

ГИПЕРХАОС В СИСТЕМЕ С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ НА ОСНОВЕ ОСЦИЛЛЯТОРА ВАН ДЕР ПОЛЯ С МОДУЛИРОВАННОЙ ДОБРОТНОСТЬЮ

С.В. Баранов, С.П. Кузнецов

Указан способ реализации гиперхаоса в системе на основе осциллятора ван дер Поля с модулированной добротностью и нелинейным преобразованием сигнала в цепи запаздывающей обратной связи. Представлены результаты численного исследования динамики модельной системы в режимах гиперхаоса, приводятся реализации, портреты аттракторов, результаты расчета показателей Ляпунова, спектры генерируемого сигнала.

Ключевые слова: Гиперхаос, осциллятор ван дер Поля, отображение Бернулли, аттрактор Смейла–Вильямса, гиперболический хаос.

Введение

В статье [1] впервые введена в рассмотрение система на основе неавтономного осциллятора ван дер Поля с запаздыванием, генерирующая последовательность радиоимпульсов с хаотическим изменением фазы от одного импульса к другому. В настоящей работе показано, что при надлежащем выборе параметров в этой системе можно реализовать режимы гиперхаоса [2], характеризующиеся присутствием двух и более положительных показателей Ляпунова.

На рис. 1, *a* показана блок-схема исследуемой системы. Ее основным элементом служит осциллятор ван дер Поля с рабочей частотой ω_0 , в котором параметр, управляющий бифуркацией Андронова–Хопфа, медленно изменяется во времени принудительно с некоторым периодом T (модуляция добротности) так, что поочередно реализуются стадии возбуждения и затухания колебаний. На каждой новой стадии активности осциллятора возбуждение стимулируется сигналом, прошедшим по цепи запаздывающей обратной связи со временем задержки τ . В цепи обратной связи сигнал подвергается нелинейному преобразованию – генерируется вторая гармоника, которая затем смешивается на квадратичной нелинейности со вспомогательным внешним сигналом основной частоты. В результате на выходе цепи обратной

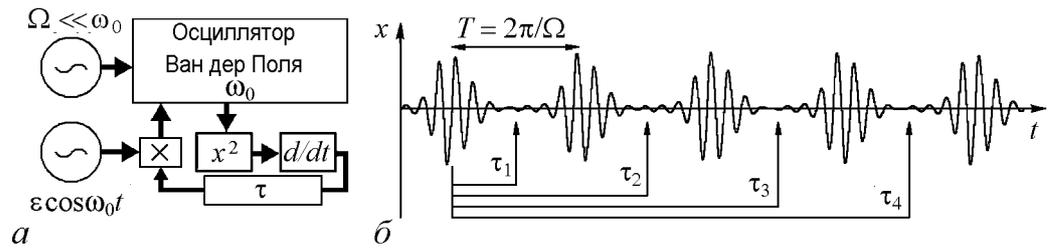


Рис. 1. Блок-схема исследуемой системы с запаздыванием (а) и диаграмма (б), иллюстрирующая выбор соотношения периода модуляции добротности и времени запаздывания для реализации режимов с различным числом положительных показателей Ляпунова

связи сигнал с несущей частотой ω_0 имеет удвоенную фазу по сравнению с исходным сигналом.

В качестве математической модели данного устройства будем использовать дифференциальное уравнение с запаздыванием [1]

$$\ddot{x} - (A \cos(2\pi t/T) - x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x = \varepsilon x(t - \tau)\dot{x}(t - \tau) \cos \omega_0 t. \quad (1)$$

Здесь x – обобщенная координата осциллятора ван дер Поля; ε – параметр, определяемый глубиной запаздывающей обратной связи и амплитудой вспомогательного опорного сигнала; величина A характеризует глубину модуляции параметра, ответственного за возбуждение осциллятора. Начальные условия для системы с запаздыванием подразумевают задание функции $x(t)$ на отрезке $[-\tau, 0]$, что соответствует бесконечномерному пространству состояний системы.

В работе [1] время запаздывания τ выбиралось так, чтобы возбуждение осциллятора на каждой новой стадии активности стимулировалось сигналом, испущенным на предыдущей стадии активности, как иллюстрируется стрелкой с пометкой τ_1 на рис. 1, б. В этом случае для последовательных цугов колебаний изменение фазы определяется одномерным отображением с хаотической динамикой – растягивающим отображением окружности, или отображением Бернулли, вида $\varphi_n = 2\varphi_{n-1} + \text{const}$ (константу можно устранить выбором начала отсчета фазы). Это служит основанием для высказанного в работе [1] предположения, что в данной системе реализуется аттрактор типа Смейла–Вильямса. В самом деле, в бесконечномерном фазовом пространстве системы с запаздыванием имеет место растяжение элемента фазового объема вдвое вдоль некоторой циклической координаты, сопровождаемое сжатием по остальным направлениям, как это требуется для аттрактора Смейла–Вильямса.

Можно, однако, подобрать параметры системы иначе, увеличив отношение времени задержки и периода модуляции добротности так, чтобы поступающий по цепи обратной связи сигнал стимулировал возбуждение не на ближайшей очередной стадии активности, а, скажем, через одну, две, три или иное число стадий. На рис. 1, б это соответствует стрелкам с пометками τ_2, τ_3, τ_4 . Конкретизируем выбор так, что

$$\tau = \left(k - \frac{1}{2}\right) T, \quad (2)$$

где k – целое положительное число. Тогда отображение, определяющее фазы последовательных цугов колебаний, будет иметь вид

$$\varphi_n = 2\varphi_{n-k} + \text{const}, \quad (3)$$

превращаясь в отображение Бернулли в частном случае $k = 1$. При значениях $k \geq 2$ соотношение (3) интерпретируется как отображение на k -мерном торе: вектор $\mathbf{v}_{n-1} = (\varphi_{n-1}, \dots, \varphi_{n-k})$ отображается в вектор $\mathbf{v}_n = (\varphi_n, \dots, \varphi_{n-k+1})$. Оно обладает специфическим вырождением, а именно, полная последовательность фаз φ_n составлена из k независимых подпоследовательностей, так что в процессе временной эволюции их члены чередуются. За k шагов имеет место удвоение малого возмущения членов подпоследовательностей. Поэтому у отображения (3) имеется k одинаковых показателей Ляпунова, величины которых даются выражением $\Lambda_i = k^{-1} \ln 2$, $i = 1, \dots, k$.

С точки зрения динамики модели, описываемой дифференциальным уравнением с запаздыванием (1), отображение (3) служит только приближением. Тем не менее, при достаточно общих предположениях вывод о количестве положительных показателей Ляпунова, по-видимому, должен оставаться в силе, хотя подпоследовательности значений фазы перестанут быть вполне независимыми. Это значит, что вырождение снимается, и показатели уже не будут равными. В бесконечномерном фазовом пространстве системы с запаздыванием будет иметь место растяжение по k направлениям, ассоциирующимся с циклическими координатами (фазами), а по остальным направлениям реализуется сжатие. Таким образом, будет присутствовать аттрактор, отвечающий гиперхаосу, с k положительными и остальными отрицательными показателями Ляпунова. Фрактальная размерность такого аттрактора, согласно оценке по Каплану–Йорке, будет превышать k .

Перейдем к обсуждению результатов численного исследования динамики модели, описываемой уравнением (1). Будем рассматривать режимы, реализующиеся при выполнении соотношения (2).

Для численного решения задачи применялся конечно-разностный метод Рунге–Кутты 4 порядка, модифицированный применительно к системе с запаздыванием. Необходимые для выполнения шагов разностной схемы запаздывающие значения переменной x выбирались из сохраняемого в процессе вычислений массива данных, полученных на предыдущих шагах; при этом использовалась интерполяционная схема, обеспечивающая нужный порядок точности.

Начальные условия для системы с запаздыванием подразумевают задание функции $x(t)$ на отрезке $[-\tau, 0]$, для чего в начале расчетов соответствующий массив обычно заполнялся случайными величинами, а выполнение различных процедур обработки данных осуществлялось после завершения начального этапа вычислений, обеспечивавшего выход на аттрактор.

На рис. 2 показаны зависимости обобщенной координаты осциллятора от времени в установившихся хаотических режимах при различном выборе соотношения времени запаздывания и периода модуляции добротности в соответствии с формулой (2). При этом полагаем $k = 1, 2, 3, 4$ так, что стимуляция возбуждения испущенным сигналом происходит в первом случае на ближайшей очередной стадии активности (как в работе [1]), а в остальных, соответственно, через одну, две и три стадии активности.

Как видно из рисунка, во всех случаях процесс имеет вид последовательности радиоимпульсов, следующих друг за другом через интервал времени T , причем фаза заполнения от импульса к импульсу меняется хаотическим образом. Чтобы продемонстрировать, что присутствие хаоса обусловлено описанным выше механизмом передачи фазы от предыдущих стадий активности к последующим, на рис. 3 показаны итерационные диаграммы для фаз. Фаза, отвечающая каждой очередной стадии активности, определяется в момент времени, фиксированный по отношению к сиг-

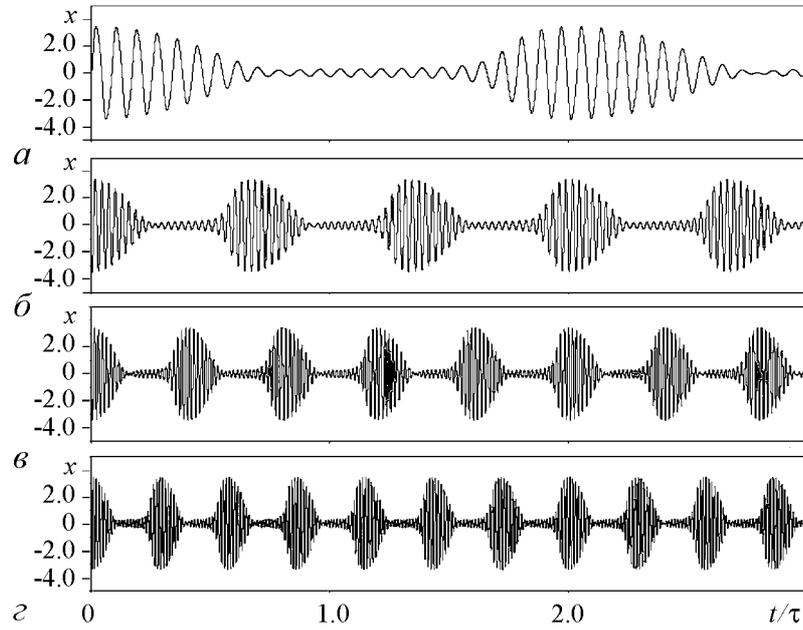


Рис. 2. Зависимости обобщенной координаты осциллятора от времени по результатам численного решения уравнения (1) при $\omega_0 = 2\pi$, $\varepsilon = 0.3$, $T = 24$, $A = 3$: $k = 1$, $\tau = 12$ (а); $k = 2$, $\tau = 36$ (б); $k = 3$, $\tau = 60$ (в); $k = 4$, $\tau = 84$ (г)

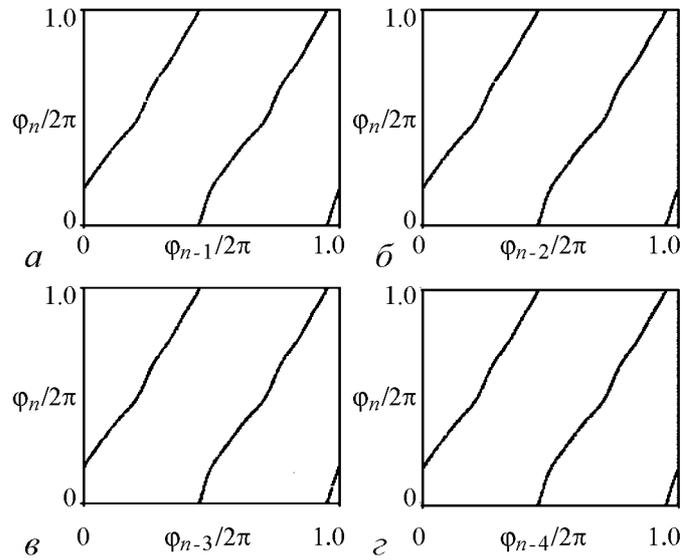


Рис. 3. Диаграммы, иллюстрирующие динамику фаз на стадиях активности осциллятора через каждые k шагов (см. формулу (2)) при $\omega_0 = 2\pi$, $\varepsilon = 0.3$, $T = 24$, $A = 3$: $k = 1$, $\tau = 12$ (а); $k = 2$, $\tau = 36$ (б); $k = 3$, $\tau = 60$ (в); $k = 4$, $\tau = 84$ (г)

налу, обеспечивающему медленную модуляцию параметра, по формуле

$$\varphi_n = \begin{cases} \arctan(\omega_0 x / \dot{x}), \dot{x} > 0, \\ \arctan(\omega_0 x / \dot{x}) + \pi, \dot{x} < 0. \end{cases} \quad (4)$$

Использованы те же параметры, как и при расчете реализаций на рис. 2. Диаграммы построены в координатах $(\varphi_n, \varphi_{n-k})$, где $k = 1, 2, 3, 4$, соответственно, для вариантов (а), (б), (в) и (г). Как можно видеть, характер зависимости предшествующей фазы и нового значения, возникающего через k стадий активности, качественно правильно передается выражением (3). В самом деле, изменение фазы φ_{n-k} на полный угол влечет удвоенное изменение φ_n .

На рис. 4 для режимов динамики, отвечающих $k = 2, 3, 4$ показаны диаграммы для фаз в координатах $(\varphi_n, \varphi_{n-1})$. Тот факт, что точки почти равномерно заполняют квадрат, говорит о близости к ситуации статистической независимости подпоследовательностей, выбираемых с шагом k . Наличие слегка просматриваемой неоднородной структуры говорит о том, что слабая статистическая зависимость все же присутствует, что не учитывается моделью, основанной на отображении (3).

На рис. 5 показаны портреты аттракторов на фазовой плоскости осциллятора ван дер Поля (x, \dot{x}) в стробоскопическом сечении $t = nT$. На самом деле аттрактор системы с запаздыванием представляет собой объект в бесконечномерном пространстве состояний, так что изображение на рисунке следует рассматривать, как сечение этого объекта двумерной плоскостью.

Для расчета показателей Ляпунова использовался метод, основанный на алгоритме Бенеттина с модификациями, соответствующими системе с запаздыванием [4,5]. Проводилось совместное решение уравнений (1) и комплекта уравнений в вариациях для нескольких векторов возмущения $\tilde{x}(t)$:

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{x}} + 2x\tilde{x}\dot{x} - (A \cos(2\pi t/T) - x^2)\dot{\tilde{x}} + \omega_0^2 \tilde{x} = \\ = \varepsilon \tilde{x}(t - \tau) \dot{x}(t - \tau) \cos \omega_0 t + \varepsilon x(t - \tau) \dot{\tilde{x}}(t - \tau) \cos \omega_0 t. \end{aligned} \quad (5)$$

В расчетах вектор возмущения задается мгновенными значениями $\tilde{x}, \dot{\tilde{x}}$ и массивами данных $\tilde{x}(t), \dot{\tilde{x}}(t)$, отвечающих значениям переменных на интервале запаздывания. Поскольку система неавтономная, удобно строить вычисления, рассматривая динамику стробоскопически, с периодом T . По завершении каждого этапа проводится

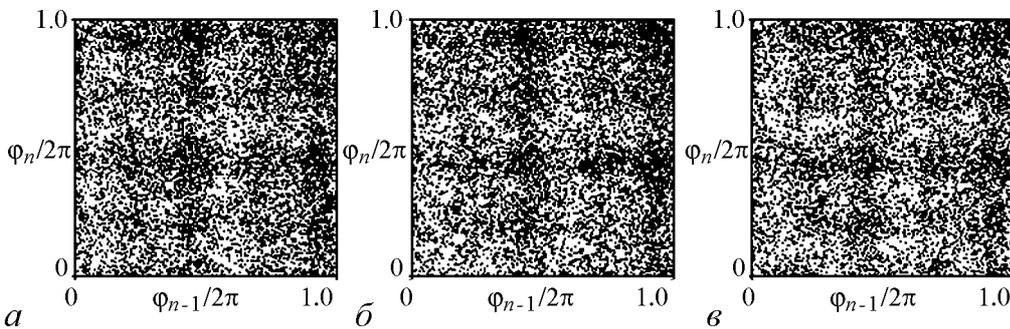


Рис. 4. Диаграммы, иллюстрирующие слабую корреляцию фаз на последовательных стадиях активности осциллятора в режиме хаотической генерации в системе (1) при $\omega_0 = 2\pi$, $\varepsilon = 0.3$, $T = 24$, $A = 3$: $k = 2$, $\tau = 36$ (а); $k = 3$, $\tau = 60$ (б); $k = 4$, $\tau = 84$ (в)

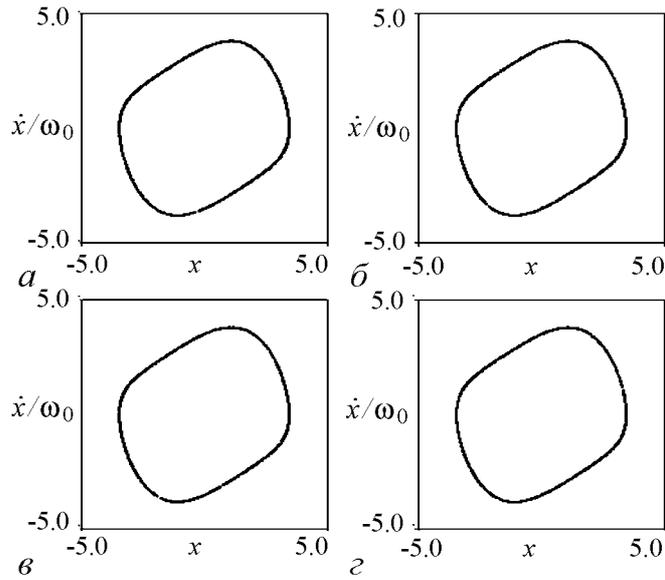


Рис. 5. Портреты аттрактора в сечении Пуанкаре в сечении двумерной плоскостью при $\omega_0 = 2\pi$, $\varepsilon = 0.3$, $T = 24$, $A = 3$: $k = 1$, $\tau = 12$ (а); $k = 2$, $\tau = 36$ (б); $k = 3$, $\tau = 60$ (г); $k = 4$, $\tau = 84$ (з)

ортогонализация векторов возмущения по Грамму–Шмидту и нормализация на фиксированную константу. Показатели Ляпунова λ_i получаются из оценки скорости нарастания накапливающихся сумм логарифмов от коэффициентов приращения норм соответствующих векторов. В таблице приводятся значения показателей Ляпунова, нормированные на период kT : $\Lambda_i = kT\lambda_i$. В этой нормировке при описании с помощью отображения (3) первые k показателей Ляпунова должны были бы равняться $\ln 2 \approx 0.693$. Как можно видеть из таблицы, они действительно близки к этой величине. Некоторое отличие показателей от величины $\ln 2$ и друг от друга обусловлено тем, что на очередной стадии активности в системе присутствует зависимость состояний не только от динамики на интервале с временным сдвигом, отвечающем задержке в цепи обратной связи, но и на ближайших предшествующих стадиях активности.

Количество показателей Ляпунова для системы с запаздыванием, формально говоря, бесконечно. Однако, с точки зрения существенных особенностей динамики, значение имеет лишь некоторое ограниченное их число. Представляется естественным определить его, как количество показателей, достаточное для вычисления

Таблица

Показатели Ляпунова модели (1), нормированные на период kT , размерность аттрактора в сечении Пуанкаре по Каплану–Йорке при $\omega_0 = 2\pi$, $\varepsilon = 0.3$, $T = 24$, $A = 3$

k	τ	$\hat{\Lambda}_1$	$\hat{\Lambda}_2$	$\hat{\Lambda}_3$	$\hat{\Lambda}_4$	$\hat{\Lambda}_5$	$\hat{\Lambda}_6$	D	kh
1	12	0.691	-4.892	-5.186	-5.379	-5.532	-5.641	1.141	0.691
2	36	0.694	0.692	-3.243	-3.269	-3.304	-3.454	2.427	1.386
3	60	0.693	0.693	0.692	-2.913	-2.921	-2.941	3.713	2.078
4	84	0.692	0.692	0.691	0.691	-2.759	-2.771	5.002	2.766

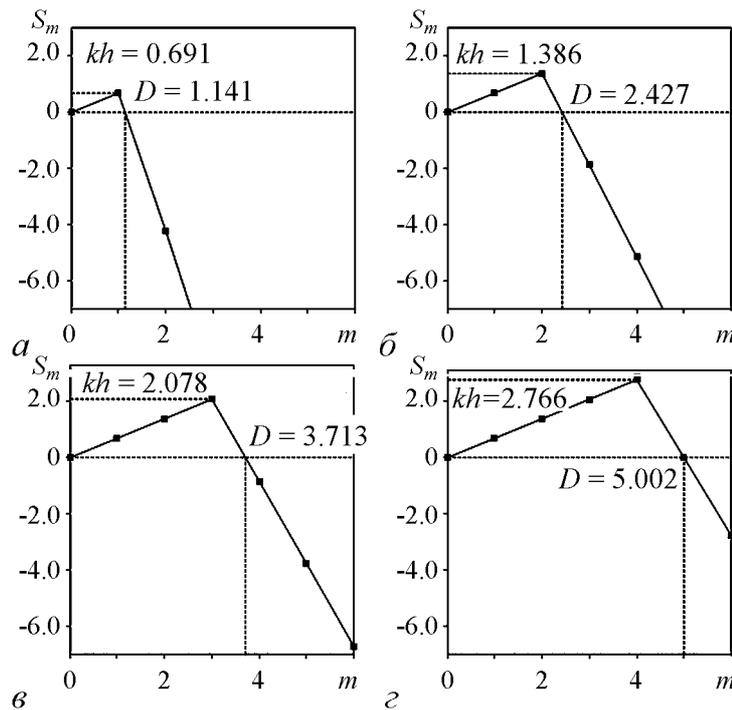


Рис. 6. Графики зависимости сумм показателей Ляпунова от их числа с указанными оценками размерности Каплана–Йорке D и энтропии Колмогорова–Синая h . Результаты получены при $\omega_0 = 2\pi$, $\varepsilon = 0.3$, $T = 24$, $A = 3$: $k = 1$, $\tau = 12$ (а); $k = 2$, $\tau = 36$ (б); $k = 3$, $\tau = 60$ (в); $k = 4$, $\tau = 84$ (г)

размерности по формуле Каплана–Йорке [3–5],

$$D = m + \frac{\sum_{i=1}^m \Lambda_i}{|\Lambda_{m+1}|}. \quad (6)$$

Здесь целое число m выбрано так, что сумма m больших показателей Ляпунова еще положительна, а сумма $m + 1$ показателей уже отрицательна. Наглядный способ представления спектра показателей Ляпунова, позволяющий сразу видеть отличие гиперхаотических режимов, состоит в том, чтобы изобразить на графике зависимость сумм $S_m = \sum_{i=1}^m \Lambda_i$ от числа m . Эти графики показаны на рис. 6. Точка пересечения ломаной линии с осью абсцисс определяет величину размерности аттрактора по Каплану–Йорке, а максимальное значение S_m дает оценку энтропии Колмогорова–Синая для динамики на аттракторе: $h = S_{\max} k^{-1}$.

На рис. 7 показана зависимость четырех показателей Ляпунова от величины времени запаздывания τ при фиксированных остальных параметрах. На графике можно видеть четыре зоны генерации хаоса, соответственно, с числом положительных показателей Ляпу-

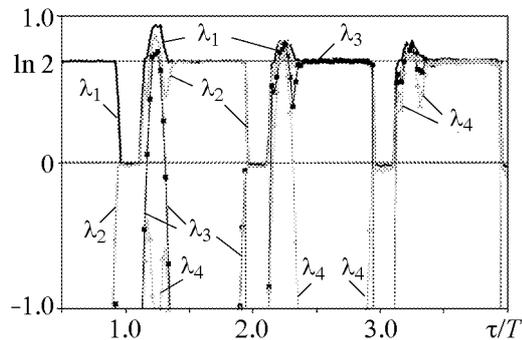


Рис. 7. Зависимость первых 4-х показателей Ляпунова от времени задержки τ в формуле (1) при $\omega_0 = 2\pi$, $\varepsilon = 0.3$, $T = 24$, $A = 3$

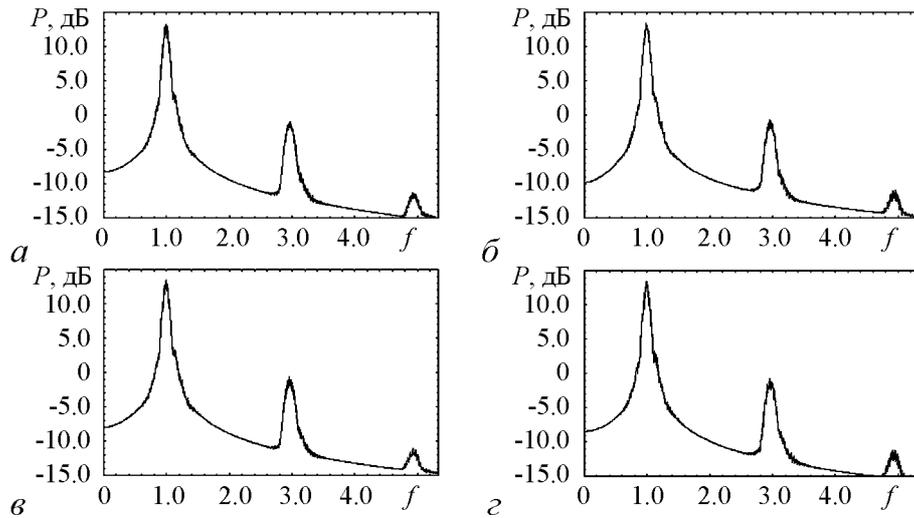


Рис. 8. Спектры мощности сигнала, полученные путем обработки численных результатов в системе (1) при $\omega_0 = 2\pi$, $\varepsilon = 0.3$, $T = 24$, $A = 3$: $k = 1$, $\tau = 12$ (а); $k = 2$, $\tau = 36$ (б); $k = 3$, $\tau = 60$ (в); $k = 4$, $\tau = 84$ (г)

нова от одного до четырех. Центры зон приблизительно соответствуют выполнению соотношения (2).

На рис. 8 показаны спектры колебаний осциллятора в режимах генерации хаоса и гиперхаоса. Для его построения проводилась обработка полученной численно достаточно длительной реализации с помощью метода статистической оценки спектральной плотности мощности, рекомендуемого в теории случайных процессов [6]. Процедура состоит в разбиении имеющейся реализации на участки конечной протяженности, выполнении преобразования Фурье для каждого участка и последующем усреднении квадратов амплитуд спектральных компонент.

Как видно из рисунка, спектр (это характерно для хаоса) содержит непрерывную составляющую. Спектр сосредоточен в некотором диапазоне вблизи основной рабочей частоты осциллятора $f \approx 1$, то есть $\omega = 2\pi f \approx \omega_0 = 2\pi$. Пики на кратных частотах обусловлены нелинейностью в цепи обратной связи.

Заключение

Предложен простой способ реализации гиперхаоса – режима, характеризующегося наличием более одного положительного показателя Ляпунова, в системе на основе осциллятора ван дер Поля с модулированной добротностью и нелинейным преобразованием сигнала в цепи запаздывающей обратной связи, предложенной в работе [7]. По существу, дело состоит только в выборе соотношения периода модуляции параметра и времени задержки сигнала в цепи обратной связи. В ситуации, когда поступающий по цепи обратной связи сигнал стимулирует возбуждение не на ближайшей очередной стадии активности, а скажем, с пропуском одной, двух, трех стадий при достаточно общих прочих условиях возникают режимы гиперхаоса соответственно с двумя, тремя, четырьмя положительными показателями Ляпунова.

В работе [1] рассмотренная выше модель с запаздыванием обсуждалась в контексте проблемы реализации гиперболического хаоса в физических системах [7–10]. Было высказано предположение, что хаотический режим с одним положительным

показателем Ляпунова ассоциируется с аттрактором типа Смейла–Вильямса, вложенного в бесконечномерное фазовое пространство системы с запаздыванием. Режимы гиперхаоса, обсуждаемые в настоящей работе, по-видимому, допускают трактовку в терминах динамики слабо связанных k подсистем, каждая из которых, согласно гипотезе, сформулированной в [1], демонстрирует гиперболическую динамику. (В самом деле, в приближении, оперирующем с последовательными фазами колебаний на активных стадиях (2), подсистемы оказываются вообще независимыми, «расцепленными».) В такой ситуации основанием для предположения о гиперболической природе хаоса служит результат, принадлежащий Синаю и Бунимовичу [11]. Он состоит в том, что для элементов, демонстрирующих гиперболический хаос, такая его природа сохраняется и в присутствии достаточной слабой связи между ними. С другой стороны, при увеличении связи гиперболичность хаоса в связанных системах нарушается. В работе [12] нарушение гиперболичности достаточно явно связывается с появлением третьего положительного показателя Ляпунова. В этом контексте вопрос о гиперболической или негиперболической природе рассмотренных здесь режимов гиперхаоса кажется интересным и заслуживающим дальнейшего исследования.

В заключение стоит отметить, что для многих приложений, таких как генерация помех, маскировка сигналов, шумовая локация, по-видимому, гиперхаос будет предпочтительным в сравнении с хаотическими режимами, обладающими одним положительным показателем Ляпунова.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ-ННИО № 09-02-00426, а также гранта Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках Программы развития научного потенциала высшей школы № 2.1.1/1738.

Библиографический список

1. Кузнецов С.П., Пономаренко В.И. О возможности реализации странного аттрактора типа Смейла–Вильямса в радиотехническом генераторе с запаздыванием // Письма в ЖТФ. 2008. Т. 34, вып. 18. С. 1.
2. Rössler O.E. An equation for hyperchaos // Phys.Lett. 1979. Vol. A71, № 2–3. P. 155.
3. Кузнецов С.П. Динамический хаос. 2-е изд. Москва: Физматлит, 2006. 356 с.
4. Farmer D.J. Chaotic attractors of an infinite-dimensional dynamical system // Physica D. Nonlinear Phenomena. 1980. Vol. 4, Issue 3. P. 366.
5. Балякин А.А., Рыскин Н.М. Особенности расчета спектров показателей Ляпунова в распределенных автоколебательных системах с запаздывающей обратной связью // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2007. Т. 15, № 6. P. 3.
6. Свейников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. М.: Наука, Главная редакция Физико-математической литературы, 1968. 464 с.
7. Kuznetsov S.P. Example of a physical system with a hyperbolic attractor of the Smale–Williams type // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 95. 144101.
8. Кузнецов С.П., Селезнев Е.П. Хаотическая динамика в физической системе со странным аттрактором типа Смейла–Вильямса // ЖЭТФ. 2006. Vol. 129, № 2. P. 400.
9. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Пиковский А.С., Тюрюкина Л.В. Хаотическая динамика в системах связанных неавтономных осцилляторов с резонансным и нерезонансным механизмом передачи возбуждения // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2007. Т. 15, № 6. P. 75.

10. *Kuznetsov S.P. and Pikovsky A.S.* Hyperbolic chaos in the phase dynamics of a Q-switched oscillator with delayed nonlinear feedbacks // *Europhysics Letters*. 2008. Vol. 84. 10013.
11. *Bunimovich L.A., Sinai Ya.G.* Spacetime chaos in coupled map lattices // *Nonlinearity*. 1988. Vol. 1. P. 491.
12. *Kuptsov P.V., Kuznetsov S.P.* Violation of hyperbolicity in a diffusive medium with local hyperbolic attractor // *Phys. Rev.* 2009. Vol. E80. 016205.

*Саратовский филиал ИРЭ РАН
Саратовский госуниверситет*

Поступила в редакцию 9.02.2010

HYPERCHAOS IN A SYSTEM WITH DELAYED FEEDBACK LOOP BASED ON Q-SWITCHED VAN DER POL OSCILLATOR

S.V. Baranov, S.P. Kuznetsov

We present a way to realize hyperchaotic behavior for a system based on Q-switched van der Pol oscillator with non-linear signal transformation in the delayed feedback loop. The results of numerical studies are discussed: time dependences of variables, attractor portraits, Lyapunov exponents, and power spectrum.

Keywords: Van der Pol oscillator, Bernoulli doubling map, Smale–Williams solenoid, hyperbolicity.



Баранов Станислав Владимирович – родился в Саратове в 1985 году. Окончил в Лицей прикладных наук (2002) и факультет нелинейных процессов СГУ (2007). В настоящее время учится в аспирантуре. Область научных интересов – динамический хаос, сложная динамика систем с запаздывающей обратной связью, различные численные характеристики сложной динамики. Принимал участие в конференциях. Автор 3 публикаций.

410012, Саратов, ул. Астраханская, 83

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

E-mail: stanislav@baranov.me



Кузнецов Сергей Петрович – родился в Москве (1951). Окончил Саратовский государственный университет (1973). С 1988 – сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники РАН, в настоящее время – заведующий лабораторией теоретической нелинейной динамики. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГУ (1977) и доктора (1987) по специальности радиофизика. Профессор кафедры динамических систем. Автор учебно-научной монографии «Динамический хаос» и учебника «Нелинейные колебания» (в соавторстве с А.П. Кузнецовым и Н.М. Рыскиным). Опубликовал свыше 180 научных статей по нелинейной динамике, радиофизике и электронике. Под руководством С.П. Кузнецова защищены семь кандидатских диссертаций. Лауреат государственной научной стипендии для ученых России (1994–1996), Соросовский доцент (1998), Соросовский профессор (2000, 2001). Член редакционной коллегии журнала «Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика».

410019, Саратов, ул. Зеленая, 38

Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН
им. В.А. Котельникова

E-mail: spkuz@rambler.ru