

УДК 621.385.632

**УЧЕТ ДИССИПАЦИИ В ВОЛНОВОЙ ТЕОРИИ ЛБВ,  
РАБОТАЮЩЕЙ У ГРАНИЦЫ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ**

*А. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев*

Предложена форма уравнений волновой теории ЛБВ, когда диссипация описывается параметром, слабо меняющимся при переходе через границу полосы пропускания. Проанализированы условия паразитного самовозбуждения ЛБВ с учетом влияния диссипации и концевых нагрузок. Обсуждаются границы применимости некоторых моделей ЛБВ, предложенных ранее.

Одна из проблем волновой теории ЛБВ, работающей вблизи границы полосы пропускания, состоит в корректном учете диссипации электромагнитной энергии в стенках замедляющей системы. Традиционный параметр «холодных» потерь в теории ЛБВ пропорционален мнимой части постоянной распространения и резко нарастает при приближении частоты к границе полосы. Это обстоятельство способствовало распространению мнения о том, что наличие диссипации качественно меняет характеристики прибора и диссипация должна принципиально учитываться в теории ЛБВ, работающей вблизи границы полосы пропускания [1]. В действительности можно сформулировать уравнение возбуждения так, что входящий в него параметр диссипации слабо меняется при переходе через границу полосы пропускания. Это позволяет исследовать корректным образом условия паразитного самовозбуждения ЛБВ у границы полосы пропускания при наличии диссипации, а также указать границы применимости некоторых моделей, предлагавшихся ранее для приближенного расчета ЛБВ у границы полосы.

**1. Уравнения возбуждения замедляющей системы у границы полосы пропускания с учетом диссипации энергии.** Сначала рассмотрим модельную задачу. Пусть имеется линия передачи, показанная на

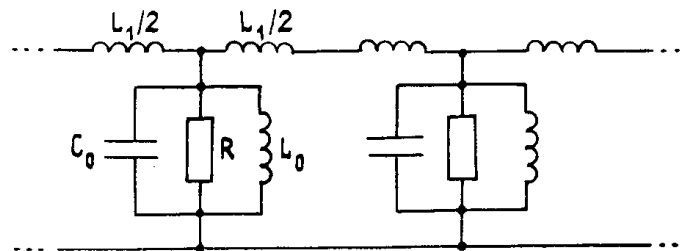


Рис. 1.

рис. 1. Она характеризуется дисперсионным уравнением

$$\omega^2 - i\omega/RC_0 = \omega_0^2 + \epsilon^2(1 - \cos \beta d), \tag{1}$$

где  $\omega$  — частота,  $\beta$  — волновое число,  $d$  — период системы,  $\omega_0^2 = 1/L_0C_0$ ,  $\epsilon^2 = 2/L_1C_0$ . Получим уравнение возбуждения линии передачи внешними токами. По известным правилам теории цепей легко находим

$$\left[ \omega^2 - \frac{i\omega}{RC_0} - \omega_0^2 - \epsilon^2(1 - \cos \beta d) \right] U_\beta = \frac{i\omega}{C_0} J_\beta. \tag{2}$$

Здесь  $U_\beta = \sum U_n e^{i\beta nd}$ ,  $J_\beta = \sum J_n e^{i\beta nd}$ ,  $U_n$  — напряжение на  $n$ -м колебательном контуре,  $J_n$  — возбуждающий его ток. Пусть частота возбуждающего тока лежит в окрестности границы полосы пропускания  $\omega_0$  (для определенности выберем низкочастотную границу). Разложим коэффициенты уравнения (2) в ряды Тейлора по  $\omega$  и  $\beta$  вблизи точки  $(\omega_0, \beta_0 = 2\pi/d)$ :

$$\left[ \omega - \omega_0 - i\gamma - \frac{\omega''(\beta_0)}{2} (\beta - \beta_0)^2 \right] U_\beta = \frac{i}{2C_0} J_\beta. \quad (3)$$

Здесь  $\gamma = 1/2C_0R$ ,  $\omega''(\beta) = \varepsilon^2 d^2 / 2\omega_0$ . Переходя от соотношения (3) к волновому уравнению с помощью стандартной замены  $i(\beta - \beta_0) \rightarrow d/dx$ , получим искомое уравнение возбуждения

$$\frac{d^2 U}{dx^2} + \frac{2}{\omega''(\beta_0)} (\omega - \omega_0 - i\gamma) U = \frac{i}{\omega''(\beta_0)C_0} J. \quad (4)$$

В [2, 3] приведено следующее уравнение возбуждения периодической замедляющей системы без диссипации у границы полосы пропускания:

$$\frac{d^2 \mathcal{E}}{dx^2} + \frac{2}{\omega''(\beta_0)} (\omega - \omega_0) \mathcal{E} = \frac{i\omega_0 \beta_0}{\omega''(\beta_0)} R(\beta_0) J. \quad (5)$$

В соотношении (5)  $R(\beta_0)$  — модифицированное сопротивление связи [2],  $\mathcal{E}$  и  $J$  — комплексные амплитуды поля и тока, причем

$$\mathcal{E} = \tilde{E} e^{i\beta_0 x}, \quad J = \tilde{I} e^{i\beta_0 x}. \quad (6)$$

Здесь  $\tilde{E}$  — синхронное с электронным потоком высокочастотное поле, являющееся суммой двух пространственных гармоник,  $\tilde{I}$  — высокочастотный ток.

Сопоставление уравнения (5) с уравнением возбуждения (4) делает тривиальным его обобщение на случай систем с диссипацией:

$$\frac{d^2 \mathcal{E}}{dx^2} + \frac{2}{\omega''(\beta_0)} (\omega - \omega_0 - i\gamma) \mathcal{E} = \frac{i\omega_0 \beta_0}{\omega''(\beta_0)} R(\beta_0) J. \quad (7)$$

Здесь  $\gamma$  — параметр диссипации. Уравнение (7) можно обосновать более строго, если использовать электродинамическую теорию возбуждения периодических волноводов [3, 4]. Для этого следует повторить выкладки работ [3, 4], используя разложение дисперсионного уравнения в ряд Тейлора:

$$\omega = \omega_0 + i\gamma + \frac{\omega''(\beta_0)}{2} (\beta - \beta_0)^2. \quad (8)$$

Мы привели феноменологический вывод уравнения (7), являющийся более наглядным.

Выясним теперь смысл параметра диссипации  $\gamma$ . Пусть рассматривается «холодная» система и пусть она коротко замкнута на концах. В этом случае справедливо уравнение (7) с отброшенной правой частью

$$\frac{d^2 \mathcal{E}}{dx^2} + \frac{2}{\omega''(\beta_0)} (\omega - \omega_0 - i\gamma) \mathcal{E} = 0 \quad (9)$$

и граничные условия

$$\mathcal{E}(0) = 0, \quad \mathcal{E}(L) = 0. \quad (10)$$

Здесь  $L = Nd$  — геометрическая длина системы,  $N$  — число периодов. Краевая задача (9), (10) характеризуется набором мод с комплексными собственными частотами

$$\omega_n = \omega_0 + \frac{\omega''(\beta_0)}{2d^2} \left( \frac{n\pi}{N} \right)^2 + i\gamma, \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

Добротности этих мод и определяются параметром диссипации  $\gamma$ :

$$Q_n = \text{Re } \omega_n / 2\gamma. \quad (12)$$

**2. Исследование условий паразитного самовозбуждения ЛБВ.** Используя уравнение возбуждения (7), мы можем записать систему самосогласованных уравнений взаимодействия электронного потока и электромагнитного поля у границы полосы пропускания в безразмерной форме:

$$\mu \frac{d^2 F}{d\xi^2} + (\Omega - i\delta) F = iI, \quad \left( \frac{d}{d\xi} - iB \right) I = iF. \quad (13)$$

Здесь  $\delta = 2\gamma N^2 d^2 / |\omega''(\beta_0)|^2$ , остальные обозначения см. в [2].

Исследуем условия паразитного самовозбуждения ЛБВ у границы полосы пропускания при наличии диссипации в замедляющей системе. Для этого уравнения (13) следует дополнить граничными условиями [5]:

$$I(0) = 0, \quad \frac{dI}{d\xi}(0) = 0; \quad (14)$$

$$\frac{dF}{d\xi}(0) = i\alpha F(0), \quad \frac{dF}{d\xi}(l) = -i\alpha F(l). \quad (15)$$

Здесь использованы следующие безразмерные параметры и их комбинации:  $l$  — безразмерная длина системы, величина  $l$  пропорциональна корню четвертой степени из рабочего тока;  $B$  — безразмерная отстройка ускоряющего напряжения от значения, соответствующего точному синхронизму с границей полосы (рис. 2);  $\Omega$  — безразмерная отстройка частоты от граничной;  $\alpha$  — параметр, характеризующий концевые неоднородности (устройства ввода — вывода). Для линии передачи, показанной на рис. 1,  $\alpha$  определяется величиной импеданса  $R_H$ , на который нагружена линия:  $\alpha l = \pm \omega_0 L_1 N / R_H$ , где  $N$  — число ячеек в системе. У низкочастотной границы полосы пропускания  $\alpha l > 0$ , у высокочастотной —  $\alpha l < 0$ . Для реальных ЛБВ  $10 \leq |\alpha l| \leq 50$  [5].

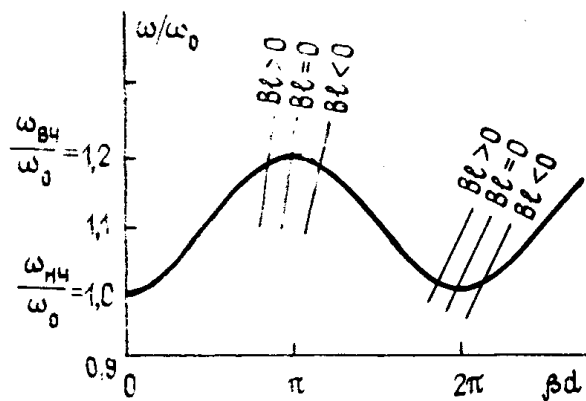


Рис. 2.

Величина  $\delta l^2 = 2\gamma N^2 d^2 / |\omega''(\beta_0)|$  — параметр диссипации. Используя (12), можно найти, что в реальных устройствах  $\delta l^2 \sim 0,1 \div 10$ .

На рис. 3 показаны найденные путем численного решения краевой задачи (13) — (15) зависимости стартовых значений безразмерной длины  $l$  от безразмерного напряжения  $Bl$  у высокочастотной (рис. 3а) и низкочастотной (рис. 3б) границ полосы пропускания для разных значений параметров граничных условий и диссипации. Верхним ри-

сункам соответствует  $\alpha l = \pm 10$ , нижним —  $\alpha l = \pm 30$ . Параметром кривых является величина  $\delta l^2$ , принимающая значения  $0,1\pi^2$ ,  $0,4\pi^2$  и  $\pi^2$ . Точками отмечены зависимости, отвечающие отсутствию диссипации ( $\delta l^2 = 0$ ).

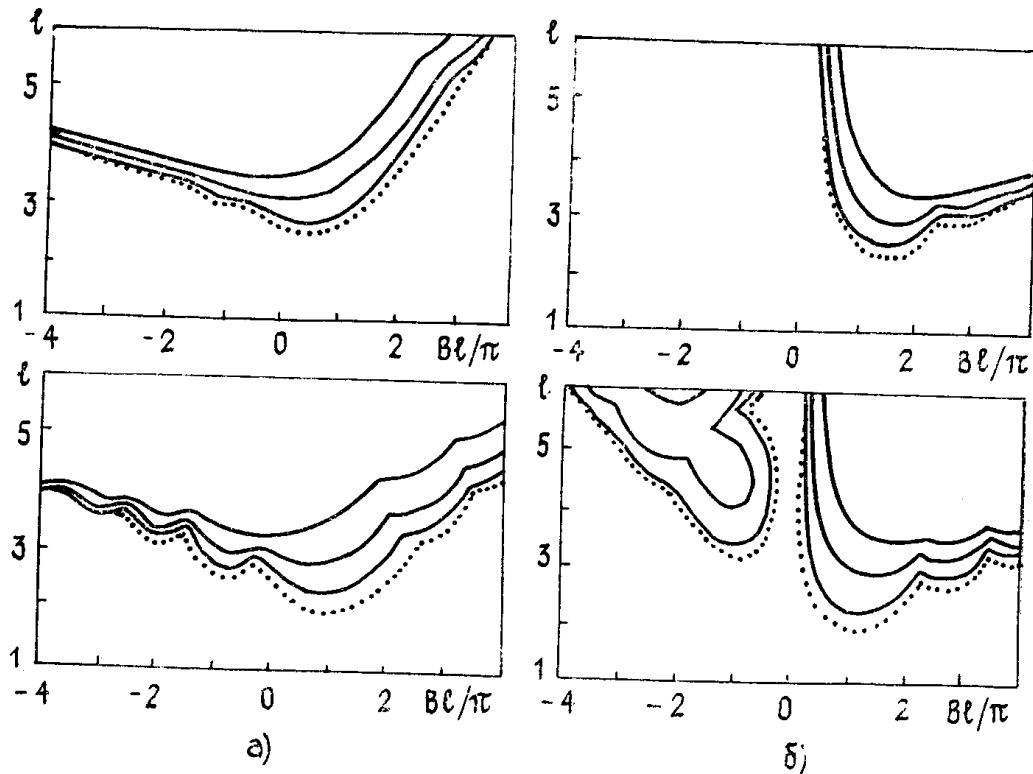


Рис. 3.

Как показывают расчеты, у высокочастотной границы полосы пропускания значение ускоряющего напряжения, которому отвечает минимальный стартовый ток, соответствует синхронизму электронного пучка с прямыми волнами, а у низкочастотной — с обратными (рис. 2, случай  $Vl > 0$ ). Поскольку для ЛБВ рабочей является прямая волна, то это означает, что у высокочастотной границы полосы опасность паразитного самовозбуждения существенно выше, чем у низкочастотной. Этот факт хорошо известен из эксперимента. Характерно, что указанные закономерности проявляются как при малых значениях параметра диссипации, так и в отсутствие диссипации вообще. Увеличение параметра диссипации  $\delta l^2$  приводит к росту стартовых токов, а также к некоему смещению точки, в которой минимален стартовый ток. При больших  $\delta l^2$  кривые сглаживаются, и различия, обусловленные разными величинами импеданса нагрузки, становятся менее существенными.

**3. О двух моделях в теории ЛБВ, работающей у границы полосы пропускания замедляющей системы.** В развитой теории самовозбуждения ЛБВ корректным образом учтены как диссипация энергии, так и отражения электромагнитных волн от конечных нагрузок. Это позволяет оценить степень работоспособности двух моделей ЛБВ, предложенных в свое время для описания процессов у границы полосы пропускания.

Первая модель, получившая довольно широкое распространение как в волновой теории ЛБВ, так и в теории дискретного взаимодействия, предполагает идеальное согласование системы во всем частотном диапазоне [1, 6]. Считается, что вся специфика явлений у границы полосы пропускания обусловлена характером дисперсии замедляющей системы, т.е. малостью групповой скорости, а также влиянием пучка на свойства системы («горячее рассогласование»). Роль «холодных» отражений предполагается пренебрежимо малой. Мы провели расчет условий паразитного самовозбуждения ЛБВ у границы полосы про-

пускания в рамках этой модели. Для этого в наших обозначениях следует использовать граничные условия

$$\frac{dF}{d\xi}(0) = i\mu \sqrt{\mu(\Omega - i\delta)} F(0), \quad \frac{dF}{d\xi}(l) = -i\mu \sqrt{\mu(\Omega - i\delta)} F(l). \quad (16)$$

На рис. 4 представлены зависимости стартовых значений безразмерной длины  $l$  от безразмерного напряжения  $B_l$ , найденные путем численного решения краевой задачи (13), (14), (16). Значения параметра диссипации  $\delta l^2 = 0, 0,1\pi^2, 0,4\pi^2, \pi^2$ ; рис. 4а относится к высокочастотной границе полосы пропускания, рис. 4б — к низкочастотной. На рис. 5б показана зависимость безразмерной стартовой частоты  $\Omega l^2$  от величины  $B_l$  у высокочастотной границы полосы, параметр диссипации  $\delta l^2 = 0, 0,1\pi^2$ .

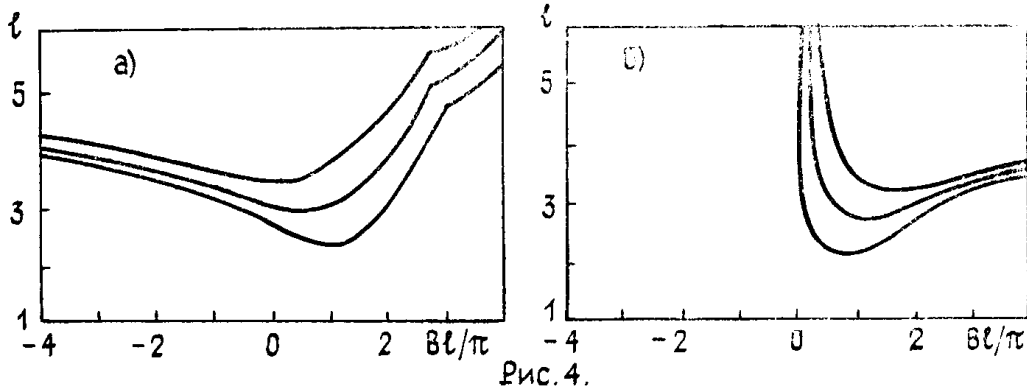


Рис. 4.

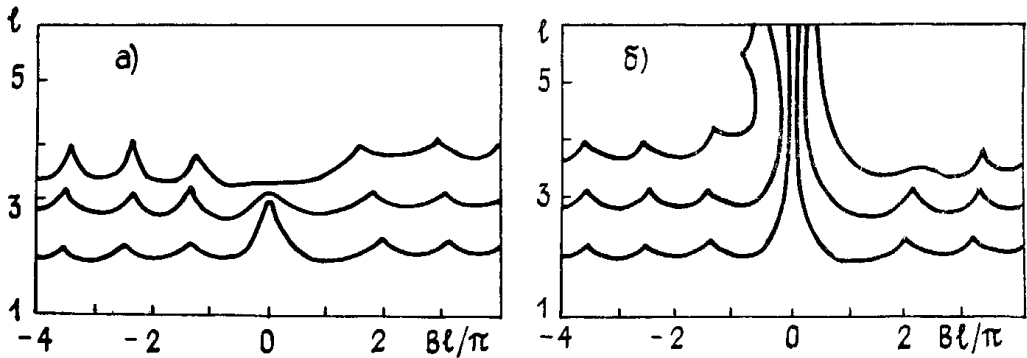


Рис. 5.

Сопоставление рис. 3 и 4 позволяет сделать следующие выводы. Модель идеального согласования хорошо передает качественный характер зависимости стартового тока от ускоряющего напряжения при  $|\alpha l| \sim 10$  и  $\delta l^2 \geq 0,1\pi^2$ . У высокочастотной границы полосы пропускания в области синхронизма обратной волной ( $B_l < 0$ ) получается неплохим и количественное соответствие. Однако в области синхронизма с прямой волной, где достигаются минимальные стартовые токи, расчет в предположении идеального согласования может приводить к существенной ошибке. Например, при  $\delta l^2 = 0,1\pi^2$  и  $\alpha l = -10$  минимально возможное значение безразмерной длины  $l = 2,68$ , а модель идеального согласования дает  $l = 2,23$ . Это соответствует ошибке в определении величины стартового тока более чем в два раза. (Напомним, что безразмерная длина  $l$  пропорциональна корню четвертой степени из рабочего тока.) Почему модель идеального согласования занижает минимальные стартовые токи? Идеально согласованная система обладает единственной резонансной частотой, точно совпадающей с границей полосы [7]. Поэтому в определенном диапазоне ускоряющих напряжений такая система проявляет свойства резонансного автогенератора — токи самовозбуждения низки, зависимость стартовой частоты от ускоряющего напряжения слабая, частота генерации близка к ре-

зонансной (рис. 6б). В системе с реальными концевыми нагрузками все собственные частоты лежат в полосе пропускания, причем при  $|\alpha l| \sim 10$  даже у ближайшей к границе полосы моды потери энергии через концы системы довольно значительны. Поэтому стартовые частоты смещены внутрь полосы пропускания (рис. 6а), система слабо проявляет резонансные свойства во всем диапазоне ускоряющих напряжений. Заметим, что с ростом параметра  $\delta l^2$  диссипативные потери начинают превалировать над потерями энергии через концы системы и при  $\delta l^2 \gg 10$  модель идеального согласования хорошо работает для всех ускоряющих напряжений. Такие высокие значения параметра диссипации, однако, не характерны для ЛБВ.

Вторая модель ЛБВ, которую мы рассмотрим, впервые предложена, вероятно, в [8] и связывает своеобразие явлений у границы полосы пропускания с полным отражением электромагнитной энергии в «холодной» системе от концевых неоднородностей. Предпосылками для такой точки зрения послужили, по-видимому, определенные экспериментальные результаты и хорошо известный факт, что точно на границе полосы пропускания модуль коэффициента отражения от любой, сколь угодно малой неоднородности равен единице. Для расчета условий самовозбуждения в рамках этой модели следует положить

$$F(0) = 0, \quad F(l) = 0. \quad (17)$$

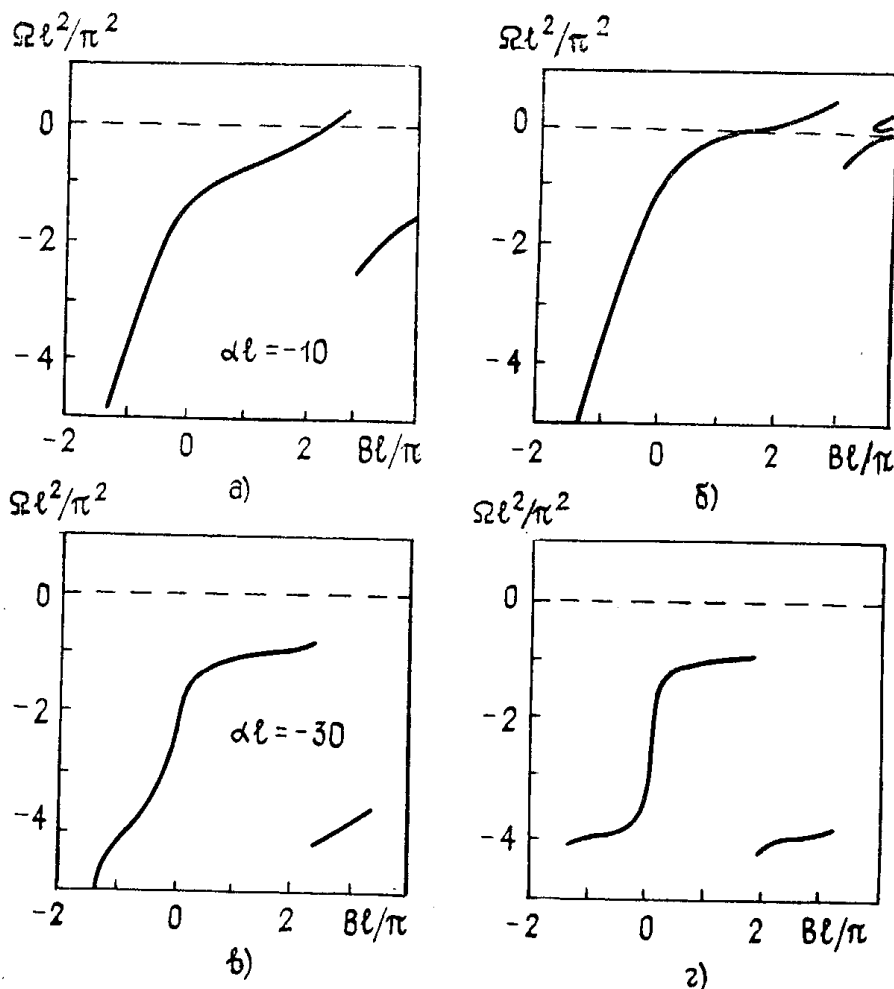


Рис. 6.

Соответствующие зависимости стартовых значений безразмерной длины  $l$  от безразмерного напряжения имеют целый ряд минимумов примерно одинаковой глубины (рис. 5). Их происхождение объясняется следующим образом. Система с полными отражениями электромагнитной энергии от концевых неоднородностей характеризуется набором высокочастотных мод, собственные частоты которых лежат внут-

ри полосы пропускания. Для всякой моды существуют некоторые значения ускоряющего напряжения, при которых она оказывается в условиях наиболее благоприятного энергообмена с пучком и возбуждается. При некотором оптимальном значении напряжения отбор энергии у пучка в данную моду идет наиболее эффективно — реализуется минимум стартового тока. При дальнейшем изменении напряжения мода постепенно выходит из условий синхронизма и стартует другая. Частота генерации при этом перескакивает с одной собственной частоты на другую (рис. 6г).

Данная модель позволяет объяснить наличие локальных минимумов в зависимости стартового тока от ускоряющего напряжения при  $|a| \geq 30$ . Существенный ее дефект, однако, состоит в том, что она предсказывает примерно одинаковые значения стартовых токов и на прямой и на обратных волнах, а следовательно, не объясняет тенденции ЛБВ к самовозбуждению у высокочастотной границы полосы на прямых волнах. Так получается потому, что в этой модели не учитываются реально существующие потери энергии через концевые нагрузки, а эти потери сильно зависят от номера моды. Наиболее низки они у основной, ближайшей к границе полосы пропускания моды. Именно эта мода и возбуждается в ЛБВ у высокочастотной границы полосы пропускания на прямой ветви дисперсионной характеристики замедляющей системы (рис. 6в).

Таким образом, волновая теория ЛБВ допускает формулировку, в рамках которой диссипация электромагнитной энергии описывается параметром, слабо зависящим от частоты у границы полосы пропускания и за ней. Анализ условий самовозбуждения ЛБВ у границы полосы пропускания показал, что рассматривать диссипацию энергии как единственный фактор, ограничивающий резонансные эффекты в реальной ЛБВ у границы полосы пропускания, неправомерно. Только при корректном учете концевых нагрузок оказывается возможным вскрыть полную качественную и количественную картину происходящих в ЛБВ процессов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Манькин И. А., Ушеревич Б. Л. // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1986. Вып. 4. С. 3.
2. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П. // Радиофизика. 1980. Т. 23. № 9. С. 1104 (Изв. высш. учеб. заведений).
3. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П. // Радиофизика. 1984. Т. 27. № 12. С. 1575 (Изв. высш. учеб. заведений).
4. Кузнецов С. П. // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 25. № 2. С. 419.
5. Кузнецов А. П. // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1984. Вып. 7. С. 3.
6. Денисов А. И., Перекупко В. А., Рапопорт Г. Н. // Радиоэлектроника. 1980. № 10. С. 43 (Изв. высш. учеб. заведений).
7. Ковалев Н. Ф., Петелин М. И. В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: ИПФ АН СССР, 1981. С. 62.
8. Ruetz J. A. Proc. 4<sup>th</sup> Int. Congr. on Microwave Tubes. — Schevningen. — Centrex. Publ. Co., Sept. 1962. P. 94.

Саратовский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
23 декабря 1986 г.

#### AN ACCOUNT OF DISSIPATION IN WAVE THEORY OF TWT, OPERATING NEAR A BOUNDARY TRANSMISSION BAND

*A. P. Kuznetsov, A. G. Rozhnev*

The form of TWT wave theory equations is proposed when dissipation is described by a parameter, weakly changed when a signal frequency is going across the boundary of transmission band. The conditions of TWT self-excitation are studied with taking into account the effects of dissipation and adequate boundary conditions at the input and output of TWT. Application frames of some earlier proposed TWT models are discussed.