

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ СИСТЕМЫ
ДВУХ СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ВАН ДЕР ПОЛЯ
ВНЕШНИМ СИГНАЛОМ ПРИ ПЕРЕХОДЕ АВТОНОМНОЙ
СИСТЕМЫ В РЕЖИМ «ГИБЕЛИ КОЛЕБАНИЙ»**

А.П. Кузнецов, Е.П. Селезнев, Н.В. Станкевич

В работе исследуется система двух связанных осцилляторов ван дер Поля в режиме синхронизации 1:1 и гибели колебаний, возбуждаемая периодическим импульсным сигналом. В радиофизическом эксперименте продемонстрировано существование «островов» квазипериодических режимов на плоскости параметров период – амплитуда воздействия, а также даны иллюстрации различных типов колебаний в системе.

Ключевые слова: Связанные осцилляторы, режим гибели колебаний, квазипериодические режимы, импульсное воздействие.

Введение

В последнее время активно исследуются различные аспекты задачи о динамике связанных нелинейных систем. В природе практически невозможно встретить изолированную систему, так что исследования связанных динамических систем различной природы (физических, химических, биологических, социальных и т.д.) имеют большое значение для многих областей науки [1–8]. Взаимодействие связанных автоколебательных осцилляторов приводит к новым эффектам, таким как синхронизация, гистерезис, фазовая мультистабильность и т.д. Также одним из интересных явлений в связанных автоколебательных системах является эффект гибели колебаний (*amplitude death, oscillator death*). Этот эффект состоит в том, что в результате взаимодействия осцилляторов с увеличением связи происходит гашение автоколебаний и переход к устойчивому состоянию равновесия. Впервые данный эффект был обнаружен экспериментально в химических системах¹ [9,10]. На сегодняшний день исследованию эффекта гибели колебаний в различных аспектах посвящено достаточно большое количество работ, например, [9–27].

Наиболее простой случай, когда в системе может проявиться эффект гибели колебаний – это диссипативно связанные автоколебательные осцилляторы с различными собственными частотами. Связь между осцилляторами должна быть достаточно велика, так как она привносит в каждый из осцилляторов дополнительное

¹Иногда его называют «эффект Бар-Эли», по имени автора.

затухание, и оно не может быть компенсировано за счет энергии другого осциллятора. При этом должна быть достаточно велика и частотная расстройка, поскольку в противном случае скорости осцилляторов близки, и диссипативная связь будет недостаточной для подавления автоколебаний, так что возникает режим синхронизации [1,13]. Теоретическое рассмотрение этого эффекта было дано в [13]. Также он был обнаружен в целом ряде физических систем, например, в паре связанных термооптических осцилляторов [17].

В работах [18,21] продемонстрирована возможность эффекта гибели колебаний в системах связанных идентичных по частоте осцилляторов, но с нелинейной связью. Возможность реализации режима гибели колебаний обнаружена также для систем связанных осцилляторов с одинаковыми частотами и с запаздыванием [15,16]. Для связанных систем с запаздыванием данный эффект проявляется не только в том случае, когда несвязанные подсистемы демонстрируют периодическое поведение, но и для осцилляторов в хаотическом режиме [19]. Эффект гибели колебаний для хаотических осцилляторов Ресслера наблюдался в [28]. В недавней работе [29] демонстрируется возможность эффекта гибели колебаний в хаотических системах Ресслера и Лоренца, а также обсуждается обобщенный характер данного эффекта. Отметим, что эффект гибели колебаний наблюдается и в случае связи разнотипных систем, например осциллятора ван дер Поля и брюсселятора [30] или осциллятора ван дер Поля и автогенератора Кислова–Дмитриева [31].

Таким образом, можно сказать, что эффект гибели колебаний носит общий характер для систем связанных автоколебательных осцилляторов. Об этом также можно судить по тому, что он был обнаружен в экспериментах для систем различной природы: химических [9,10], физических [11,15,16], электрохимических [24] и электробиологических [23].

Интересным представляется вопрос о динамике возбуждаемой внешним сигналом системы двух автоколебательных осцилляторов, которые в отсутствие внешнего сигнала могут демонстрировать переход в режим «гибели колебаний». На первый взгляд представляется, что система в этом случае будет вести себя просто как диссипативный осциллятор. Оказывается, это не совсем так. Наблюдается более сложное поведение системы, в частности, выявляется картина определенных трансформаций квазипериодических режимов, которая и является предметом численного и экспериментального исследования в настоящей работе².

1. Динамика возбуждаемой импульсами системы двух диссипативно связанных осцилляторов ван дер Поля

Рассматривается система возбуждаемых импульсами двух связанных автоколебательных осцилляторов ван дер Поля

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} - (\lambda - x^2) \frac{dx}{dt} + x + \mu \left(\frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} \right) &= A \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT), \\ \frac{d^2y}{dt^2} - (\lambda - y^2) \frac{dy}{dt} + (1 + \Delta)y + \mu \left(\frac{dy}{dt} - \frac{dx}{dt} \right) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

²Следует отметить, что задача о возбуждении пассивных осцилляторов внешним сигналом [32] не дает возможность пронаблюдать соответствующую трансформацию картины от «традиционной» системы языков Арнольда, погруженных в область квазипериодических колебаний.

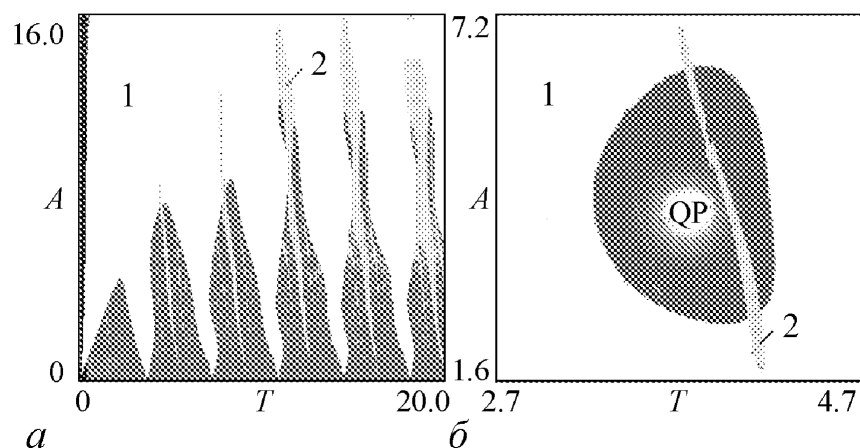


Рис. 1. Плоскость параметров период T - амплитуда воздействия A возбуждаемой системы (1) при $\lambda = 1$, $\mu = 1.3$: a - в случае, когда система демонстрирует режим синхронизации 1:1, $\Delta = 4$; b - когда система демонстрирует режим гибели колебаний, $\Delta = 6$

Здесь x, y - динамические переменные; λ - параметр, характеризующий степень превышения порога бифуркации Андронова-Хопфа в отдельных осцилляторах; Δ - частотная расстройка второго осциллятора относительно первого в отсутствие связи; μ - коэффициент диссипативной связи; A - амплитуда импульсов; T - период воздействия. Внешнее воздействие выбираем в виде коротких импульсов, периодически сообщающих системе определенный «толчок»³.

На рис. 1 представлены две карты динамических режимов для системы (1) на плоскости параметров период T - амплитуда A воздействия. Карты построены следующим образом: в каждой точке плоскости параметров в стробоскопическом сечении Пуанкаре определялся период режима, реализующегося в системе, в соответствии с этим точка плоскости параметров окрашивалась в тот или иной цвет. На карте белый цвет отвечает режиму периода 1, светло-серый - режиму периода 2 и т.д.; черный цвет соответствует неперiodическим режимам. Внешнее воздействие подавалось на систему связанных осцилляторов в режиме синхронизации с соотношением частот 1:1 (рис. 1, a) и в режиме гибели колебаний (рис. 1, b).

При этом обнаруживаются следующие особенности. Когда в автономной системе наблюдается захват частот колебаний осцилляторов с соотношением 1:1, в неавтономном режиме картина синхронизации (см. рис. 1, a) в определенной мере аналогична случаю воздействия импульсами на отдельный осциллятор ван дер Поля [37]. Имеется набор языков синхронизации (основных и высших порядков), встроены в область квазипериодических режимов.

При переходе связанных осцилляторов в режим гибели колебаний (см. рис. 1, b) области квазипериодических режимов «отрываются» от оси нулевой амплитуды воздействия и образуют отдельные изолированные «острова». Некоторые из областей периодических режимов, например, область периода 2, образуют узкие «окна»

³Такой тип сигнала достаточно популярен в нелинейной динамике [33-36]. Например, воздействие короткими импульсами на нелинейный осциллятор Дуффинга приводит к одной из эталонных моделей нелинейной динамики - отображению Икеды [35,36].

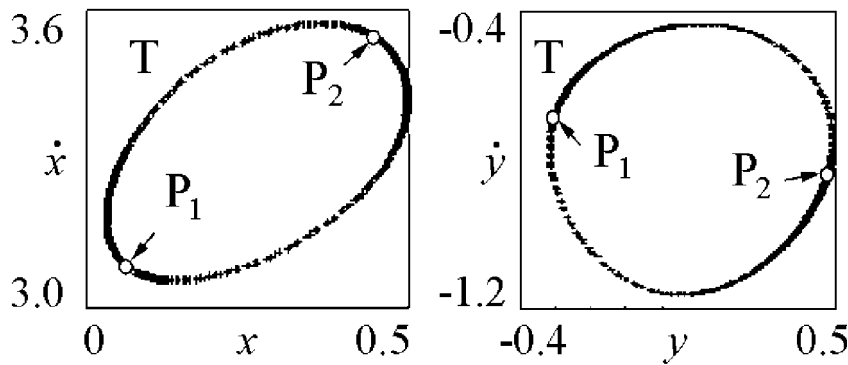


Рис. 2. Проекция стробоскопических сечений Пуанкаре на плоскости (x, \dot{x}) и (y, \dot{y}) : T – инвариантная кривая для квазипериодического режима, P_1, P_2 – 2-цикл, рождающийся из инвариантной кривой

периодичности, пересекающие острова. «Окна» сформировались из высших языков синхронизации разной кратности. На рис. 2 изображены стробоскопические сечения Пуанкаре первого и второго осцилляторов для такого «окна», отвечающие 2-циклу (на рисунке указаны стрелками и буквами P_1, P_2) и инвариантной кривой (T). Можно видеть, что наблюдаемые периодические режимы являются результатом синхронизации на инвариантной кривой (торе для исходной системы).

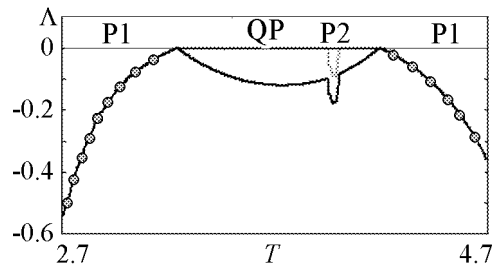


Рис. 3. Графики зависимости двух старших показателей Ляпунова от периода воздействия при пересечении острова по линии постоянной амплитуды $A = 4.3$ ($\lambda = 1, \mu = 1.3, \Delta = 6$)

Квазипериодические режимы наблюдаются внутри всей черной области на рис. 1, б, что можно проиллюстрировать с помощью анализа спектра показателей Ляпунова. На рис. 3 изображены графики зависимости двух старших показателей Ляпунова от периода воздействия системы (1). Так как система неавтономная, то размерность ее фазового пространства $N = 5$, соответственно, она имеет 5 показателей Ляпунова, один из которых всегда равен нулю и два наименьших показателя – всегда отрицательные. Зависимость двух оставшихся показателей от параметра T представлена на рис. 3. Светло-серым изображен первый (старший) показатель Ляпунова, темно-серым – второй, точками отмечены области, где первый и второй показатели имеют одинаковые значения. Как видно из рисунка, второй показатель всегда отрицателен, а старший в некотором интервале параметра T становится нулевым, что подтверждает квазипериодический характер наблюдаемого режима. Хорошо виден «провал» старшего показателя Ляпунова в отрицательную область, соответствующий языку синхронизации высшего порядка.

При дальнейшем продвижении в область гибели колебаний в системе без воздействия, то есть при увеличении частотной расстройки Δ осцилляторов, в неавтономной системе (1) на плоскости параметров период – амплитуда внешнего сигнала острова квазипериодических режимов постепенно уменьшаются в размерах и поэтапно «вымирают».

2. Экспериментальное исследование

Теперь перейдем к экспериментальному исследованию системы двух диссипативно связанных осцилляторов ван дер Поля под импульсным воздействием. Схема экспериментальной установки (рис. 4) включает в себя два автогенератора – обозначены $\Gamma 1$ и $\Gamma 2$. Каждый из генераторов состоит из колебательного контура, образованного катушкой индуктивности L и конденсатором $C_{1,2}$, нелинейных элементов в виде встречно-параллельно включенных полупроводниковых диодов D_{1-6} ; возбуждение автоколебаний осуществляется за счет отрицательного сопротивления $-r$, собранного на основе операционных усилителей ОУ4 и ОУ7. Связь обеспечивается переменным резистором R_C , включенным между идентичными точками автогенераторов. На генератор 1 подается внешнее воздействие в виде коротких прямоугольных импульсов положительной полярности, формируемых стандартным генератором типа Г5-54. Операционный усилитель ОУ1 используется для развязки импульсного генератора и исследуемой схемы, ОУ2 и ОУ3 используются для развязки измерительных приборов, а ОУ5 и ОУ6 – для дифференцирования выходных сигналов автогенераторов. Конденсатор переменной емкости C_6 использовался для плавной, а ключи $K_1 - K_3$ и конденсаторы $C_3 - C_5$ – для ступенчатой перестройки частоты генератора 2. Параметры соответствующих элементов генераторов: индуктивностей колебательных контуров, диодов, элементов с отрицательным сопротивлением, дифференцирующих усилителей – подбирались близкими.

На рис. 5 приведена упрощенная схема экспериментальной установки. Записав закон Кирхгофа для узловых точек, обозначенных U и \tilde{U} на схеме, и предпо-

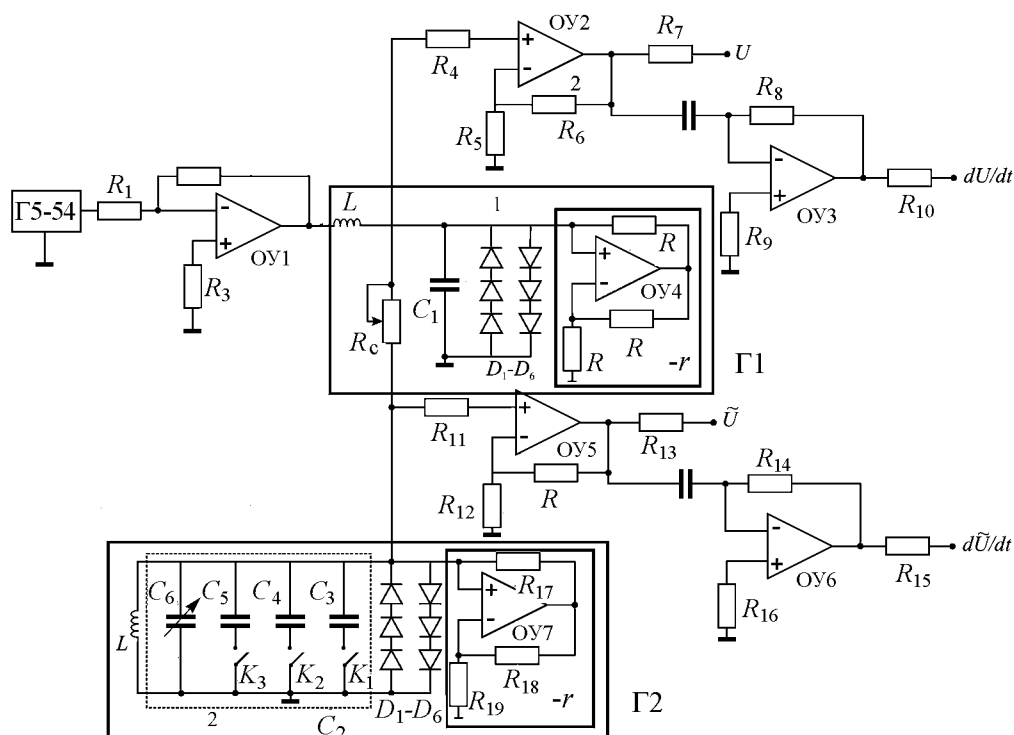


Рис. 4. Схема экспериментальной установки двух связанных автогенераторов под импульсным воздействием

ложив, что вольт-амперная характеристика диода описывается выражением $f(U) = I_0(e^{U/\varphi} - 1)$ (здесь I_0 – ток насыщения диода, $\varphi = kT/e$ – температурный потенциал, $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана, T – температура, $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона), после некоторых алгебраических преобразований легко получить

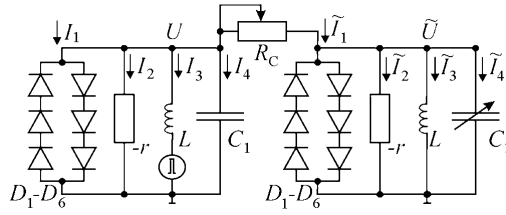


Рис. 5. Упрощенная схема двух связанных автогенераторов под импульсным воздействием, используемая для применения законов Кирхгофа

$$\begin{aligned} \frac{d^2U}{dt^2} - \frac{1}{C_1} \left(\left(\frac{1}{r} - \frac{2I_0}{3\varphi} \right) - \frac{I_0}{27\varphi^3} U^2 \right) \frac{dU}{dt} + \frac{1}{C_1 L} U + \frac{1}{R_c C_1} \left(\frac{dU}{dt} - \frac{d\tilde{U}}{dt} \right) = \\ = A \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT), \\ \frac{C_2}{C_1} \frac{d^2\tilde{U}}{dt^2} - \frac{1}{C_1} \left(\left(\frac{1}{r} - \frac{2I_0}{3\varphi} \right) - \frac{I_0}{27\varphi^3} \tilde{U}^2 \right) \frac{d\tilde{U}}{dt} + \frac{1}{C_1 L} \tilde{U} + \frac{1}{R_c C_1} \left(\frac{d\tilde{U}}{dt} - \frac{dU}{dt} \right) = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где T – период; $A = V_0/(C_1 L)$ – амплитуда импульсного сигнала; V_0 – напряжение, подаваемое генератором импульсов на первый генератор. В эксперименте вместо дельта-импульсов использовались прямоугольные импульсы высокой скважности и большой амплитуды. Таким образом, рассматриваемая система описывается уравнениями, по структуре аналогичными (1), но в размерной форме.

В эксперименте можно изменять величину связи осцилляторов, варьируя сопротивление R_C , частотную расстройку осцилляторов, варьируя емкости конденсаторов. Также можно изменять параметры внешнего сигнала: среднеквадратичное напряжение \bar{V} , подаваемое генератором импульсов, из которого легко рассчитать напряжение, подаваемое на первый осциллятор $V_0 = \bar{V}\tau/T$, или амплитуду A внешнего сигнала; период следования импульсов T и длительность импульса τ , которая была выбрана достаточно малой относительно периода следования импульсов, $\tau = 150$ мкс.

Сначала была исследована автономная система, то есть без внешнего воздействия. В эксперименте реализованы следующие значения параметров: $r = -410$ кОм, $C_1 = 20000$ нФ, $L = 0.947$ Гн, общее сопротивление R_C менялось от 1 до 50 кОм, а емкость C_2 – от 1.5 до 4 нФ. В качестве частотной расстройки использовался параметр $\Delta = \lg(C_1/C_2)$, а в качестве параметра связи – $\mu = 1/R_C$.

На рис. 6, а представлена полученная экспериментально карта динамических режимов на плоскости частотная расстройка осцилляторов – величина связи. При этом выбрана область достаточно больших частотных расстроек осцилляторов. На карте присутствуют те же характерные области, что выявлены при аналитическом рассмотрении и численном исследовании [1,13]: область синхронизации 1:1, область квазипериодических режимов и область гибели колебаний. Одним из отличий от классической картины [1,13] является наличие узкой полосы синхронизации 1:1 между областью гибели колебаний и областью квазипериодических режимов. Наличие этой полосы объясняется эффектом широкополосной синхронизации в системе двух диссипативно связанных осцилляторов ван дер Поля с неидентичными параметрами [26,27]. Хотя осцилляторы в нашем рассмотрении предполагаются идентичными по управляющим параметрам (параметры λ), но реализовать условие

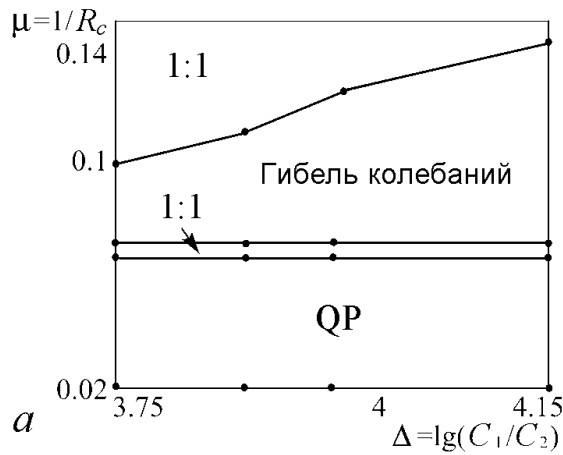
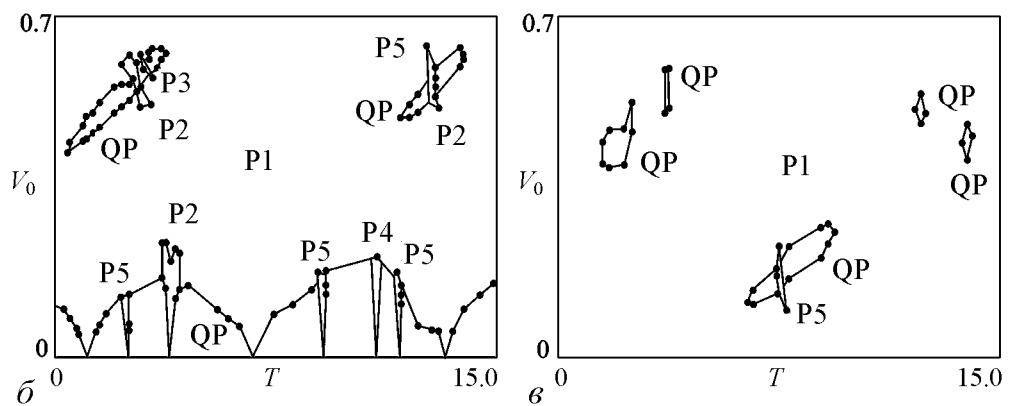


Рис. 6. Экспериментальная карта динамических режимов системы двух связанных автогенераторов ван дер Поля. *a* – без внешнего воздействия; *b*, *в* – с импульсным воздействием: *b* – в автономном режиме система демонстрирует режим захвата; *в* – в автономном режиме система демонстрирует гибель колебаний. Обозначения: P1, P2, и т.д. – режимы периода 1, 2 и т.д.; QP – квазипериодические режимы



идентичности экспериментально достаточно сложно. В уравнении (6) параметр, отвечающий за частотную расстройку C_1/C_2 , стоит перед второй производной. Если емкости генераторов различны, что необходимо для введения частотной расстройки осцилляторов и проявления эффекта гибели колебаний, то автоматически вносится неидентичность во второе слагаемое уравнения (6) и, таким образом, мы получаем два генератора, неидентичных по величине отрицательного сопротивления. Поэтому экспериментально параметры отрицательных сопротивлений подбирались так, чтобы полоса широкополосной синхронизации была как можно уже.

Теперь зафиксируем параметр частотной расстройки, то есть емкости конденсаторов: $C_1 = 22000$ нФ, $C_2 = 3$ нФ, выберем значение параметра связи R_C так, чтобы автономная система демонстрировала синхронные автоколебания ($R_C = 8.5$ кОм), и добавим импульсное воздействие. Для выбранных значений на плоскости параметров (T, V_0) построена карта динамических режимов (рис. 6, б).

Из сопоставления рис. 6, б и рис. 1, а видно, что общие черты картины синхронизации для экспериментальной системы сохраняются. При малых амплитудах внешнего сигнала мы видим набор языков синхронизации, встроенных в область квазипериодических режимов. Также наблюдаются языки синхронизации на субгармониках, например, языки периодов 4 и 5, и большой язык синхронизации периода 2. При увеличении амплитуды на карте доминирует область периода 1 в стробоскопическом сечении, но в ней наблюдаются острова квазипериодических режимов.

Теперь увеличим значение параметра связи R_C до 10 кОм, чтобы перейти в область гибели колебаний. Для этого случая на рис. 6, в приведена экспериментально полученная карта режимов для системы двух связанных генераторов ван дер

Поля под импульсным воздействием на плоскости параметров внешнего сигнала. Рис. 6, *в* сопоставим с рис. 1, *б*. Видно, что при переходе автономной системы в область гибели колебаний появляется амплитудный порог возникновения квазипериодических режимов, области этих режимов образуют изолированные острова на плоскости параметров внешнего сигнала. Острова пересекают узкие языки синхронизации высших порядков. Острова, наблюдающиеся в области больших амплитуд, уменьшаются в размерах по сравнению с неавтономной системой в режиме синхронизации осцилляторов (см. рис. 6, *а*).

На рис. 7 изображены фотографии фазовых портретов, наблюдаемые на электронном осциллографе. В колонке слева представлены фазовые портреты системы

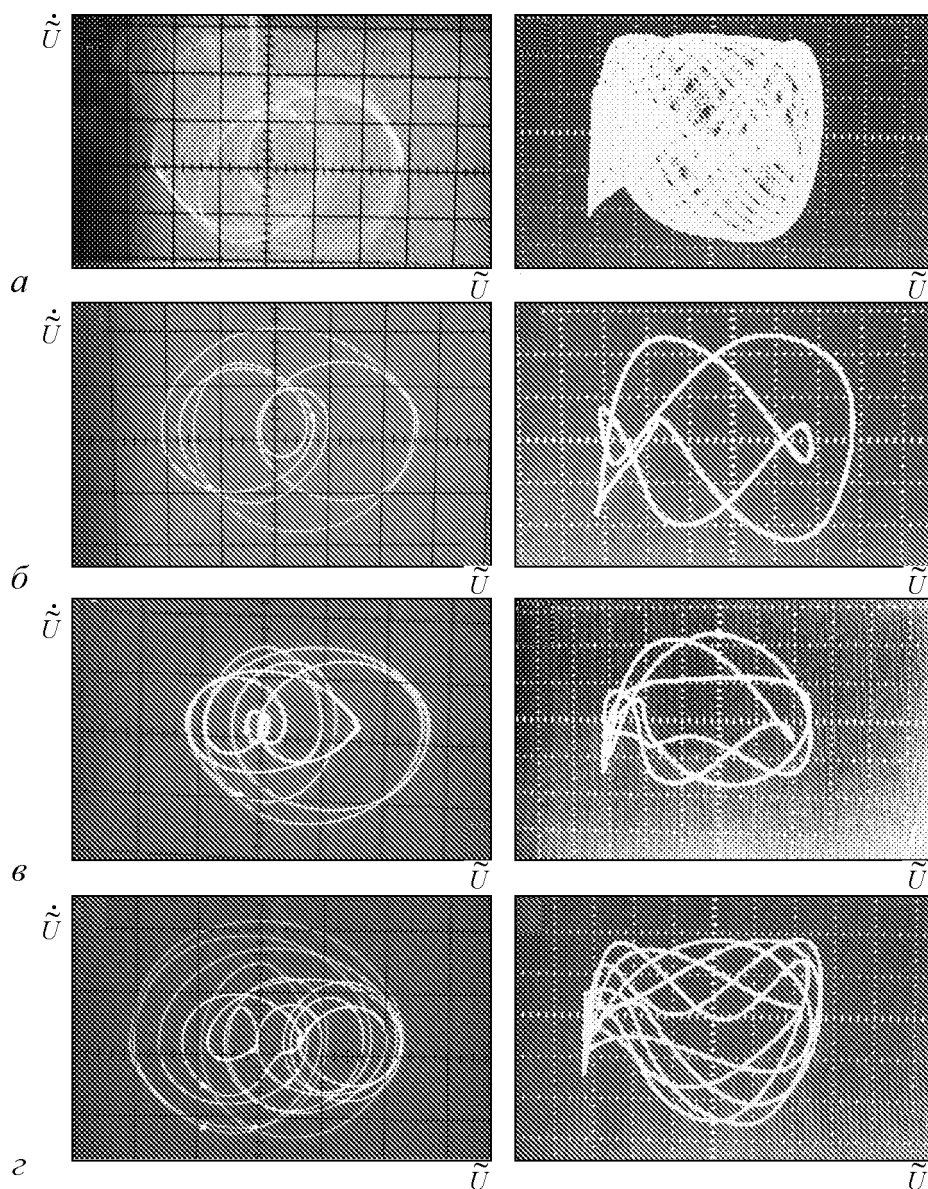


Рис. 7. Фазовые портреты системы двух связанных автогенераторов ван дер Поля с импульсным воздействием, сфотографированные с экрана осциллографа: *а* – квазипериодический режим; *б* – режим периода 2; *в* – режим периода 3; *г* – режим периода 5

на плоскости переменных второго генератора $(\tilde{U}, \dot{\tilde{U}})$, яркими точками отмечено стробоскопическое сечение Пуанкаре. В эксперименте сечение Пуанкаре визуализировалось следующим образом: импульс подавался на вход «Z», управляющий яркостью электронного луча осциллографа, в результате чего на экране формировалась картина, соответствующая аттрактору в стробоскопическом сечении. Введение временного сдвига между воздействующим и подсвечивающим импульсами позволяло смещать сечение по проекции аттрактора. В колонке справа показаны фигуры Лиссажу (U, \tilde{U}) для наиболее характерных точек плоскости параметров. На фазовом портрете (рис. 7, а) можно видеть замкнутую инвариантную кривую в стробоскопическом сечении Пуанкаре, что подтверждает квазипериодический характер режима. Рис. 7, б, в и г соответствуют режимам периода 2, 3 и 5, что также хорошо видно по количеству точек в стробоскопическом сечении Пуанкаре. Можно отметить особенность рассматриваемой системы: фазовые траектории являются достаточно сложными орбитами, содержащими большое число витков, несмотря на небольшую величину периода в сечении Пуанкаре. Это иллюстрирует сложный характер движения связанных осцилляторов в режиме, когда диссипативная связь существенно подавляет собственные автоколебания.

При дальнейшем увеличении параметра связи R_C острова квазипериодических режимов исчезают. Так, например, при $R_C = 12$ кОм осцилляторы, возбуждаемые импульсами, демонстрируют только режим синхронизации 1:1.

Заключение

Эффект гибели колебаний диссипативно связанных автоколебательных осцилляторов является характерным «общеколебательным» эффектом. Как радиофизический эксперимент, так и численное моделирование показывают, что в этом режиме внешнее импульсное воздействие может инициировать квазипериодические колебания осцилляторов. При этом на плоскости параметров период – амплитуда воздействия возникают острова квазипериодических режимов, которые пересекаются системой мелкомасштабных областей синхронных режимов. Возникновение квазипериодических режимов носит пороговый характер по амплитуде воздействия. При продвижении по параметру Δ вглубь области гибели колебаний автономной системы острова последовательно исчезают. Фазовые траектории осцилляторов в таких режимах являются достаточно сложными орбитами, содержащими большое число витков, несмотря на небольшую величину периода в сечении Пуанкаре.

Работа поддержана грантами РФФИ (грант № 09-02-00707-а) и Программой развития научного потенциала высшей школы Минобрнауки РФ (грант № 2.1.1/1738).

Библиографический список

1. Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003. 508 с.
2. Ланда П.С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. М.: Наука, 1980. 360 с.
3. Блехман И.И. Синхронизация динамических систем. М.: Наука, 1971. 896 с.
4. Глас Л., Мэки М. От часов к хаосу. Ритмы жизни. М.: Мир, 1991. 248 с.

5. *Winfree A.* The Geometry of Biological Time. New York: Springer-Verlag, second edition, 2001. 777 p.
6. *Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Стрелкова Г.И.* Синхронизация регулярных, хаотических и стохастических колебаний. Москва; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2008. 144 с.
7. *Kuramoto Y.* Chemical oscillations, waves and turbulence. Berlin: Springer, 1984. 164 p.
8. *Kaneko K.* Theory and applications of coupled map lattices. New York, 1993.
9. *Bar-Eli K.* Coupling of chemical oscillators // *J.Phys.Chem.* 1984. Vol. 88. P. 3616.
10. *Bar-Eli K.* On the stability of coupled chemical oscillators // *Physica D.* 1985. Vol. 14. P. 242.
11. *Астахов В.В., Безручко Б.П., Селезнёв Е.П.* Изменение структуры разбиения плоскости параметров стохастической системы при возбуждении дополнительной моды // *Письма в ЖТФ.* 1987. Т. 13, вып. 8. С. 449.
12. *Ermentrout G.B., Kopell N.* Oscillator death in systems of coupled neural oscillators // *J. Appl. Math.* 1990. Vol. 50. P. 125.
13. *Aronson D.G., Ermentrout G.B., Kopell N.* Amplitude response of coupled oscillators // *Physica D.* 1990. Vol. 41. P. 403.
14. *Mirollo R.E., Strogatz S.H.* Amplitude death in array of limit-cycle oscillators // *J. Stat. Phys.* 1990. Vol. 60. P. 245.
15. *Ramana Reddy D.V., Sen A., Johnston G.L.* Time delay induced death in coupled limit cycle oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 80. P. 5109.
16. *Ramana Reddy D.V., Sen A., Johnston G.L.* Experimental evidence of time-delay-induced death in coupled limit-cycle oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol. 85. P. 3381.
17. *Herrero M., Figueras M., Rius J., Pi F., Orriols G.* Experimental observation of the amplitude death effect in two coupled nonlinear oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol. 84. P. 5312.
18. *Atay M.* Total and partial amplitude death in networks of diffusively coupled oscillators // *Physica D.* 2003. Vol. 183. Is.1-2. P. 1.
19. *Prasad A.* Amplitude death in coupled chaotic oscillators // *Phys. Rev. E.* 2005. Vol. 72. 056204.
20. *Karnatak R., Ramaswamy R., Prasad A.* Amplitude death in the absence of time delays in identical coupled oscillators // *Phys. Rev. E.* 2007. Vol. 76. 035201.
21. *Prasad A., Dhamala M., Adhikari B.M., Ramaswamy R.* Amplitude death in nonlinear oscillators with nonlinear coupling // *Phys. Rev. E.* 2010. Vol. 81. 027201.
22. *Hou Z., Xin H.* Oscillator death on small-world networks // *Phys. Rev. E.* 2003. Vol. 68. 055103.
23. *Ozden I., Venkataramani S., Long M.A., Connors B.W., Nurmikko A.V.* Strong coupling of nonlinear electronic and biological oscillators: reaching the «amplitude death» regime // *Phys. Rev. Lett.* 2004. Vol. 93. 158102.
24. *Zhai Y., Kiss I.Z., Hudson J.L.* Amplitude death through a Hopf bifurcation in coupled electrochemical oscillators: experiments and simulations // *Phys. Rev. E.* 2004. Vol. 69. 026208.
25. *Кузнецов А.П., Паксютов В.И.* О динамике двух осцилляторов ван дер Поля–Дуффинга с диссипативной связью // *Изв. вузов. ПНД.* 2003. Т. 11, № 6. С. 48.
26. *Кузнецов А.П., Емельянова Ю.П., Селезнев Е.П.* Синхронизация связанных ав-

- токолебательных осцилляторов с неидентичными параметрами // Изв. вузов. ПНД. 2010. Т. 18, № 2. С. 62.
27. *Kuznetsov A.P., Roman Ju.P.* Properties of synchronization in the systems of non-identical coupled van der Pol and van der Pol–Duffing oscillators. Broadband synchronization // *Physica D*. 2009. Vol. 238, № 16. P. 1499.
 28. *Osipov G.V., Pikovsky A.S., Rosenblum M.G.* Phase synchronization effects in a lattice of nonidentical Rössler oscillators // *Phys. Rev. E*. 1997. Vol. 55. P. 2353.
 29. *Resmi V., Ambika G., Amritkar R.E.* General mechanism for death in coupled systems. Preprint nlin arXiv:1101.5340, 2011.
 30. *Емельянова Ю.П., Кузнецов А.П.* Связанные автоколебательные осцилляторы разной природы на примере системы ван дер Поля и брюсселятора // Изв. вузов. ПНД. 2010. Т. 18, № 5. С. 80.
 31. *Емельянова Ю.П., Кузнецов А.П.* Синхронизация связанных автогенераторов ван дер Поля и Кислова–Дмитриева // *ЖТФ*. 2011. Т. 81, вып. 4. С. 7.
 32. *Kozlowski J., Parlitz U., Lauterborn W.* Bifurcation analysis of two coupled periodically driven Duffing oscillators // *Phys. Rev. E*. 1995. Vol. 51, № 3. P. 1861.
 33. *Кузнецов А.П., Станкевич Н.В., Тюрюкина Л.В.* Эффект «вымирания» квази-периодических режимов в системе диссипативно связанных осцилляторов ван дер Поля с импульсным воздействием // *Письма в ЖТФ*. 2008. Т. 34, вып. 15. С. 22.
 34. *Ланда П.С.* Нелинейные колебания и волны. М.: Наука, 1997. С. 496.
 35. *Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.М.* Нелинейные колебания. М.: Физматлит, 2002. С. 292.
 36. *Кузнецов С.П.* Динамический хаос. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Физматлит, 2006. С. 355.
 37. *Кузнецов А.П., Тюрюкина Л.В.* Осциллятор ван дер Поля с импульсным воздействием: от потока к отображениям // Изв. вузов. ПНД. 2001. № 6. С. 69.
- | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><i>Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского</i>
 <i>Саратовский государственный технический университет</i>
 <i>Саратовский филиал ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН</i></p> | <p><i>Поступила в редакцию 11.05.2011</i>
 <i>После доработки 7.10.2011</i></p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|

**THE RESEARCH OF EXCITED BY EXTERNAL SIGNAL
SYSTEM OF TWO COUPLED VAN DER POL OSCILLATORS
AT TRANSITION TO THE REGIME OF AMPLITUDE DEATH
IN THE AUTONOMOUS SYSTEM**

A.P. Kuznetsov, E.P. Seleznev, N.V. Stankevich

Pulsed driven system of two coupled van der Pol oscillators in the regime of synchronization 1:1 and «oscillator death» is researched. The existence of islands of quasi-periodic regimes on the parameter plane period – amplitude of perturbation in the radiophysics experiment are shown. The different types of oscillations in this system are illustrated.

Keywords: Coupled oscillators, regime of amplitude death, quasi-periodic regimes, pulsed action.



Кузнецов Александр Петрович – родился в 1957 году. Доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники РАН, профессор Саратовского государственного университета, заведующий базовой кафедрой динамических систем СГУ в СФ ИРЭ РАН. Специалист по нелинейной динамике, теории динамического хаоса и теории критических явлений. Занимается использованием идей теории катастроф и теории бифуркаций, а также развитием концепции сценариев перехода к хаосу применительно к многопараметрическим модельным и физическим нелинейным системам. Лауреат гранта Президента Российской Федерации для молодых российских ученых – докторов наук. Лауреат персонального гранта Фонда содействия отечественной науки. Соросовский профессор (2000, 2001), научный руководитель студенческой лаборатории «Теоретическая нелинейная динамика». Опубликовал более 100 научных работ. Автор нескольких оригинальных учебных курсов для факультета нелинейных процессов и Лицея прикладных наук СГУ, 10 учебных пособий и монографии «Нелинейные колебания» (совместно с С.П. Кузнецовым и Н.М. Рыскиным. М.: Физматлит, 2002).

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: arkuz@rambler.ru



Кузнецов Александр Петрович – родился в 1957 году. Доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники РАН, профессор Саратовского государственного университета, заведующий базовой кафедрой динамических систем СГУ в СФ ИРЭ РАН. Специалист по нелинейной динамике, теории динамического хаоса и теории критических явлений. Занимается использованием идей теории катастроф и теории бифуркаций, а также развитием концепции сценариев перехода к хаосу применительно к многопараметрическим модельным и физическим нелинейным системам. Лауреат гранта Президента Российской Федерации для молодых российских ученых – докторов наук. Лауреат персонального гранта Фонда содействия отечественной науки. Соросовский профессор (2000, 2001), научный руководитель студенческой лаборатории «Теоретическая нелинейная динамика». Опубликовал более 100 научных работ. Автор нескольких оригинальных учебных курсов для факультета нелинейных процессов и Лицея прикладных наук СГУ, 10 учебных пособий и монографии «Нелинейные колебания» (совместно с С.П. Кузнецовым и Н.М. Рыскиным. М.: Физматлит, 2002).

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: arkuz@rambler.ru



Станкевич Наталья Владимировна - родилась в 1985 году. С 2000 по 2002 год обучалась в Лицее прикладных наук. В 2002 году поступила в Саратовский госуниверситет на факультет нелинейных процессов. В 2007 году окончила университет с красным дипломом. В 2011 году под руководством проф., д.ф.-м.н. А.П. Кузнецова защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. В настоящее время доцент кафедры «Радиотехника» Саратовского государственного технического университета им. Ю.А. Гагарина. Занимается исследованием особенностей синхронизации короткими импульсами в многомерных автоколебательных системах. Автор более 30 публикаций, в том числе 10 статей в российских и зарубежных журналах. В 2009 году получила поддержку Германской службы академических обменов (DAAD) и совершила визит в научную группу Аркадия Пиковского (г. Потсдам).

410054 Саратов, ул. Политехническая, 77
Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина
E-mail: stankevichnv@mail.ru