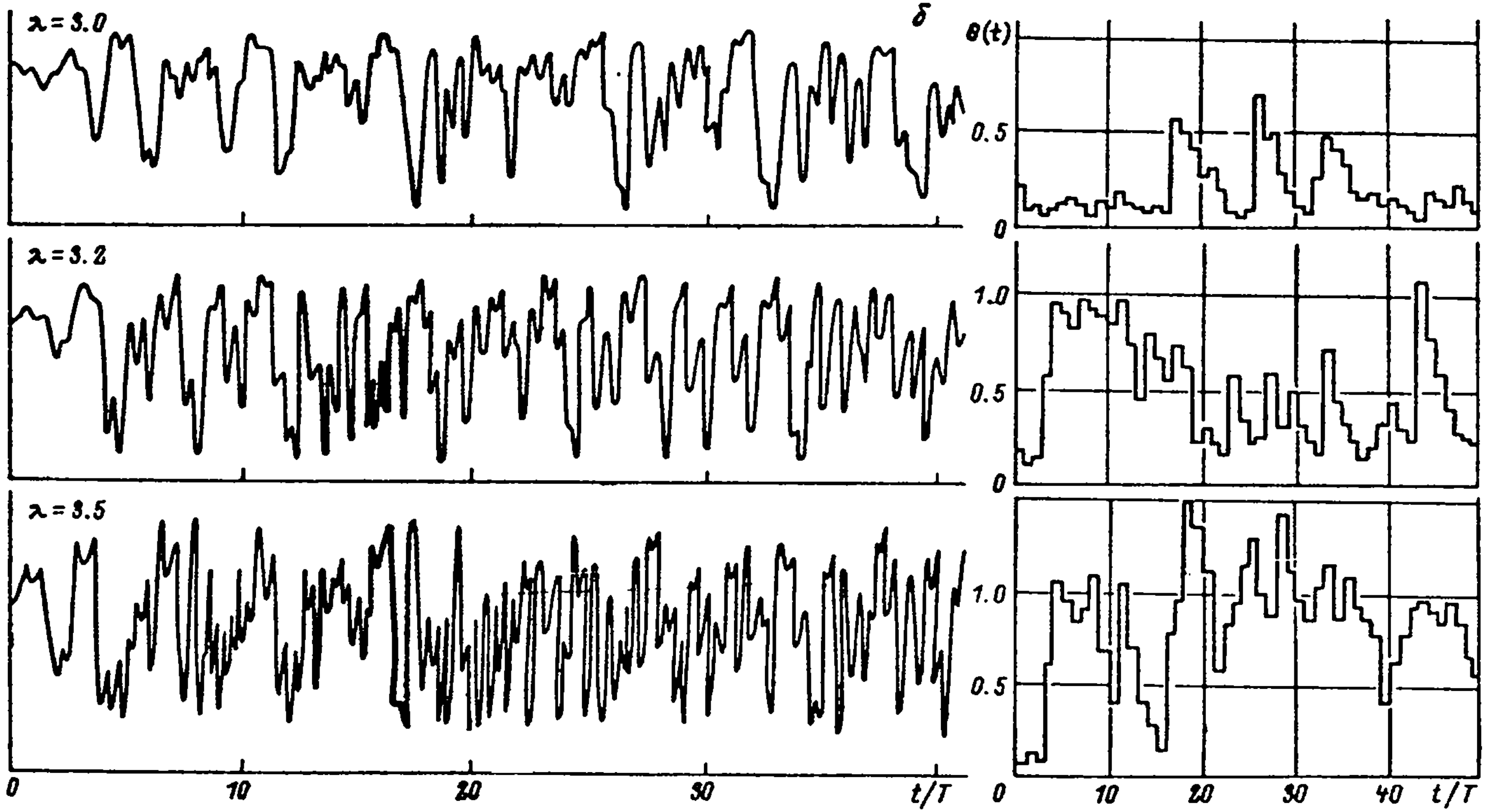

Рис. 2 (продолжение).

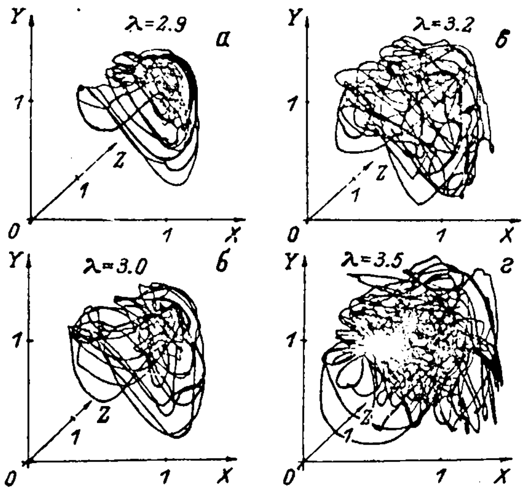

Рис. 3. Эволюция стохастического множества в фазовом пространстве генератора с запаздыванием при переходе „хаос–хаос".

торых соответствуют своя область притяжения и определенное значение топологического инварианта. Режим колебаний, соответствующий движению по какому-либо одному из этих аттракторов, будем называть для краткости одномодовым стохастическим режимом.

Дальнейшее увеличение глубины обратной связи приводит при $\lambda \gtrsim 3$ к появлению перескоков между одномодовыми стохастическими режимами (рис. 2,б). Этот переход хаос–хаос связан с потерей устойчивости исходного режима стохастической автомодуляции по отношению к возмущениям фазы сигнала и включением новых мод в процесс стохастического движения. Он приводит к качественному изменению внутренней организации стохастического множества и увеличению области, занимаемой странным аттрактором в фазовом пространстве (рис. 3). Последнее свидетельствует о возрастании средней мощности стохастических пульсаций. Характерный временной масштаб стохастической автомодуляции уменьшается, что соответствует увеличению ширины полосы частот генерируемого шума. В непосредственной близости от точки перехода динамика системы носит характер перемежаемости хаос–хаос [8]: участки стохастического движения, соответствующие постоянным во времени значениям фазового набега $\theta(t) \approx \theta_m$, перемежаются с относительно кратковременными участками, на которых амплитуда сигнала быстро осциллирует, а временная зависимость $\theta(t)$ имеет выбросы. В системе реализуется процесс нерегулярного блуждания между одномодовыми стохастическими режимами; зависимость $\theta(t)$ носит случайный характер. Образом такого многомодового хаоса в фазовом пространстве системы является странный аттрактор высокой

размерности, формирующийся в результате последовательного поглощения исходным аттрактором соседних стохастических множеств, рожденных последовательностью бифуркаций удвоения периода автомодуляции.[1]

Как мы полагаем, переход хаос–хаос, наблюдавшийся ранее одним из авторов на макете ЛБВ–генератора с внешней запаздывающей обратной связью экспериментально [9, 10], объясняется описанным выше механизмом.

Литература

[1] Gaponov-Grekhov A.V., Rabinovich M.I., Starobinets I.M. The Onset and the Development of Chaotic Structures in Dissipative Media. – In: Self-Organization. Autowaves and Structures far from Equilibrium/ Ed. by V.I. Krinsky. Springer-Verlag, 1984, p. 130–139.

[2] Азьян Ю.М., Мигулин В.В. – Радиотехника и электроника, 1956, т. 1, № 4, с. 418–427.

[3] Кислов В.Я., Мясин Е.А., Залогин Н.Н. – Радиотехника и электроника, 1980, т. 25, № 11, с. 1104–1125.

[4] Farmer J.D. – Physica, 1982, vol. D4, 3, p. 366–393.

[5] Кузнецов С.П. – Изв. вузов СССР. Сер. Радиофизика, 1982, т. 25, № 12, с. 1410–1428.

[6] Кузнецов С.П. – Изв. вузов СССР. Сер. Радиофизика, 1982, т. 25, № 11, с. 1364–1368.

[7] Фейгенбаум М. – УФН, 1983, т. 141, № 2, с. 343–375.

[8] Афраймович В.С., Рабинович М.И., Угодников А.Д. – Письма в ЖЭТФ, 1983, т. 38, № 2, с.64–67.

[9] Kats V.A., Trubetskov D.I. Stochastization of Nonstationary Structures in a Distributed Oscillator with Delay. – In: Self-Organization. Autowaves and Structures far from Equilibrium. / Ed. by V.I. Krinsky. Springer-Verlag, 1984, p. 81–86.

[10] Кац В.А. – Изв. вузов СССР. Сер. Радиофизика, 1985, т.28, № 2, с. 161–176.

Поступило в Редакцию
29 января 1987 г.

[1] Процесс включения все новых собственных мод в стохастическое движение продолжается и далее с ростом параметра λ, о чем свидетельствует увеличение размаха выбросов на временной реализации зависимости величины фазового набега $\theta(t)$ (рис. 2,б).