

**ВЕСТНИК
САРАТОВСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
2013**

№ 3 (72)

Научно-технический журнал

Издается с 2003 г.

Выходит один раз в квартал

Сентябрь 2013 года

*Журнал включен в перечень ведущих
рецензируемых журналов и научных изданий,
утвержденный президиумом ВАК
Министерства образования и науки РФ,
в которых публикуются основные научные
результаты диссертаций на соискание
ученых степеней доктора и кандидата наук*

**Главный редактор
Зам. главного редактора
Ответственный секретарь**

д.и.н., профессор И.Р. Плеве
д.т.н., профессор А.А. Сытник
д.ф.-м.н., профессор В.В. Астахов

Редакционный совет: д.т.н. В.И. Волчихин, д.т.н. В.А. Голенков, д.и.н. В.А. Динес,
д.х.н. В. Зеленский (Польша), д.т.н. В.А. Игнатъев, д.т.н. В.В. Калашников, д.т.н. И.А. Новаков,
д.и.н. И.Р. Плеве (председатель), д.т.н. А.Ф. Резчиков, д. социол. н. С.Б. Суровов,
д.т.н. А.А. Сытник (заместитель председателя), д.ф.-м.н. Я. Аврейцевич (Польша),
д.э.н. У. Арнольд (Германия), д.ф.-м.н. Э. Мерсер (Великобритания), д.э.н. Э. де Соузе Феррейра
(Португалия), д.т.н. Т. Чермак (Чехия), д.э.н. Ю.В. Шленов

Редакционная коллегия: д.т.н. В.А. Крысько, д.ф.-м.н. В.В. Астахов,
д.х.н. А.В. Гороховский, д.т.н. В.Н. Лясников, д.ф.-м.н. Л.А. Мельников, д.т.н. Р.З. Аминов,
д.т.н. Ю.Г. Иващенко, д.т.н. А.С. Денисов, д.т.н. А.А. Сытник, д.т.н. А.А. Большаков, д.филос.н.
Д.В. Михель, д.биол.н. Е.И. Тихомирова, д.э.н. А.Н. Плотников, д.и.н. Г.В. Лобачева

Редактор Л.А. Скворцова
Компьютерная верстка Н.В. Лукашовой
Перевод на английский язык А.Х. Аскаровой

Адрес редакции:
Саратов, 410054, ул. Политехническая, 77
Телефон: (845 2) 99-87-39
E-mail: vestnik@sstu.ru
<http://dni.sstu.ru/vestnik.nsf>
Факс: (845 2) 52-53-02

Подписано в печать 25.09.13
Формат 60×84 1/8 Бум. офсет.
Усл. печ. л. 36,0 Уч.-изд. л. 19,3
Тираж 500 экз. Заказ 224
Отпечатано в Издательстве СГТУ,
410054, г. Саратов, ул. Политехническая, 77

Полная электронная версия журнала размещена в системе РИНЦ
в открытом доступе на платформе eLIBRARY.RU

Подписной индекс 18378
(каталог «Газеты. Журналы» на 1-е полугодие 2014 г.)

УДК 53.043

Д.С. Аржанухина

**СХЕМЫ ЭЛЕКТРОННЫХ УСТРОЙСТВ С ГИПЕРБОЛИЧЕСКИМ
ХАОСОМ НА ОСНОВЕ СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ВАН ДЕР ПОЛЯ**

Приводятся схемы электронных устройств на основе связанных осцилляторов ван дер Поля. Поведение фаз осцилляторов за период модуляции для первой системы соответствует отображению Аносова, демонстрирующему хаотическую динамику, а для второй – отображению Фибоначчи с модификацией, приводящей к возникновению гиперболического DA-аттрактора. Благодаря свойству структурной устойчивости, позволяющему варьировать систему, сохраняя тип динамики, такие схемы представляют интерес с практической точки зрения. Они могут использоваться для передачи и кодирования информации, генерации случайных чисел, криптографических схем.

Аттрактор, гиперболический хаос, отображение «кот Арнольда», отображение Фибоначчи, осциллятор ван дер Поля

D.S. Arzhanukhina

DIAGRAM OF THE ELECTRONIC HYPERBOLIC CHAOS ON THE BASIS OF RELATED VAN DER POL OSCILLATORS

Schemes of an electronic device based on coupled van der Pol oscillators. Oscillator phase behavior during the modulation period for the first system corresponds to the mapping Anosov exhibit chaotic dynamics, and for the second - display Fibonacci modification leading to the emergence of DA-hyperbolic attractor. Due to the property of structural stability, which allows to vary the system, keeping the type of dynamics, such schemes are of interest from a practical point of view. They can be used for transmission and coding, generating random numbers, cryptographic schemes.

Attractor hyperbolic chaos mapping «Arnold cat» display Fibonacci van der Pol oscillator

Введение

Одним из наиболее изученных классов динамических систем с хаотическим поведением являются системы с гиперболическими хаотическими аттракторами [1-7]. Такие системы представляют практический интерес. Благодаря свойству структурной устойчивости (нечувствительности динамики к малому изменению параметров уравнений) и возможности строгого математического описания физическая реализация систем с гиперболическим хаосом является перспективной с точки зрения применения в радиотехнических приложениях. В частности, генераторы хаоса на этой основе могут использоваться в информационно-коммуникационных целях.

В качестве особого класса систем со структурно устойчивым хаосом выступают системы Аносова [8,9]. В этих системах фазовое пространство целиком представляет собой гиперболическое инвариантное множество, и все траектории являются седловыми. Простейшим примером системы Аносова может служить отображение Фибоначчи:

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + \varphi_{n-1} \pmod{1}. \quad (1)$$

Двукратную итерацию (1) называют отображением «кот Арнольда» [10-12]:

$$(X_{n+1}, Y_{n+1}) = (X_n + Y_n, X_n + 2Y_n) \pmod{1}, \quad (2)$$

поскольку В.И. Арнольд использовал графическую иллюстрацию действия этого отображения на область в виде головы кота.

Данное отображение является консервативной системой и, следовательно, аттракторов для него не существует. Для того чтобы система стала диссипативной и возник аттрактор, отображение модифицируют согласно [8]. Для этого к правой части уравнения добавляется член такого вида, что неподвижная седловая точка исходной системы становится отталкивающей, вдоль линии, отвечавшей ранее устойчивому многообразию, и в ее окрестности возникают две седловые точки, тогда как вдоль неустойчивого направления движение не меняется (рис.1) [5]. В результате получается гиперболический аттрактор, называемый DA аттрактором («Derived from Anosov»).

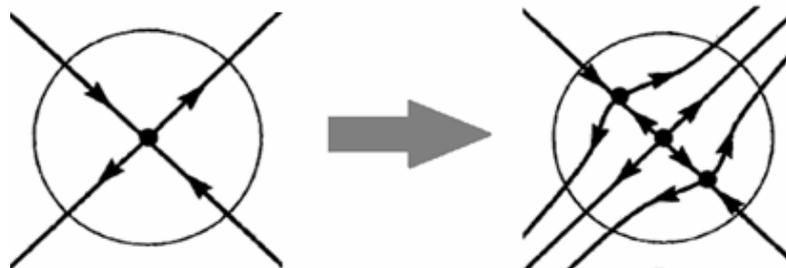


Рис. 1. Иллюстрация модификации отображения в окрестности неподвижной точки (рисунок из статьи [5])

Примерами систем с гиперболическими аттракторами долгое время были лишь искусственные математические конструкции, в то время как в реальных физических системах присутствуют аттракторы не являющиеся гиперболическими. Однако, в последнее время, появились работы, где приведены примеры физически реализуемых систем с гиперболическими аттракторами [5-7, 13-17]. В

связи с этим возникает вопрос о возможности создания электронных устройств с такими аттракторами, демонстрирующими структурно устойчивый хаос.

В первом разделе статьи рассматривается система на основе трех осцилляторов ван дер Поля, которые благодаря модуляции бифуркационного параметра возбуждаются попеременно, а также рассматриваются два случая возможной динамики фаз для этой системы. Во втором разделе приводится схема соответствующего электронного устройства, выполненная с использованием программного пакета Multisim. Как будет показано, динамика фаз такой системы соответствует отображению Фибоначчи. Третий раздел посвящен исследованию видоизмененной схемы электронного устройства, динамика фаз в которой отвечает отображению Фибоначчи с DA модификацией.

1. Система трех осцилляторов с гиперболическим хаосом

Рассмотрим систему трех связанных осцилляторов ван дер Поля следующего вида [18,19].

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2x &= [B + A \cos(2\pi t/T) - x^2] \frac{dx}{dt} + \varepsilon \left[\frac{d(yz)}{dt} \cos \omega_0 t + \alpha \frac{dz}{dt} \right] \\ \frac{d^2y}{dt^2} + \omega_0^2y &= [B + A \cos 2\pi(t/T - 1/3) - y^2] \frac{dy}{dt} + \varepsilon \left[\frac{d(xz)}{dt} \cos \omega_0 t + \alpha \frac{dx}{dt} \right] \\ \frac{d^2z}{dt^2} + \omega_0^2z &= [B + A \cos 2\pi(t/T - 2/3) - z^2] \frac{dz}{dt} + \varepsilon \left[\frac{d(xy)}{dt} \cos \omega_0 t + \alpha \frac{dy}{dt} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь x , y и z – динамические переменные осцилляторов ван дер Поля, собственная частота которых равна частоте вспомогательного сигнала ω_0 . Величина A определяет глубину модуляции параметра, ответственного за возбуждение осцилляторов, а B – то, какую часть периода осцилляторы проводят выше и ниже порога возбуждения, ε – параметр связи, α – дополнительный параметр связи. Как будет ясно из дальнейшего, случай $\alpha=0$ отвечает системе с динамикой типа Аносова на аттракторе, а если α достаточно велико, то в системе реализуется гиперболический DA аттрактор.

Поясним механизм функционирования системы, обратившись сначала к случаю $\alpha = 0$. Предположим, что в некоторый момент осцилляторы x и y имеют фазы φ_x , φ_y , т.е. $x \sim \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$, $y \sim \sin(\omega_0 t + \varphi_y)$, тогда при возбуждении осциллятор z получит фазу колебаний, определяемую с точностью до константы соотношением

$$\varphi'_z = \varphi_x + \varphi_y \pmod{2\pi}, \quad (4)$$

где штрихом обозначена величина фазы, относящейся к новой стадии активности осциллятора z . Аналогичным образом фазы изменяются и на следующих этапах передачи возбуждения, так что за полный период модуляции выполняется соотношение

$$\begin{aligned} \varphi'_z &= \varphi_x + \varphi_y, \\ \varphi'_x &= \varphi_y + \varphi'_z = \varphi_x + 2\varphi_y, \\ \varphi'_y &= \varphi'_z + \varphi'_x = 2\varphi_x + 3\varphi_y. \end{aligned} \quad (5)$$

Отсюда видно, что изменение фаз за один шаг передачи возбуждения соответствует отображению Фибоначчи, а за два – соответственно, отображению «кот Арнольда». За полный период модуляции преобразование вектора, составленного из величин φ_x и φ_y , определяется отображением

$$\begin{pmatrix} \varphi'_x \\ \varphi'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_x \\ \varphi_y \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Если теперь обратиться к случаю $\alpha \neq 0$, то можно показать, что осциллятор x получит фазу колебаний, определяемую соотношением [19]

$$\varphi_x = \varphi_z + \varphi_y + f(\varphi_y) \pmod{2\pi}, \quad (7)$$

где $f(\varphi) = -\arctg \frac{2\alpha \sin \varphi}{1 + 2\alpha \cos \varphi}$. Согласно результатам [19], для аттрактора этого отображения наблюдается поперечная канторова структура, характерная для DA аттрактора.

2. Система с динамикой, соответствующей отображению «кот Арнольда»

На рис. 2 показана схема электронного устройства, сконструированная с помощью программного пакета «Multisim 10.0», которая соответствует уравнениям (3) для случая $\alpha = 0$. Схема составле-

на из трех осцилляторов ван дер Поля на основе колебательных контуров, каждый из которых образован катушкой индуктивности $L=1,7$ мГн и емкостью $C=4$ нФ. Таким образом, собственная частота каждого осциллятора составляет примерно 60 кГц. В каждый осциллятор введено отрицательное сопротивление (при помощи операционных усилителей $U1, U2, U3$) и нелинейная проводимость (при помощи трех пар полупроводниковых диодов с противоположными направлениями пропускания тока $D1$ и $D2, D3$ и $D4, D5$ и $D6$). Для модуляции параметра, ответственного за возникновение автоколебаний, сигнал на частоте 4 кГц от источника трехфазного напряжения $V1$ подается на затворы полевых транзисторов $Q1, Q2$ и $Q3$, в результате чего их проводимость в цепи сток-исток меняется с соответствующим периодом. Передача возбуждения осциллятору z происходит от осцилляторов x и y , сигналы которых перемножаются множителем $A7$, затем дифференцируются схемой на операционном усилителе $U7$ и умножаются на вспомогательный сигнал постоянной амплитуды и частоты 60 кГц от источника переменного напряжения $V3$. Аналогичным образом возбуждение передается осциллятору y от осцилляторов x и z , и осциллятору x от осцилляторов y и z .

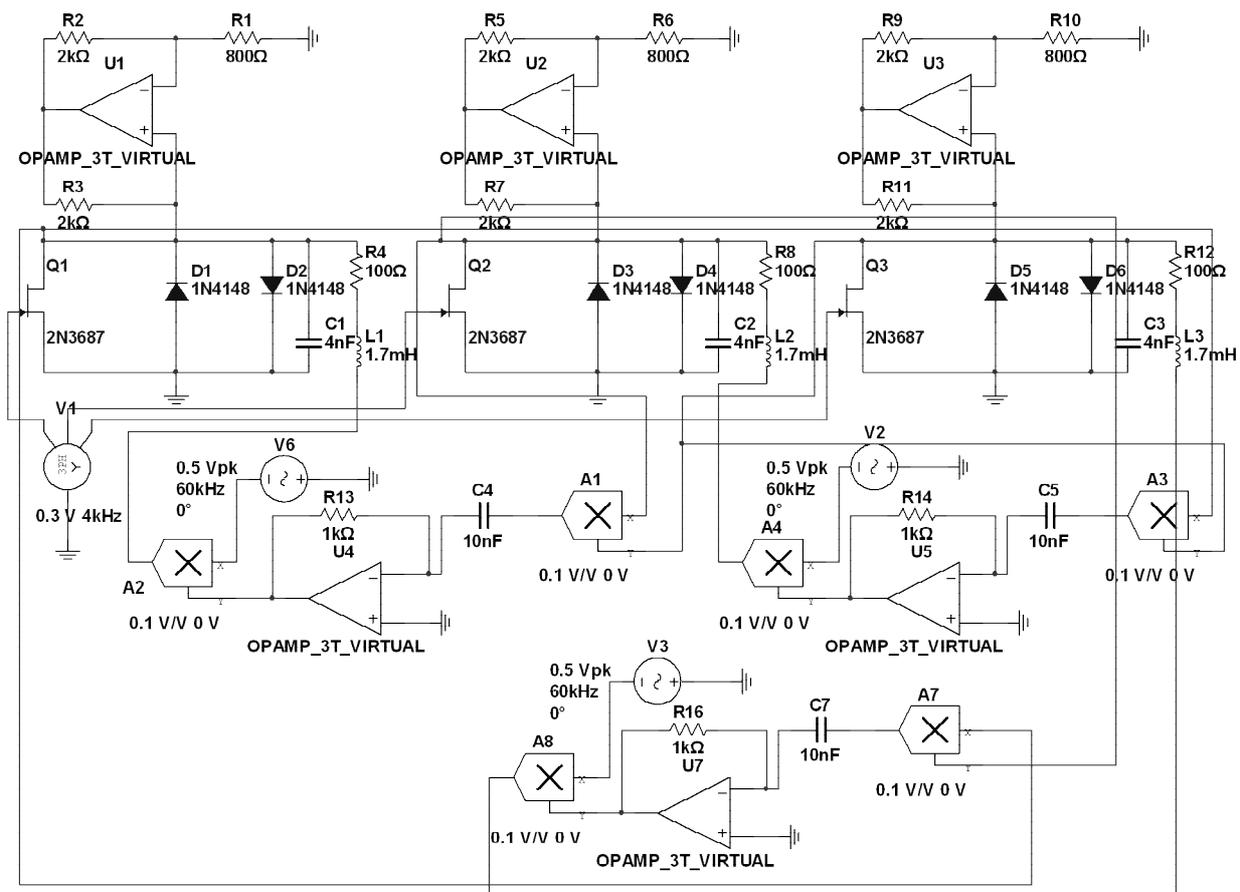


Рис. 2. Принципиальная схема устройства с динамикой фаз, описываемой отображением «кот Арнольда»

На рис. 3 показаны графики временной зависимости напряжения на конденсаторах и резисторах $C1$ и $R1$ (а), $C2$ и $R2$ (б), $C3$ и $R3$ (в), полученные при моделировании в среде Multisim с использованием двухлучевого осциллографа. Как можно видеть, осцилляторы возбуждаются поочередно, причем каждый из них генерирует последовательность цугов колебаний, следующих друг за другом с периодом модуляции $T=0,25$ мс.

Чтобы продемонстрировать соответствие динамики фаз системы отображению (4), данные моделирования в среде Multisim, записываются в файл с помощью приложения Grapher. Для каждого осциллятора создается свой файл с данными. Затем файлы обрабатываются внешней программой. Сначала выбираются значения напряжений на резисторе и конденсаторе U_R и U_C , для первого осциллятора соответствующие моменту времени $t = (n - \frac{2}{3})T$, для второго осциллятора – моменту времени $t = (n - \frac{1}{3})T$ и для третьего осциллятора – моменту времени $t = nT$. Затем полученные временные ряды для напряжений нормируются так, чтобы сумма квадратов элементов была для них одинаковой, после чего для каждой пары величин U_C^n, U_R^n , относящихся к одному и тому же моменту времени, фазы определяются соотношением $\varphi_n = \arg(U_C^n + iU_R^n)$, и приводятся к интервалу от 0 до 2π .

На рис. 4 представлен график для полученных таким образом значений фаз. По вертикальной оси отложена фаза третьего осциллятора, определенная для полного периода модуляции, а по горизонтальной оси – сумма фазы первого осциллятора, определенной для первой трети периода, и фазы второго осциллятора для второй трети периода. Точки на графике располагаются вдоль диагонали, подтверждая тот факт, что выражение (4) достаточно хорошо описывает преобразование фаз при возбуждении очередного осциллятора.

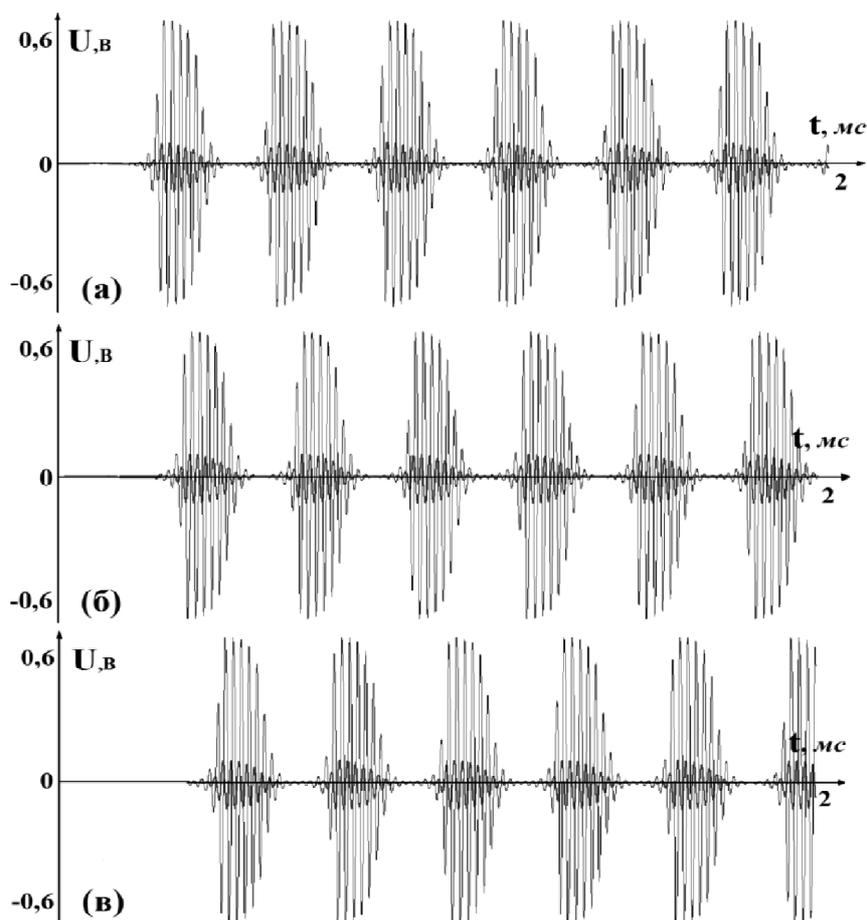


Рис. 3. Реализации напряжения на конденсаторах (серая кривая) и резисторах (черная кривая) C1 и R1 (а), C2 и R2 (б), C3 и R3 (в)

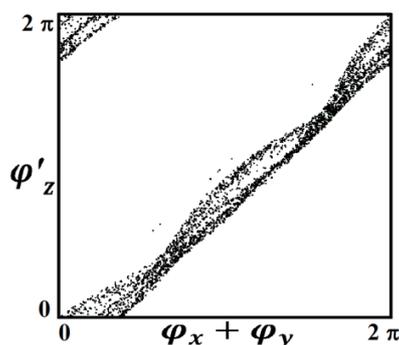


Рис. 4. График, иллюстрирующий соотношение фаз при передаче возбуждения третьему осциллятору от его партнеров

На рис. 5а показан портрет аттрактора в проекции на фазовую плоскость первого осциллятора, полученный при помощи осциллографа, подключенного таким образом, что перемещение луча по горизонтали и вертикали определяется входными напряжениями U_C и U_R . На рис. 5б представлен портрет аттрактора в стробоскопическом сечении, полученный при использовании записанных в файл значений напряжений на конденсаторе и резисторе для первого осциллятора, обработанных тем же способом, что и для определения значений фаз, и представленных в координатах U_C, U_R .

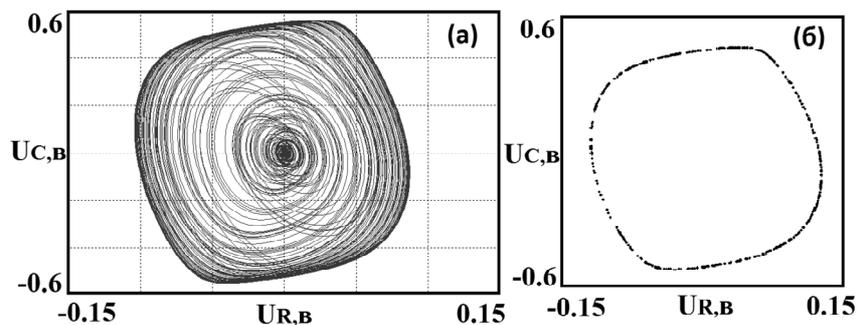


Рис. 5. Портрет аттрактора в проекции на фазовую плоскость первого осциллятора (а) и в стробоскопическом сечении (б). По горизонтальной и вертикальной оси отложены, соответственно, напряжение на резисторе R1 на конденсаторе C1

Другой вариант демонстрации соответствия динамики фаз в схеме отображению «кот Арнольда» состоит в том, чтобы представить полученные данные на плоскости с изображением головы кота. Как было показано выше, в системе (3) отображение для фаз за треть периода модуляции соответствует отображению Фибоначчи, за две трети – отображению «кот Арнольда», а за полный период модуляции – отображению (6). Графическое построение производится следующим образом. Для пары значений фаз (φ_z, φ_y) , вычисленных описанным выше способом, определяем, попадает ли точка с такими координатами в область в виде головы кота. Если да, то она отображается на графике, а пары, отвечающие моментам времени через период и через два периода модуляции, отображаются на двух следующих диаграммах. Если же точка не попадает в указанную область, на диаграмме она не отмечается, а для дальнейшего построения берется следующая пара чисел, и т.д. На рис. 6 приведены картинки, полученные таким методом, а также диаграммы, построенные непосредственно для отображения (6).

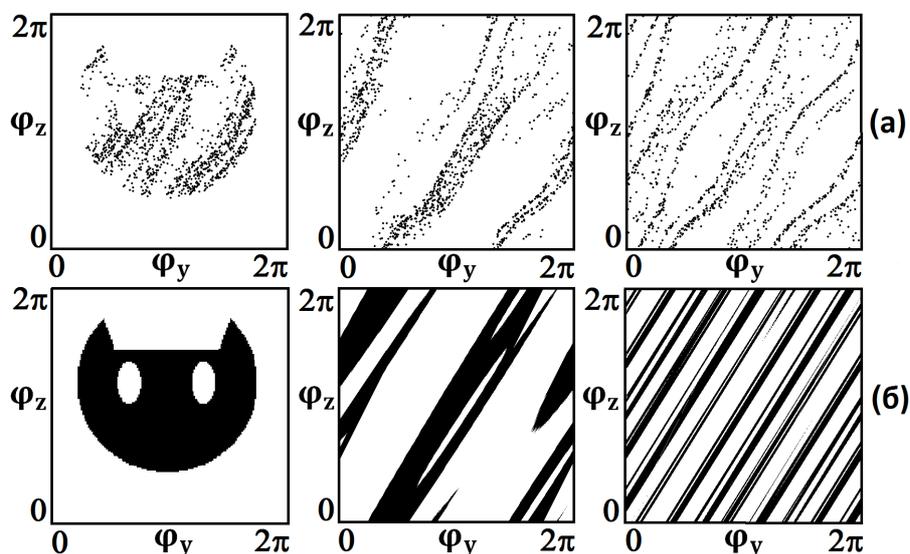


Рис. 6. Иллюстрация и действия отображения, описывающего динамику фаз, полученного на основе результатов моделирования в программной среде Multisim (а) и действия отображения (6) (б)

На рис. 7 показаны спектры колебаний трех осцилляторов, полученные при моделировании в среде Multisim с использованием анализатора спектра. Для каждого осциллятора спектр сплошной, что подтверждает хаотическую природу системы, и сосредоточен вблизи собственной частоты 60 кГц.

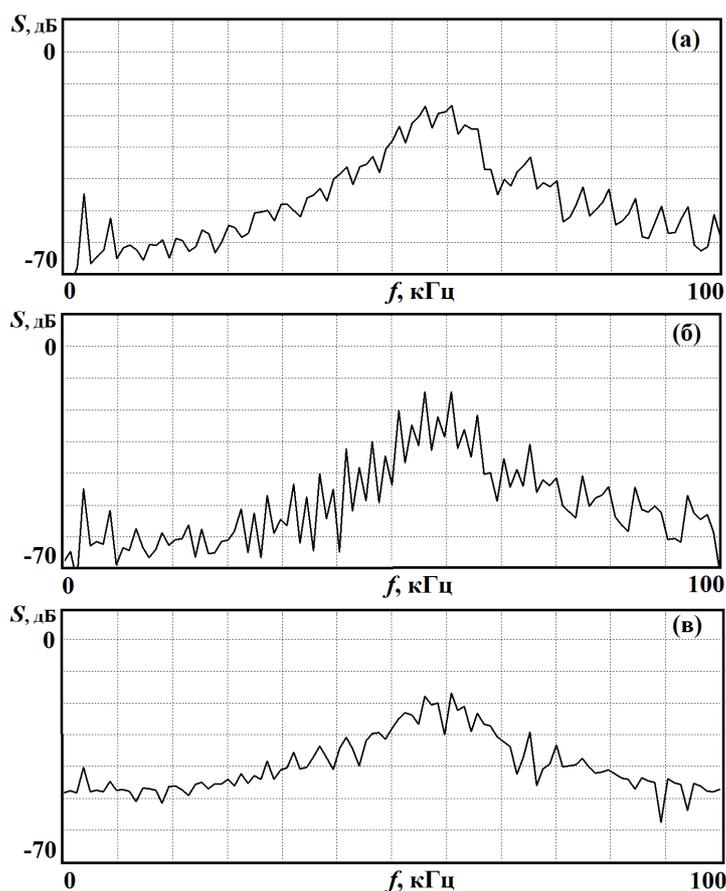


Рис. 7. Спектры колебаний напряжения на конденсаторах С1 (а), С2 (б) и С3 (в)

3. Система с динамикой, соответствующей модифицированному отображению Фибоначчи

На рис. 8 показана схема электронного устройства с динамикой, соответствующей уравнениям (3) для случая $\alpha \neq 0$ (рис. 8). Основное отличие этой схемы от схемы в разделе 2 заключается в том, что в схему вводятся дополнительные элементы, обеспечивающие поведение фаз, соответствующее динамике на гиперболическом аттракторе.

Передача возбуждения осциллятору x происходит от осцилляторов y и z , сигналы которых перемножаются множителем $A1$, затем дифференцируются схемой на операционном усилителе $U4$, конденсаторе $C4$ и резисторе $R13$ и умножаются на вспомогательный сигнал постоянной амплитуды и частоты 60 кГц от источника переменного напряжения $V3$. Затем полученный сигнал суммируется с сигналом от осциллятора z , подвергнутого преобразованию посредством дифференциатора на конденсаторе $C8$, резисторе $R17$ и операционном усилителе $U8$. Аналогичным образом возбуждение передается осциллятору y от осцилляторов x и z , и осциллятору z от осцилляторов x и y .

Заметим, что сигнал от источника трехфазного напряжения, подаваемый на затворы полевых транзисторов, в этой схеме имеет частоту 2 кГц.

На рис. 9 показаны графики реализаций напряжений на конденсаторах и резисторах $C1$ и $R1$ (а), $C2$ и $R2$ (б), $C3$ и $R3$ (в), полученные при моделировании в среде Multisim. Как можно видеть, осцилляторы возбуждаются поочередно, и фаза высокочастотного заполнения относительно огибающей хаотически меняется от одного периода активности к другому.

Чтобы продемонстрировать присутствие гиперболического аттрактора, данные записываются в файл и обрабатываются внешней программой так же, как это было сделано в предыдущем разделе. На рис. 10а показан график зависимости значений фаз φ_n от φ_{n-1} , где на качественном уровне можно наблюдать структуру, соответствующую гиперболическому DA аттрактору. Для сравнения на рис. 10б приведен портрет аттрактора отображения (7).

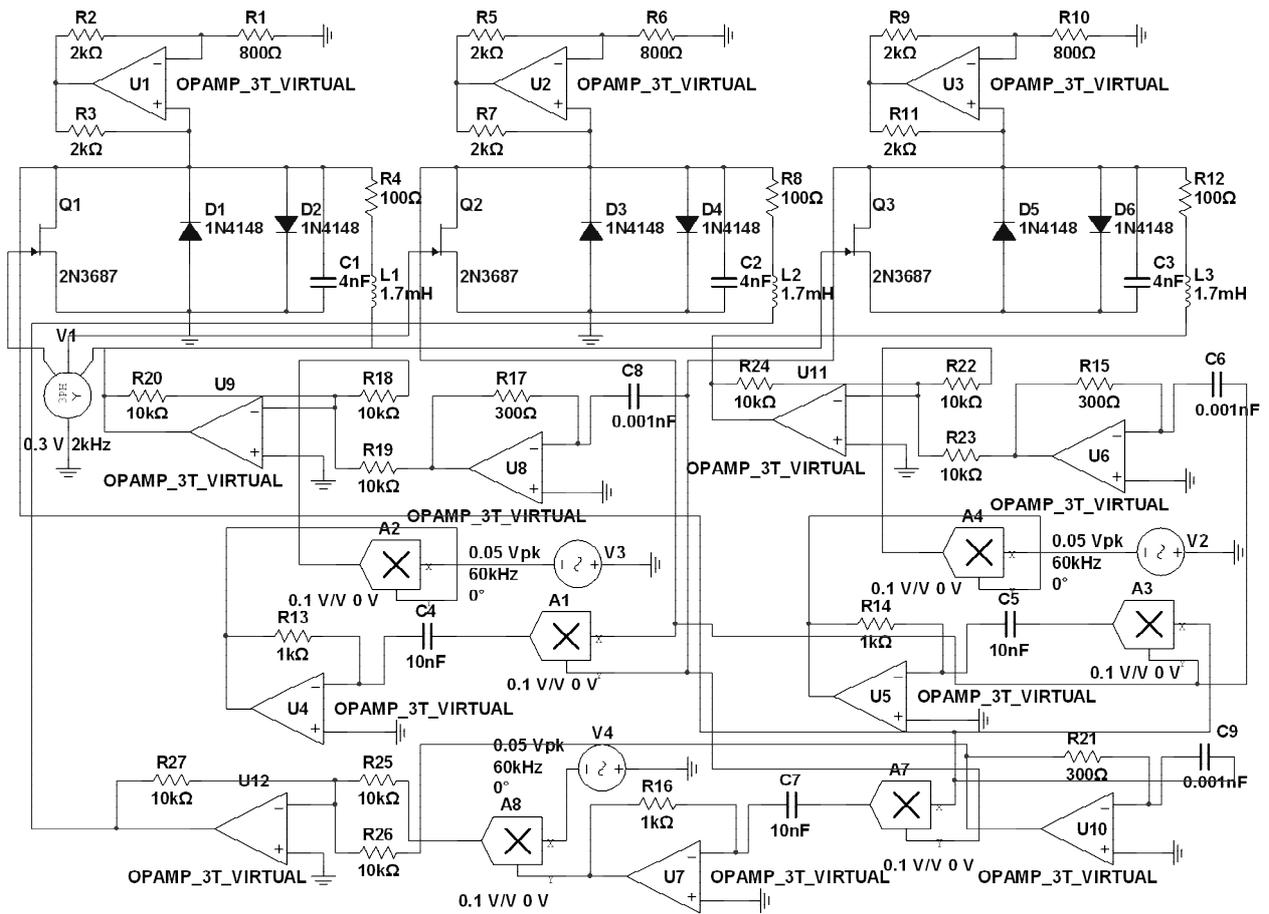


Рис. 8. Принципиальная схема устройства с динамикой фаз, описываемой модифицированным отображением Фибоначчи

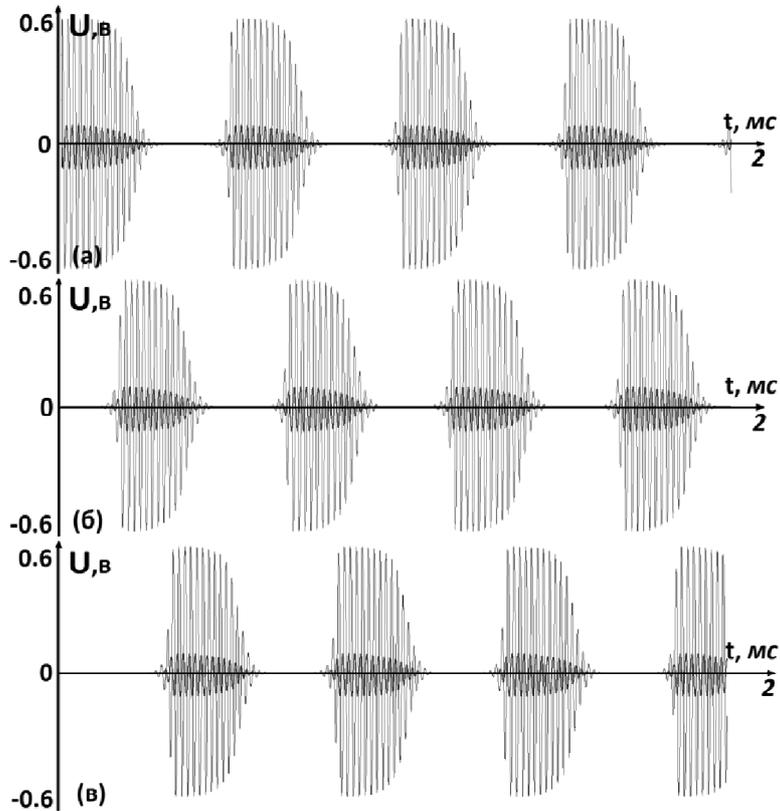


Рис. 9. Реализации напряжения на конденсаторах (серая кривая) и резисторах (черная кривая) C1 и R1 (а), C2 и R2 (б), C3 и R3 (в)

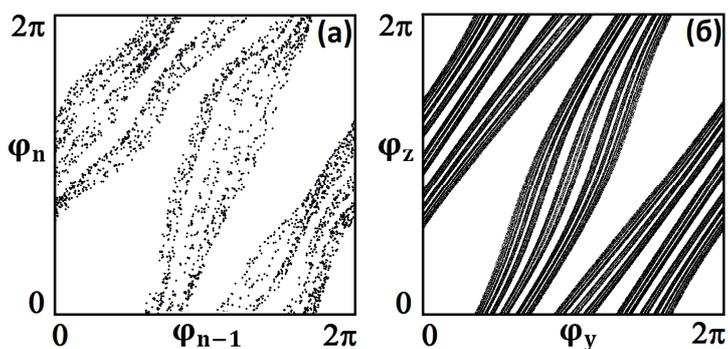


Рис. 10. График для отображения фазы, полученный на основе результатов моделирования в программной среде Multisim (а) и фазовый портрет аттрактора отображения (7) (б)

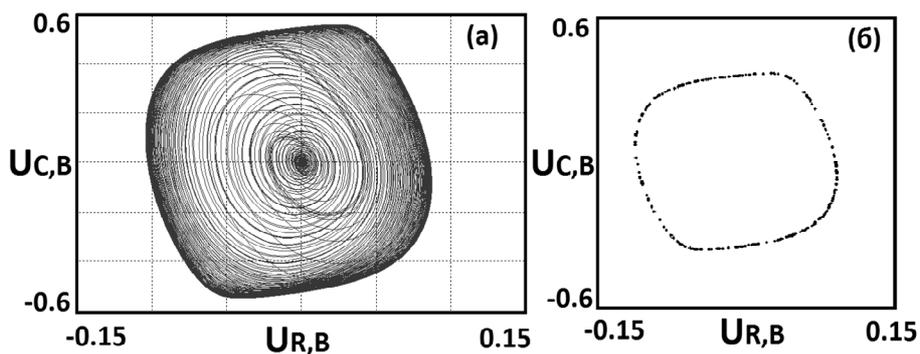


Рис. 11. Портрет аттрактора в проекции на фазовую плоскость первого осциллятора (а) и в стробоскопическом сечении (б). По горизонтальной и вертикальной оси отложены, соответственно, напряжение на резисторе R1 и на конденсаторе C1

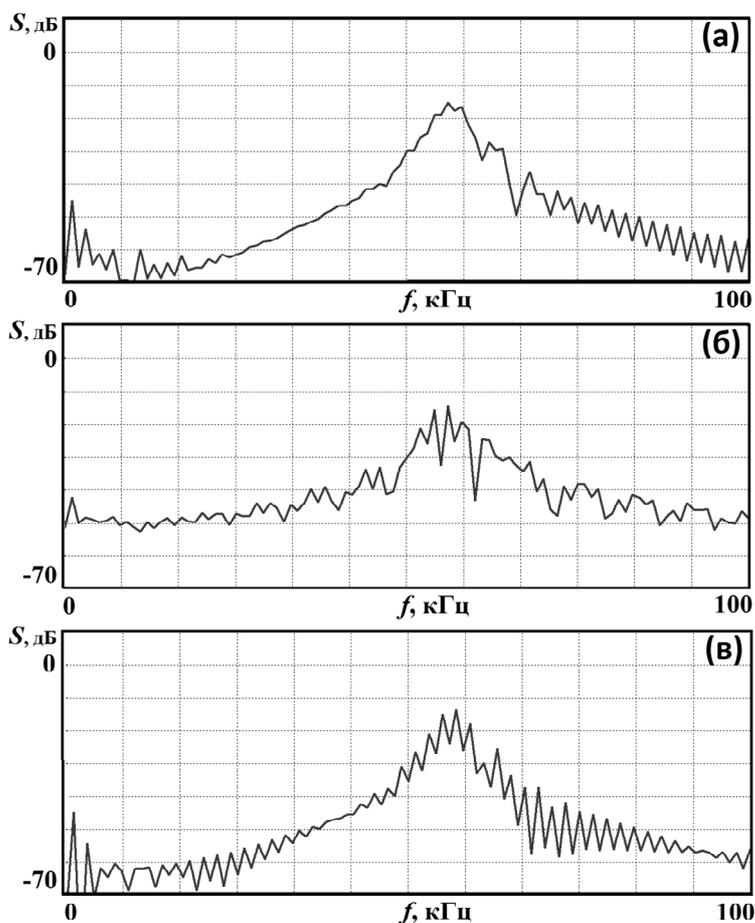


Рис. 12. Спектры колебаний напряжения на конденсаторах C1 (а), C2 (б) и C3 (в)

На рис. 11а представлен портрет аттрактора в проекции на фазовую плоскость первого осциллятора, полученный при подключении осциллографа, так что отклонение луча по горизонтали и вертикали определяется входными напряжениями на конденсаторе и резисторе. На рис. 11б показан портрет аттрактора в стробоскопическом сечении, полученный при использовании записанных в файл значений напряжений на конденсаторе и резисторе для первого осциллятора, обработанных внешней программой и представленных в координатах U_C, U_R .

На рис. 12 приводятся спектры сигналов, генерируемых тремя осцилляторами, построенные с помощью анализатора спектра в логарифмическом масштабе. Спектры сосредоточены в окрестности собственной частоты каждого осциллятора 60 кГц. В низкочастотной области спектра присутствуют дискретные компоненты на частоте 2 кГц, что объясняется периодической модуляцией параметров с этой частотой.

Заключение

В работе представлены схемы электронных устройств, сконструированных с помощью программного пакета «Multisim 10.0». В первом разделе статьи приводятся модельные уравнения, описывающие систему связанных осцилляторов с попеременной передачей возбуждения, а также рассматриваются два случая возможной динамики фаз для этой системы. Во втором разделе рассматривается схема электронного устройства, для которой поведение фаз описывается отображением «кот Арнольда». Для схемы, представленной в третьем разделе, динамика фаз соответствует поведению на гиперболическом DA аттракторе. Благодаря свойству структурной устойчивости, вытекающему из математической теории гиперболических аттракторов, можно варьировать систему, сохраняя тип динамики, в силу чего генераторы хаоса данного типа представляют особый интерес с практической точки зрения. Они могут использоваться, в частности, для передачи и кодирования информации, генерации случайных чисел, криптографических схем.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №12-02-00342.

ЛИТЕРАТУРА

1. Afraimovich V. Lectures on chaotic dynamical systems / V. Afraimovich and S.-B. Hsu // AMS/IP Studies in Advanced Mathematics, Vol. 28. American Mathematical Society, Providence RI, International Press, Somerville, MA, 2003.
2. Гукенхеймер Дж. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей / Дж. Гукенхеймер, П. Холмс. М.; Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2002. 559 с.
3. Devaney R.L. An Introduction to Chaotic Dynamical Systems / R.L. Devaney. N.Y: Addison – Wesley, 1989.
4. Shilnikov L. Mathematical problems of nonlinear dynamics: a tutorial / L. Shilnikov // Int. J. of Bif. & Chaos. 1997. Vol. 7, № 9. P. 1353.
5. Кузнецов С.П. Гиперболические странные аттракторы систем, допускающих физическую реализацию / С.П. Кузнецов // Изв. вузов. ПНД. 2009. Т. 17. № 4.
6. Кузнецов С.П. Пример неавтономной системы с непрерывным временем, имеющей аттрактор типа Плыкина в отображении Пуанкаре / С.П. Кузнецов // Нелинейная динамика. 2009. Т. 5. № 3. С. 403-424.
7. Кузнецов С.П. Динамический хаос и однородно гиперболические аттракторы: от математики к физике / С.П. Кузнецов // Успехи физических наук. 2011. Т. 181. № 2. С. 121-149.
8. Каток А.Б. Введение в современную теорию динамических систем: пер. с англ. / А.Б. Каток, Б. Хасселблат М.: Факториал, 1999. 768 с.
9. Coudene Y. Pictures of Hyperbolic Dynamical Systems / Y. Coudene // Notices of the American Mathematical Society. 2006. 53 (1). P. 8-13.
10. Кузнецов С.П. Динамический хаос: курс лекций / С.П. Кузнецов. М.: Физматлит, 2001. 296 с.
11. Берже П. Порядок в хаосе. О детерминистском подходе к турбулентности / П. Берже, И. Помо, К. Видаль. М.: Мир, 1991, 368 с.
12. Шустер Г. Детерминированный хаос / Г. Шустер. М.: Мир, 1988. 240 с.
13. Кузнецов С.П. Хаотическая динамика в физической системе со странным аттрактором типа Смейла – Вильямса / С.П. Кузнецов, Е. П. Селезнев // ЖЭТФ. 2006. Т. 129. Вып. 2. С. 400-412.
14. Belykh V. Hyperbolic Plykin attractor can exist in neuron models / V. Belykh, I. Belykh, E. Mosekilde // International Journal of Bifurcation and Chaos. 15. 2005. № 11. 3567-3578.

15. Kuznetsov S.P. Plykin type attractor in electronic device simulated in Multisim / S.P. Kuznetsov // CHAOS. 21. 2011. 043105.
16. Isaeva O.B. Arnold's cat map dynamics in a system of coupled nonautonomous van der Pol oscillators / O.B. Isaeva, A.Yu. Jalnina, S.P. Kuznetsov // Phys. Rev. E **74**. 2006. 046207.
17. Kuznetsov S.P. Autonomous coupled oscillators with hyperbolic strange attractors / S.P. Kuznetsov, A. Pikovsky // Physica. D232. 2007. 87-102.
18. Аржанухина Д.С. Система трех неавтономных осцилляторов с гиперболическим хаосом. Ч. I. Модель с динамикой на аттракторе, описываемой отображением на торе «кот Арнольда» / Д.С. Аржанухина, С.П. Кузнецов // Изв. вузов. ПНД. 2012. Т. 20. № 6. С. 56-66.
19. Аржанухина Д.С. Система трех неавтономных осцилляторов с гиперболическим хаосом. Ч. II. Модель с DA-аттрактором / Д.С. Аржанухина, С.П. Кузнецов // Изв. вузов. ПНД. 2013. Т. 21. № 2. С. 163-172.

Аржанухина Дарья Сергеевна –
аспирант кафедры «Динамические системы»
Саратовского государственного университета
имени Н.Г. Чернышевского

Darya S. Arzhanukhina –
student
Department of Dynamic systems
N.G. Chernyshevsky Saratov State University

Статья поступила в редакцию 17.08.13, принята к опубликованию 15.09.13