

УДК 621.385.6

## ВОЛНОВАЯ ТЕОРИЯ ЛБВ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ

А. П. Кузнецов<sup>1</sup>, С. П. Кузнецов<sup>1</sup>, А. Г. Рожнев<sup>2</sup>, Е. В. Блохина<sup>2</sup>, Л. В. Булгакова<sup>3</sup>

Изложены основные принципы волновой теории взаимодействия электронного потока с волнами в замедляющей системе вблизи границы полосы пропускания. Рассмотрена формулировка основных уравнений и граничных условий при последовательном учёте малости параметра взаимодействия. Обсуждается сравнение результатов с дискретной теорией, стартовые условия генерации и режимы линейного усиления, а также некоторые эффекты, обнаруженные в рамках нестационарной нелинейной теории — паразитное самовозбуждение в режимах усиления и жёсткое возбуждение генерации.

### ВВЕДЕНИЕ

В истории Саратовских школ по СВЧ электронике выделяется несколько проблем, обсуждение которых всегда привлекало значительное внимание. К одной из них можно отнести теорию лампы бегущей волны на цепочке связанных резонаторов (ЛБВ ЦСР), или, в более общем случае, теорию взаимодействия электронного потока с электромагнитным полем вблизи границы полосы пропускания замедляющей системы. В 80-х годах эта проблема активно исследовалась, и на школах были представлены лекции по дискретному взаимодействию [1], по теории возбуждения периодических структур [2, 3], результаты наших исследований по волновой теории ЛБВ, работающей вблизи границы полосы пропускания [4–14]. Цель настоящей статьи состоит в обобщении полученных нами результатов и раскрытии физической картины взаимодействия потока электронов и поля вблизи границы полосы пропускания замедляющей системы.

Нашей основной задачей было построение теории, которая описывала бы основные физические эффекты, происходящие при взаимодействии пучка электронов с полем вблизи границы полосы пропускания, с минимальным набором безразмерных параметров. В некотором смысле эта теория должна быть аналогом теории Пирса в этой области частот. Принципиальный подход состоит в том, чтобы строить теорию, работающую именно вблизи границы полосы пропускания, причём она должна переходить в теорию Пирса при достаточно большой отстройке от критической частоты.

ЛБВ ЦСР представляет собой последовательность связанных резонаторов, пронизываемых электронным потоком (рис. 1а). Поскольку это периодическая структура, то её дисперсионная характеристика на диаграмме волновое число—частота периодична с периодом  $2\pi/d$ ; для пучка со скоростью  $v_0$  она представляется прямой линией. Хорошо видно, что, изменяя ускоряющее напряжение  $V_0$ , можно обеспечить взаимодействие пучка с полем в середине полосы пропускания, вблизи высокочастотной границы или вблизи низкочастотной границы (рис. 1б). С теоретической точки зрения наиболее интересной особенностью этой системы является возможность плавного перехода при перестройке ускоряющего напряжения от взаимодействия с прямыми волнами к взаимодействию с обратными волнами.

Оказалось, что развитая теория применима не только к ЛБВ ЦСР, но и к довольно широкому классу электронных приборов. Один из них — релятивистский оротрон, представляющий собой гофрированный волновод, который пронизывается релятивистским электронным пучком (рис. 2а). Степень гофрировки достаточно слабая, поэтому дисперсионная характеристика системы получается периодическим продолжением дисперсии гладкого волновода. Вблизи волновых

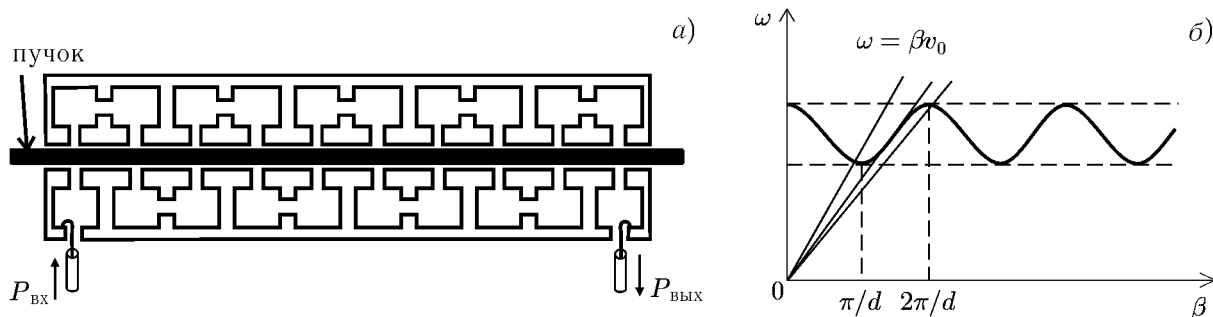


Рис. 1. ЛБВ на цепочке связанных резонаторов: схематический вид прибора (а) и дисперсионные характеристики (б)

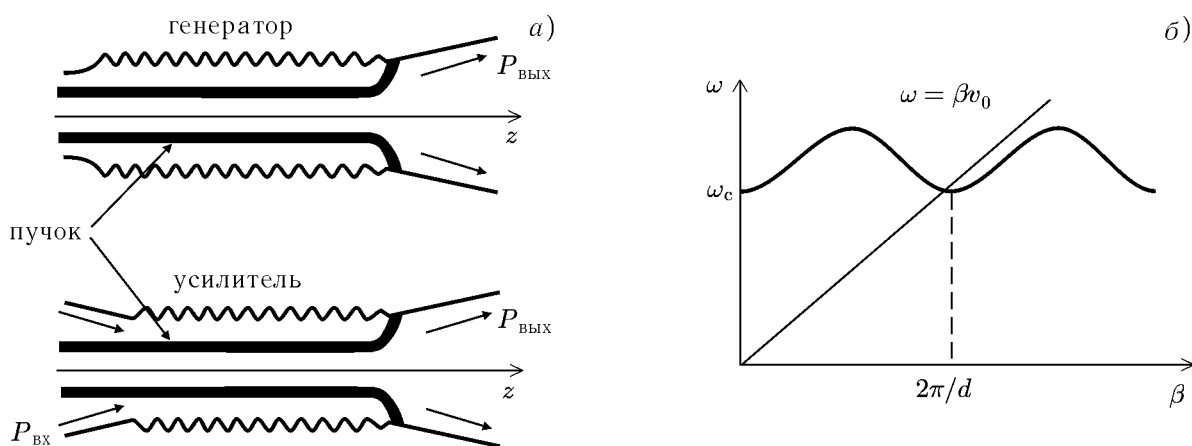


Рис. 2. Релятивистские оротроны: генератор и усилитель (а) и дисперсионная характеристика (б)

чисел  $\beta = \pi(2n + 1)/d$ , где  $n = 0, \pm 1, \dots$ , разные пространственные гармоники связываются, образуя дисперсионную характеристику гофрированного волновода (рис. 2б). Синхронизм пучка с полем осуществляется вблизи низкочастотной границы, где  $\beta_0 \sim 2\pi/d$ , поэтому говорят, что оротрон работает на  $2\pi$ -виде. Оротрон может функционировать как в режиме генерации, так и в режиме усиления.

Замечательно, что те же самые физические представления и те же самые уравнения возбуждения описывают работу приборов, в которых вообще нет периодической структуры, но взаимодействие осуществляется, как и в предыдущем случае, вблизи критической частоты. Примером может служить гиротрон (рис. 3а). Не останавливаясь подробно на пояснениях, скажем только, что при изменении магнитного поля дисперсионная характеристика пучка смещается параллельно самой себе, и взаимодействие может происходить как с прямыми или обратными волнами, так и непосредственно в окрестности границы полосы (рис. 3б).

Интересно отметить, что стационарная теория гиротрона с нефиксированной структурой поля была предложена в 1973 году [15], задолго до тех работ, которые здесь обсуждаются, а нестационарная теория [16] — несколько позже, чем были опубликованы уравнения нестационарной теории ЛБВ ЦСР [4].

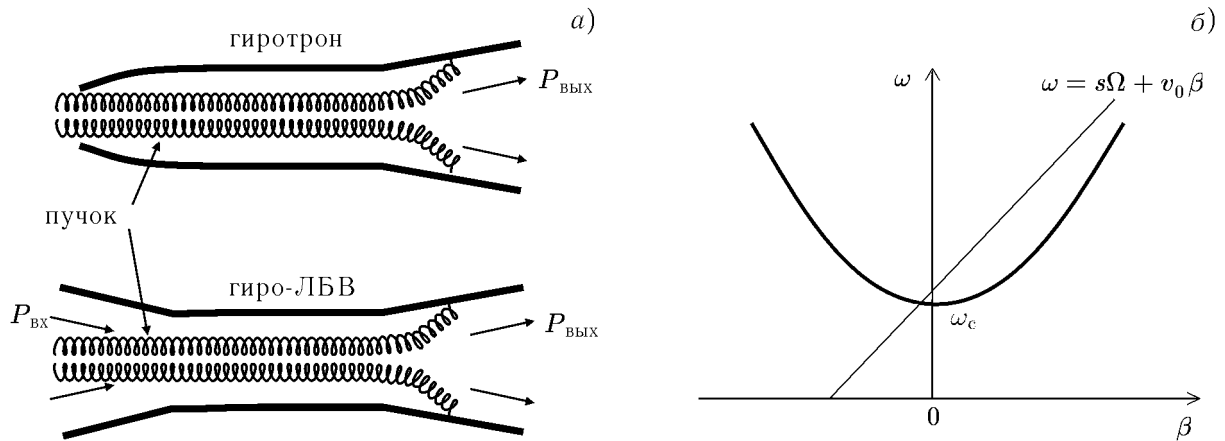


Рис. 3. Гироприборы, работающие вблизи критической частоты гладкого волновода

## 1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Как и для любого электронного прибора, теория взаимодействия вблизи границы полосы пропускания состоит из уравнений возбуждения поля и движения электронов. Что касается уравнений движения, то они ничем не отличаются от уравнений обычной теории ЛБВ. Основные проблемы возникают при формулировке уравнений возбуждения. Мы не будем делать исторический обзор различных попыток записи уравнений возбуждения вблизи границы полосы, упомянем только, что значительный вклад в решение этой проблемы внёс В. А. Солнцев и его ученики [17–21]. Существуют несколько способов вывода этих уравнений, и все они приводят к одинаковому результату, если ограничиться описанием временных процессов, спектр которых сосредоточен в непосредственной близости от границы полосы. Когда речь идёт о цепочке сравнительно слабо связанных резонаторов, наиболее естественным представляется вывод на основе уравнений возбуждения периодических структур [22].

Полное электрическое поле представим в виде ряда по собственным функциям с добавлением члена, отвечающего за поле пространственного заряда:

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \sum_s \sum_n C_{sn}(t) \mathbf{E}_{0s}(x, y, z - nd) - \nabla \Phi(x, y, z). \quad (1)$$

Здесь  $C_{sn}(t)$  — амплитуда  $s$ -го типа колебаний, локализованного вблизи  $n$ -го резонатора,  $\mathbf{E}_s(x, y, z) = \sum_n C_{sn}(t) \mathbf{E}_{0s}(x, y, z - nd)$  — распределение поля этого типа колебаний. Поскольку резонаторы предполагаются идентичными, то колебания, локализованные вблизи  $n$ -го резонатора, получаются трансляцией колебаний «нулевого» резонатора. Важно подчеркнуть, что краевая задача, позволяющая рассчитать собственные функции  $\mathbf{E}_{ns} = \mathbf{E}_{0s}(x, y, z - nd)$ , сформулирована так, что эта собственная функция не ограничена одним резонатором, а проникает и в другие резонаторы. Это позволяет учесть «просачивание» полей колебаний из «своего» резонатора в соседние.

Для коэффициентов  $C_{sn}$  справедливы следующие уравнения:

$$\frac{\partial C_{sn}(t)}{\partial t} - i \sum_m \omega_{sm} C_{s(n-m)}(t) = - \int \mathbf{j}(x, y, z, t) \mathbf{E}_{0s}^*(x, y, z - nd) dV. \quad (2)$$

Здесь  $\mathbf{j}(x, y, z, t)$  — плотность тока пучка, интегрирование ведётся по полному объёму волновода, а  $\omega_{sn}$  — коэффициенты разложения дисперсионной характеристики в ряд Фурье:

$$\omega_s(\beta) = \sum_n \omega_{sn} \exp(in\beta d). \quad (3)$$

Уравнения (1)–(3) являются строгими, и, в принципе, их можно использовать для построения теории ЛБЦ ЦСР, но это будет дискретная теория. Наша цель — получить волновые уравнения, опираясь на существование в этой задаче малых параметров, связанных с узким спектром волновых чисел и слабым взаимодействием.

Сделаем обычное предположение, что пучок эффективно взаимодействует с одной синхронной ему модой электродинамической структуры, тогда из суммы по индексу  $s$  в (1) оставим одно слагаемое, соответствующее синхронному полю. Применяя к этому полю непрерывное преобразование Фурье по продольной координате  $z$ , получим

$$\mathbf{E}_s(x, y, t, \beta) = \mathbf{E}_{0s}(x, y, \beta) \sum_n C_{sn}(t) \exp(i\beta nd),$$

$$\mathbf{E}_{0s}(x, y, \beta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}_{0\beta}(x, y, z) \exp(-i\beta z) dz, \quad \mathbf{j}(x, y, \beta, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{j}(x, y, z, t) \exp(-i\beta z) dz. \quad (4)$$

Дальше сделаем следующие предположения:

— спектральные компоненты сигнала сосредоточены вблизи критического волнового числа  $\beta_0$ ;

— поперечное распределение поля для волновых чисел в области  $|\beta - \beta_0| \ll \beta_0$  можно считать не зависящим от  $\beta$ ;

— несинхронными слагаемыми в правой части уравнения возбуждения (1) можно пренебречь.

С учётом сделанных приближений разлагаем дисперсионную характеристику в точке экстремума в ряд Тейлора вблизи критического волнового числа и оставляем два главных слагаемых:

$$\omega_s(\beta) = \omega_{0s} \mp \frac{|\omega_s''(\beta_0)|}{2} (\beta - \beta_0)^2, \quad |\beta - \beta_0| \ll \beta_0, \quad (5)$$

где  $\omega_{0s} = \omega_s(\beta_0)$ , штрих обозначает производную по аргументу. Здесь и далее во всех уравнениях верхний знак будет соответствовать случаю взаимодействия вблизи высокочастотной границы полосы пропускания, а нижний — вблизи низкочастотной границы.

Второе предположение позволяет представить поле в резонаторе в виде произведения мембранных функций на амплитуду поля:

$$\mathbf{E}_{0s}(x, y, \beta) \approx E_{0s}(\beta_0) \boldsymbol{\psi}(x, y), \quad \mathbf{E}_s(x, y, \beta, t) \approx E_s(\beta, t) \boldsymbol{\psi}(x, y), \quad (6)$$

где  $E_{0s}$  — амплитуда продольной компоненты электрического поля синхронной пучку моды на оси системы,  $\boldsymbol{\psi}(x, y)$  — мембранная функция, нормированная условием  $\psi_z(0, 0) = 1$ . Для величины  $E_s(\beta, t)$  выполняется уравнение возбуждения в  $(\beta, t)$ -представлении:

$$\frac{\partial E_s(\beta, t)}{\partial t} - i\omega_s(\beta_0) E_s(\beta, t) \pm i \frac{|\omega_s''(\beta_0)|}{2} (\beta - \beta_0)^2 E_s(\beta, t) = -|E_0(\beta_0)|^2 I(\beta, t),$$

$$I(\beta, t) = \int_{S_\perp} \mathbf{j}(x, y, \beta, t) \boldsymbol{\psi}^*(x, y) dS, \quad (7)$$

где  $I(\beta, t)$  — интеграл возбуждения,  $S_{\perp}$  — поперечное сечение резонатора.

Чтобы получить уравнения в пространственно-временном представлении, нужно ввести медленно меняющиеся амплитуды поля и тока  $E(z, t) = \text{Re}[\mathcal{E}(z, t) \exp[i(\omega_{0s}t - \beta_0 z)]]$ ,  $I(z, t) = \text{Re}[J(z, t) \exp[i(\omega_{0s}t - \beta_0 z)]]$ , выделить из полного поля компоненты, соответствующие волне с волновым числом  $\beta_0$ , и выполнить обратное преобразование Фурье по координате. В результате получаем уравнение возбуждения для медленной амплитуды поля (индекс  $s$  здесь и далее для краткости опущен):

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} \pm i \frac{|\omega''(\beta_0)|}{2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial z^2} = - \frac{|\omega''(\beta_0)| \beta_0^3}{2} R J(z, t). \quad (8)$$

Это уравнение описывает действие пучка на поле. Легко понять, что в нём учитываются только две пространственные гармоники, синхронные пучку, когда пересечение дисперсионных характеристик пучка и замедляющей системы располагается в окрестности точки экстремума. В уравнении (8) фигурирует величина  $R$  с размерностью сопротивления, которую мы будем называть модифицированным сопротивлением связи:

$$R = \frac{2 |E_0(\beta_0)|^2}{|\omega''(\beta_0)| \beta_0^3}. \quad (9)$$

Она является постоянной и не зависит от частоты. Можно предложить прямые методы измерения этой величины, а можно показать, что модифицированное сопротивление связи выражается через традиционные сопротивления связи пространственных гармоник  $R_{\pm}(\beta)$  формулой

$$R = \lim_{\beta \rightarrow \beta_0} \frac{\beta - \beta_0}{\beta_0} R_{\pm}(\beta). \quad (10)$$

Уравнение возбуждения (8) является уравнением параболического типа, его появление в теории напрямую связано с использованием для дисперсионной характеристики синхронной моды приближённого разложения (5). Условие применимости этого разложения, очевидно, связывает между собой величину  $\Delta\omega = \max |\omega - \omega_0|$ , определённую по всем частотным компонентам усиленного или генерируемого в системе сигнала (величина  $\Delta\omega$  характеризует локализацию фурье-спектра вблизи критической частоты), и полное время наблюдения  $T$ . Вид этой связи зависит от конкретного типа дисперсионной характеристики. Например, во многих случаях из соображений симметрии выполняется условие  $\omega'''(\beta_0) = 0$ , при этом критерий применимости параболического уравнения выражается двумя неравенствами

$$\Delta\omega \ll |\omega''(\beta_0)|^2 / |\omega^{\text{IV}}(\beta_0)|, \quad (\Delta\omega)^2 T \leq |\omega''(\beta_0)|^2 / |\omega^{\text{IV}}(\beta_0)|.$$

Как уже было отмечено, уравнения движения остаются такими же, как и для обычной теории ЛБВ. Если ввести фазу электрона с помощью соотношения  $\theta = \omega_0 t - \beta_0 z$ , в переменных Лагранжа уравнения движения записываются в виде

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{\omega_0}{v_z} - \beta_0, \quad (11)$$

$$\frac{d\mathbf{r}}{dz} = \frac{\mathbf{p}}{p_z}, \quad \frac{d\mathbf{p}}{dz} = - \frac{e}{v_z} (\mathbf{E} + [\mathbf{v}, \mathbf{B}]), \quad (12)$$

где  $\mathbf{p} = m_0 \gamma \mathbf{v}$  — импульс,  $\gamma$  — релятивистский фактор,  $m_0$  — масса покоя электрона.

Поскольку нашей целью является построение наиболее простой теории, которая отражала бы специфику взаимодействия вблизи границы полосы пропускания, примем следующие обычные приближения:

- 1) затухание в системе на данном этапе не учитывается;
- 2) изменение энергии электронов считается малым;
- 3) пучок предполагается нерелятивистским;
- 4) влиянием пространственного заряда можно пренебречь;
- 5) присутствует бесконечное фокусирующее магнитное поле.

Если необходимо отказаться от какого-либо из приближений 1)–4) в рамках одномерной теории, это нетрудно сделать. Учёт конечного фокусирующего магнитного поля требует рассмотрения трёхмерного движения электронов, что, в принципе, возможно, однако существенно усложняет численное моделирование и поэтому здесь рассматриваться не будет.

Вводя безразмерные переменные и параметры, которые обсудим позже, приходим к системе уравнений, описывающих нестационарные процессы вблизи критической частоты периодической замедляющей структуры:

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} \pm i \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} = iI, \quad I = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-i\theta) d\theta_0, \tag{13}$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = -\text{Re}[F(\xi, \tau) \exp(i\theta)]. \tag{14}$$

Уравнения (13), (14) следует дополнить условиями для фаз электронов в плоскости влёта в пространство взаимодействия и начальными условиями для поля:

$$\theta(0) = \theta_0, \quad \left. \frac{d\theta}{d\xi} \right|_{\xi=0} = -B, \quad \theta_0 \in [0, 2\pi], \tag{15}$$

$$F(\xi, \tau = 0) = F_0(\xi). \tag{16}$$

Наряду с условиями (15) и (16) для полной формулировки краевой задачи необходимо также записать граничные условия для поля  $F(\xi, \tau)$  на концах пространства взаимодействия, что будет сделано ниже. Представленные уравнения описывают процессы вблизи низкочастотной или высокочастотной границы полосы пропускания в зависимости от выбора знака в уравнении возбуждения (13).

Отметим, что при выводе уравнения движения (14) неявно было использовано ещё одно приближение. Поскольку мы рассматриваем волновые пакеты, в которых синхронные компоненты имеют волновые числа, близкие к  $\beta_0$ , групповая скорость электромагнитной волны вдоль системы мала, и за время пролёта частиц через систему распределение поля  $F(\xi, \tau)$  можно считать практически неизменным. Поэтому в уравнении (14) отсутствует производная по времени.

Таблица 1

$\tau =  \omega''(\beta_0)  \beta_0^2 t \varepsilon / 2$	нормированное время
$\xi = \varepsilon \beta_0 z$	нормированная координата
$F = \mathcal{E} / (\beta_0 V_0 \varepsilon^2)$	медленная амплитуда поля
$I = J / I_0$	медленная амплитуда тока
$l = \varepsilon \beta_0 L$	безразмерная длина системы
$B l = (\beta_0 - \omega_0 / v_0) L$	относительный угол пролёта пучка и поля на критической частоте
$\Omega l^2 = 2(\omega - \omega_0) L^2 /  \omega''(\beta_0) $	расстройка частоты от критического значения
$\varepsilon^4 = I_0 R / (2V_0)$	параметр взаимодействия

Безразмерные переменные и параметры представлены в табл. 1. В ней, кроме уже определённых величин, фигурируют также  $I_0$  — полный ток пучка и  $V_0$  — ускоряющее напряжение пучка. При численных расчётах удобно использовать параметры  $B$ ,  $\Omega$  и  $l$ , а при анализе результатов —  $Bl$ ,  $\Omega l^2$  и  $l$ , поскольку в таком виде первые два параметра не зависят от тока пучка.

## 2. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОННЫХ СВЧ ПРИБОРОВ, РАБОТАЮЩИХ ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ЧАСТОТЫ

Существенной особенностью теории, описывающей прибор, работающий вблизи критической частоты электродинамической структуры, является адекватная формулировка граничных условий, отвечающих за отражения волн от концов замедляющей системы. В отличие от обычной теории ЛБВ, в которой используется описание поля в терминах распространяющихся в положительном и отрицательном направлении волн, преобразующихся друг в друга на неоднородностях системы, в наших уравнениях полное поле не разделяется на такие волны. Описание процессов отражения с помощью коэффициентов отражения теряет смысл вблизи границы полосы пропускания. Это тем более существенно, поскольку мы хотим описывать не только распространяющиеся волны, но и волны вне полосы частот (с мнимыми волновыми числами), для которых понятие коэффициента отражения в обычном смысле вообще отсутствует.

Если тем не менее использовать для формулировки граничных условий коэффициенты отражения, то можно столкнуться со следующей неприятностью. Пусть в некоторой регулярной структуре, имеющей критическую частоту (однородной или периодической, это не играет роли), существует небольшая неоднородность (см. врезку на рис. 4). Из общих соображений можно показать, что коэффициент отражения от этой неоднородности ведёт себя так, как показано на рис. 4. Он обращается по модулю в единицу точно на частоте отсечки  $\omega_c$  и имеет в этой точке корневую особенность:  $\Gamma(\omega) = -1 + C \sqrt{\omega - \omega_c}$ , где  $C$  — некоторая постоянная. Таким образом, коэффициент отражения является неаналитической функцией частоты в окрестности критической точки и, следовательно, сильно меняется при небольшом изменении частоты.

Чтобы понять, чем заменить коэффициент отражения, рассмотрим следующую ситуацию [5]. Пусть слева на неоднородность падает волна с частотой  $\Omega$  и отражается от неё. Предполагая зависимость от времени в виде  $\exp(i\Omega\tau)$ , получаем для волны стационарное уравнение, в котором квадрат волнового числа равен  $\pm\Omega$  в зависимости от типа границы — нижней или верхней:

$$\frac{d^2 F}{d\xi^2} + k^2 F = 0, \quad k(\Omega) = \sqrt{\pm\Omega}. \quad (17)$$

Представим решение в виде суммы двух волн с амплитудами  $F_+$  и  $F_-$ :

$$F(\xi) = F_+ \exp[-ik(\Omega)\xi] + F_- \exp[ik(\Omega)\xi]. \quad (18)$$

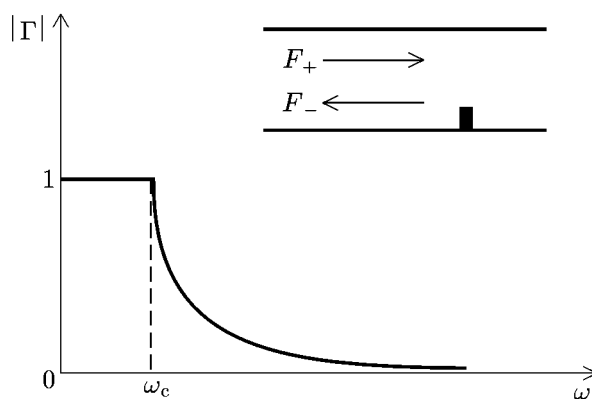


Рис. 4. Качественный вид зависимости  $|\Gamma(\omega)|$  при отражении волны от неоднородности в гладком волноводе

Дифференцируя соотношение (18) и считая, что амплитуды падающей на неоднородность и отражённой от неё волн связаны в плоскости  $\xi = 0$  коэффициентом отражения:  $F_+(0) = \Gamma(\Omega)F_-(0)$ , получаем уравнение, связывающее производную полного поля и само поле:

$$[F'(\xi) + i\alpha(\Omega)F(\xi)]_{\xi=0} = 0, \tag{19}$$

в котором функция  $\alpha(\Omega)$  определяется выражением

$$\alpha(\Omega) = k(\Omega) \frac{1 - \Gamma(\Omega)}{1 + \Gamma(\Omega)}. \tag{20}$$

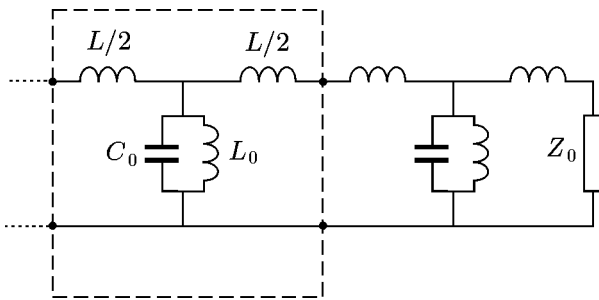


Рис. 5. Эквивалентная схема простейшей модели периодической структуры на связанных резонаторах. Пунктиром выделена одна ячейка системы

Несмотря на то, что  $k(\Omega)$  и  $\Gamma(\Omega)$  имеют особенности, функция  $\alpha(\Omega)$  является аналитической функцией частоты в пределах полосы пропускания и может быть продолжена за пределы полосы. Соотношение (19) представляет собой искомое граничное условие для поля.

В качестве примера рассмотрим простую модель периодической структуры в виде цепочки LC-контуров, связанных индуктивностями (рис. 5). Неоднородность в системе моделируется сопротивлением  $Z_0$ , совпадающим с волновым сопротивлением линии, отводящей энергию. Достаточно простые вычисления дают для коэффициента отражения и для функции  $\alpha(\Omega)$  следующие выражения (в размерных переменных):

$$\Gamma(\omega) = -1 + \frac{\sqrt{2} Z_0 \omega_0^{1/2}}{\omega \sqrt{L/C_0}} \sqrt{\omega - \omega_0} + \dots, \quad \alpha(\omega) = \frac{\omega L}{Z_0 d} \left[ 1 - \frac{2LC_0}{\sqrt{L_0 C_0}} (\omega - \omega_0) + \dots \right], \tag{21}$$

где  $L/d$  — погонная индуктивность,  $d$  — характерный размер ячейки. Видно, что  $\alpha(\omega)$  в самом деле является аналитической функцией частоты, хотя  $\Gamma(\omega)$  имеет корневую особенность. Аналитичность функции  $\alpha(\omega)$  позволяет в небольшом частотном диапазоне вблизи критической частоты считать её постоянной:  $\alpha(\omega) \approx \alpha(\omega_0)$ , что в дальнейшем мы и будем делать.

Для ряда приборов оказывается, что конкретизация устройства вывода энергии позволяет получить явный вид функции  $\alpha(\Omega)$ . Существует несколько типов граничных условий, для которых это можно сделать. Остановимся кратко на двух из них. Исторически первой формой граничных условий, применённых для описания отражений в релятивистских приборах с нефиксированной структурой поля, были условия идеального согласования [15]. Эти условия были сформулированы для гиротрона с нефиксированной структурой поля, у которого электродинамическая структура представляет собой гладкий волновод с радиусом, медленно меняющимся вдоль продольной оси. Модель, использованная в [15] для формулировки граничных условий, показана на рис. 6а. Предполагается, что область взаимодействия поля с пучком располагается при  $\xi < 0$ , и эта область может быть неоднородной. Справа от точки  $\xi = 0$  волновод является однородным, так что в этой области нет отражения волн. Тогда при  $\xi > 0$  должны существовать только волны, убегающие от области взаимодействия. Предполагая спектр сигнала в такой системе узким, легко получить граничное условие в виде (19), в котором функция  $\alpha(\Omega)$  определена следующим образом:



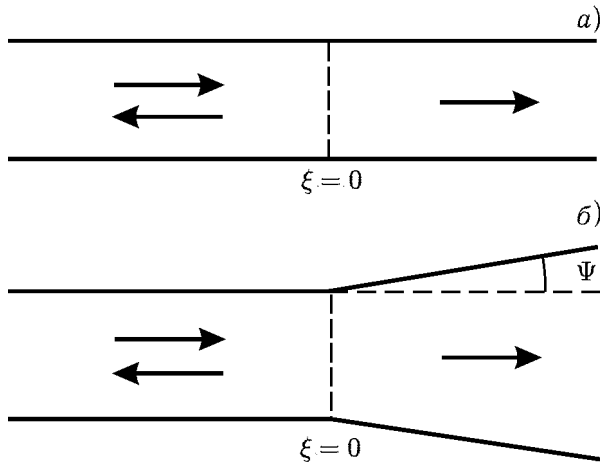


Рис. 6. Модели, используемые для описания вывода энергии в приборах гиротронного типа: идеальное согласование в сечении  $\xi = 0$  [15, 16] (а) и волновод, нагруженный на рупор с малым углом раскрыва [23] (б)

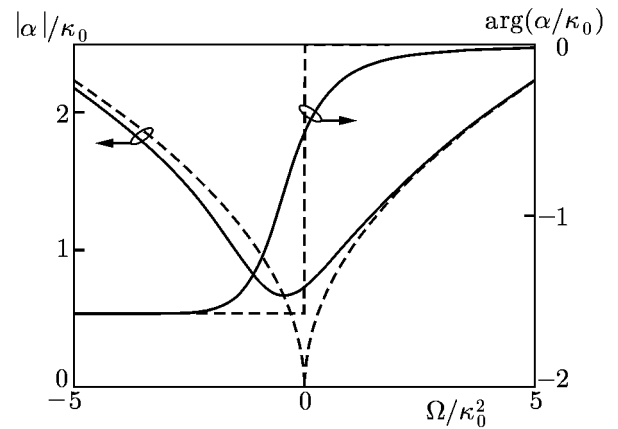


Рис. 7. Вид функции  $\alpha(\Omega)$  для систем с дифракционным выводом энергии: пунктир соответствует случаю идеального согласования, сплошные линии — случаю, когда волновод нагружен на рупор с малым углом раскрыва

Если частота сигнала не слишком близка к критической, предположение об отсутствии отражений справедливо, однако если спектр сигнала расположен очень близко к критической частоте, это приближение перестаёт быть физически оправданным. Достаточно сказать, что точно на критической частоте, как уже указывалось выше, сколь угодно малая неоднородность справа от выходного сечения приводит к появлению конечных по величине отражений. Поэтому для любой реальной системы составляющие сигнала с частотами, близкими к критической, будут испытывать сильные отражения. Поскольку в рассматриваемых системах особый интерес представляют режимы генерации или усиления колебаний с частотами, близкими к критической частоте, естественно рассмотреть более реалистичную систему, в которой пространство взаимодействия заканчивается рупором, служащим для вывода энергии (рис. 6б). В этом случае граничное условие сохраняет вид (19), а функция  $\alpha(\Omega)$  равна [23]

$$\alpha(\Omega) = \sqrt{\Omega} . \tag{22}$$

$$\alpha(\Omega) = \kappa_0 \exp(5i\pi/6) \frac{\text{Ai}'(\exp(i\pi/3)\Omega/\kappa_0^2)}{\text{Ai}(\exp(i\pi/3)\Omega/\kappa_0^2)} , \quad \kappa_0 = \frac{(2\Psi\nu_{nm}^2)^{1/3}}{R_0} , \tag{23}$$

где  $\text{Ai}(x)$  — функция Эйри,  $\nu_{nm}$  — корни производной функции Бесселя:  $J'_n(\nu_{nm}) = 0$ , а параметр  $\kappa_0$  выражается через геометрические параметры системы — угол раскрыва рупора  $\Psi$  и радиус волновода  $R_0$ . Вид модуля и аргумента функции  $\alpha(\Omega)$  представлен на рис. 7 сплошной линией, пунктиром показаны эти же величины для функции  $\alpha(\Omega)$ , задаваемой уравнением (22).

Полученные граничные условия справедливы для одной спектральной компоненты. Чтобы получить граничные условия во временном представлении, нужно применить обратное преобразование Фурье к уравнению (19). Тогда нестационарное граничное условие приобретает вид

$$F(0, \tau) - i \int_0^\tau G(\tau - \tau') \frac{\partial F(0, \tau - \tau')}{\partial \xi} d\tau' = 0, \tag{24}$$

где

$$G(\tau) = \exp(i\pi/4) / \sqrt{\pi\tau} \tag{25}$$

для случая идеального согласования [16], т. е. когда функция  $\alpha(\Omega)$  задана уравнением (22), и

$$G(\tau) = \exp(i\pi/3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-a'_n \exp(i\pi/6)\tau)}{a'_n}, \quad (26)$$

когда в качестве выходного устройства используется рупор [23] (функция  $\alpha(\Omega)$  задана уравнением (23)). В формуле (26)  $a'_n$  — абсолютные величины аргументов, при которых производная функции Эйри обращается в нуль. Способ эффективного вычисления суммы в (26) приведён в [23]. Вид функции  $G(\tau)$  для обоих случаев показан на рис. 8 (сплошная линия соответствует формуле (26), пунктир — формуле (25)).

Следует отметить, что полученные нестационарные граничные условия нелокальны во времени: полт в выходной плоскости в момент  $\tau$  зависит от значений поля во все предыдущие моменты времени. Наличие такой нелокальной связи объясняется сильной дисперсией волн, распространяющихся в выходном устройстве на частотах, близких к критической частоте.

Возвращаясь к рассмотрению граничных условий для описания процессов в ЛБВ ЦСР, отметим, что здесь периодическая структура связана с входным и выходным трактами через согласующее устройства  $T_1$  и  $T_2$ , как это показано на рис. 9, причём параметры трактов выбираются так, чтобы их дисперсия в рабочем диапазоне частот была как можно более слабой. В этом случае функция  $\alpha(\Omega)$  в граничном условии медленно меняется в рабочем диапазоне частот и с хорошей точностью её можно считать постоянной [5]. Это значительно упрощает моделирование нестационарных процессов, поскольку в этом приближении граничные условия в нестационарном случае имеют такой же вид, как и в стационарной теории.

В наиболее общей постановке можно считать, что в систему подаются сигналы как с пущенного, так и с коллекторного концов, амплитуды которых обозначим через  $F_{\text{вх}}(\tau)$  и  $F_{\text{встр}}(\tau)$ . В результате отражений этих волн от концов системы, а также выхода энергии из пространства взаимодействия в подводящих трактах также образуются волны, бегущие от периодической структуры, амплитуды которых обозначаются как  $F_{\text{отр}}(\tau)$  и  $F_{\text{вых}}(\tau)$  (см. рис. 9). Тогда граничные условия, описывающие эти процессы на обоих концах пространства взаимодействия, принимают вид [5]

$$\left[ \frac{\partial F(\xi, \tau)}{\partial \xi} \pm i\alpha_1 F(\xi, \tau) \right]_{\xi=0} = F_{\text{вх}}(\tau), \quad (27a)$$

$$\left[ \frac{\partial F(\xi, \tau)}{\partial \xi} \mp i\alpha_1 F(\xi, \tau) \right]_{\xi=0} = F_{\text{отр}}(\tau), \quad (27б)$$

$$\left[ \frac{\partial F(\xi, \tau)}{\partial \xi} \mp i\alpha_2 F(\xi, \tau) \right]_{\xi=l} = F_{\text{встр}}(\tau), \quad (27в)$$

$$\left[ \frac{\partial F(\xi, \tau)}{\partial \xi} \pm i\alpha_2 F(\xi, \tau) \right]_{\xi=l} = F_{\text{вых}}(\tau). \quad (27г)$$

В этих формулах выбор знака определяется типом границы полосы пропускания: верхний знак соответствует высокочастотной границе, а нижний — низкочастотной. Строго говоря, в (27) граничными условиями являются только уравнения (27а) и (27в), а оставшиеся уравнения (27б) и (27г) определяют сигналы  $F_{\text{отр}}(\tau)$  и  $F_{\text{вых}}(\tau)$ , убегающие от системы во входном и выходном трактах.

Далее при рассмотрении различных режимов работы прибора для сокращения числа параметров будем считать, что подводящие тракты и согласующие трансформаторы одинаковы, а

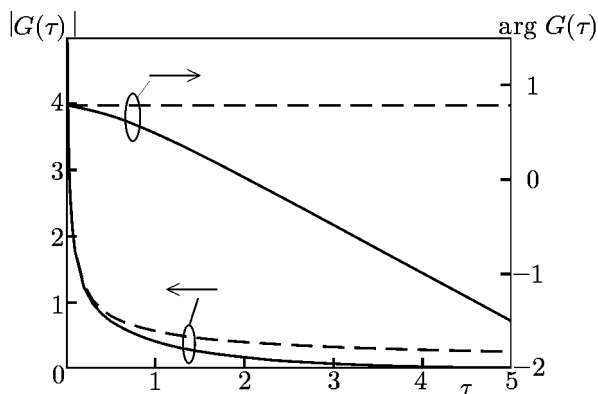


Рис. 8. Вид функции  $G(\tau)$  для нестационарных граничных условий (24): пунктир соответствует случаю идеального согласования, сплошные линии — случаю, когда волновод нагружен на рупор с малым углом раскрыва

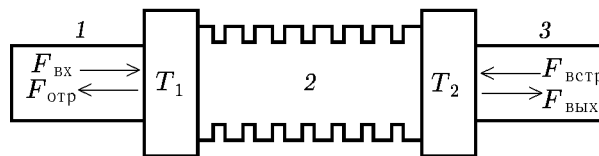


Рис. 9. Модель ЛВВ ЦСР, используемая при анализе: 1 — входной волновод, 2 — пространство взаимодействия, 3 — выходной волновод,  $T_1$  и  $T_2$  — согласующие устройства

система полностью согласована в некоторой точке полосы пропускания. Тогда безразмерные параметры  $\alpha_1 l$  и  $\alpha_2 l$  равны друг другу и приближённо определяются соотношением  $\alpha_1 l = \alpha_2 l = \alpha l \approx |\beta_{\text{согл}} - \beta_0| L$ , где  $\beta_{\text{согл}}$  — волновое число «холодной системы» в точке согласования. По оценкам реалистичные значения параметра  $\alpha l$  для ЛВВ ЦСР составляют величины порядка  $5 \div 50$  [5, 6].

Уравнения (13)–(16) совместно с граничными условиями (27а) и (27в) полностью определяют динамику системы во всех возможных режимах работы.

### 3. ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ЛВВ ЦСР: УСИЛЕНИЕ И ПАРАЗИТНОЕ САМОВОЗБУЖДЕНИЕ

Для рассмотрения стационарных линейных режимов работы ЛВВ ЦСР будем считать, что все величины меняются по закону  $\exp(i\Omega\tau)$ . Тогда, переходя от уравнений движения электронов к уравнению для безразмерной амплитуды тока  $I(\xi)$ , получаем следующие соотношения, описывающие работу устройства [6, 7, 12]:

$$\mp \frac{d^2 F(\xi)}{d\xi^2} + \Omega F(\xi) = iI(\xi), \quad \left( \frac{d}{d\xi} - iB \right)^2 I(\xi) = iF(\xi). \tag{28}$$

Указанные уравнения дополняются граничными условиями для тока при  $\xi = 0$ :

$$I(0) = 0, \quad I'(0) = 0, \tag{29}$$

а также граничными условиями для поля, которые следуют из (27а) и (27в), если положить в них  $F_{\text{встр}} = 0$ ,  $F_{\text{вх}}(\tau) = F_{\text{вх}}^- \exp(i\Omega\tau)$  и опустить общий экспоненциальный множитель. Комплексную амплитуду выходного сигнала  $F_{\text{вх}}^-$  находим из преобразованного таким же образом уравнения (27г).

Зависимости коэффициента усиления ЛВВ ЦСР в линейном режиме от параметра рассинхронизма  $B$ , рассчитанные для различных частот, показаны на рис. 10 для высокочастотной и на рис. 11 для низкочастотной границы полосы пропускания. Для сравнения на представленных иллюстрациях приведены отмеченные точками результаты, полученные с использованием дискретного подхода [6]. Как видно, совпадение результатов, рассчитанных вблизи высокочастотной

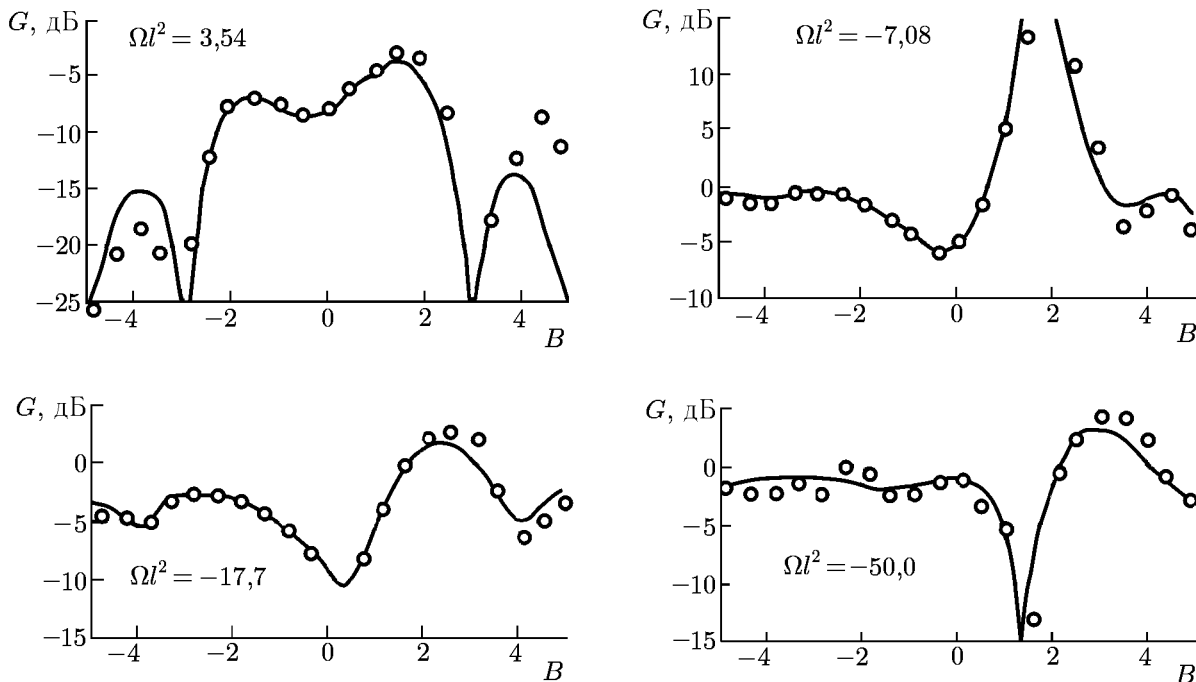


Рис. 10. Коэффициент усиления ЛБВ ЦСР в линейном режиме при взаимодействии вблизи высокочастотной границы полосы пропускания. Точки соответствуют расчёту по дискретной теории [6]

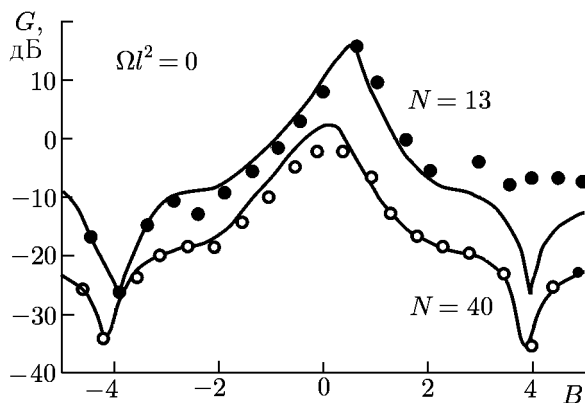


Рис. 11. Коэффициент усиления ЛБВ ЦСР в линейном режиме при взаимодействии вблизи низкочастотной границы полосы пропускания. Точки соответствуют расчёту по дискретной теории

границы, достаточно хорошее. Для низкочастотной границы на рис. 11 приведены зависимости для разного числа ячеек  $N$  в замедляющей системе; при увеличении  $N$  некоторое расхождение в результатах исчезает.

Одной из важных задач при исследовании режимов работы ЛБВ является анализ паразитного самовозбуждения на частотах, находящихся вблизи границы полосы пропускания [7, 9]. Стартовые условия паразитной генерации находятся при совместном решении уравнений линейной теории (28), условий для тока (29) и граничных условий (27а) и (27в), в которых следует положить  $F_{вх} = 0$  и  $F_{встр} = 0$ . Требование существования нетривиального решения этой системы уравнений приводит к стартовым условиям генерации

$$\sum_{i=1}^4 \frac{(k_i \pm \alpha_1)(k_i \pm \alpha_2) \exp(-ik_i l)}{k_i + (k_i \pm \Omega)/(k_i + B)} = 0, \quad (30)$$

где  $k_i$  — корни дисперсионного уравнения

$$(k^2 \pm \Omega)(k + B)^2 - 1 = 0. \quad (31)$$

Если зафиксировать параметры граничных условий  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$  и параметр рассинхронизма  $B$ , то комплексное уравнение (30) позволяет найти действительные величины  $l$  и  $\Omega$ , т. е. без-

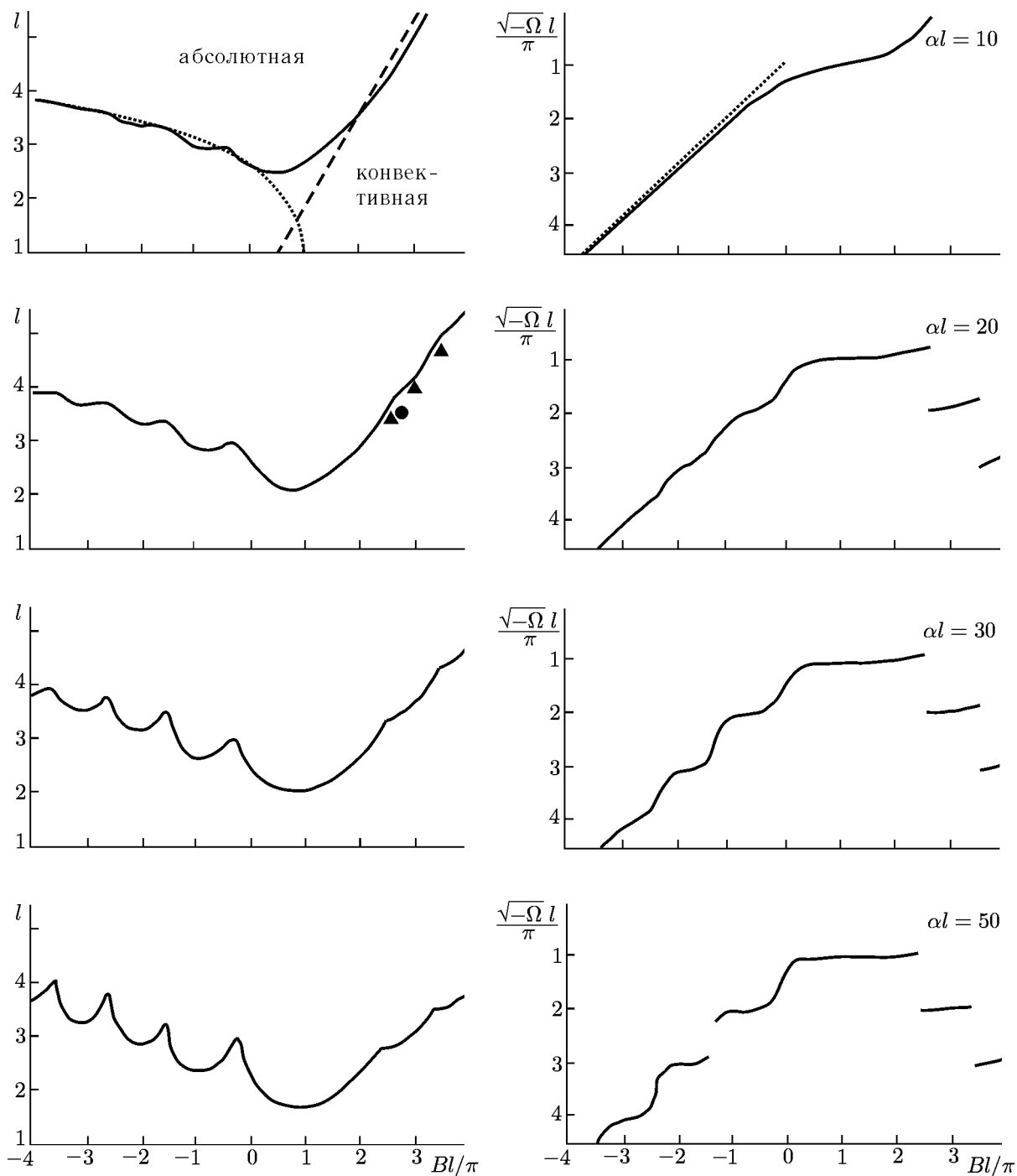


Рис. 12. Пусковые условия самовозбуждения ЛБВ вблизи высокочастотной границы полосы пропускания. На верхних рисунках пунктиром показаны пусковые условия ЛОУ, штриховая линия разделяет области, в которых реализуется абсолютная и конвективная неустойчивости в системе с бесконечной длиной

размерную пусковую длину и частоту самовозбуждения. Результаты расчётов представим в виде зависимостей  $l(Bl)$  и  $\sqrt{|\Omega|} l(Bl)$ .

Рассмотрим сначала самовозбуждение вблизи высокочастотной границы полосы пропуска-

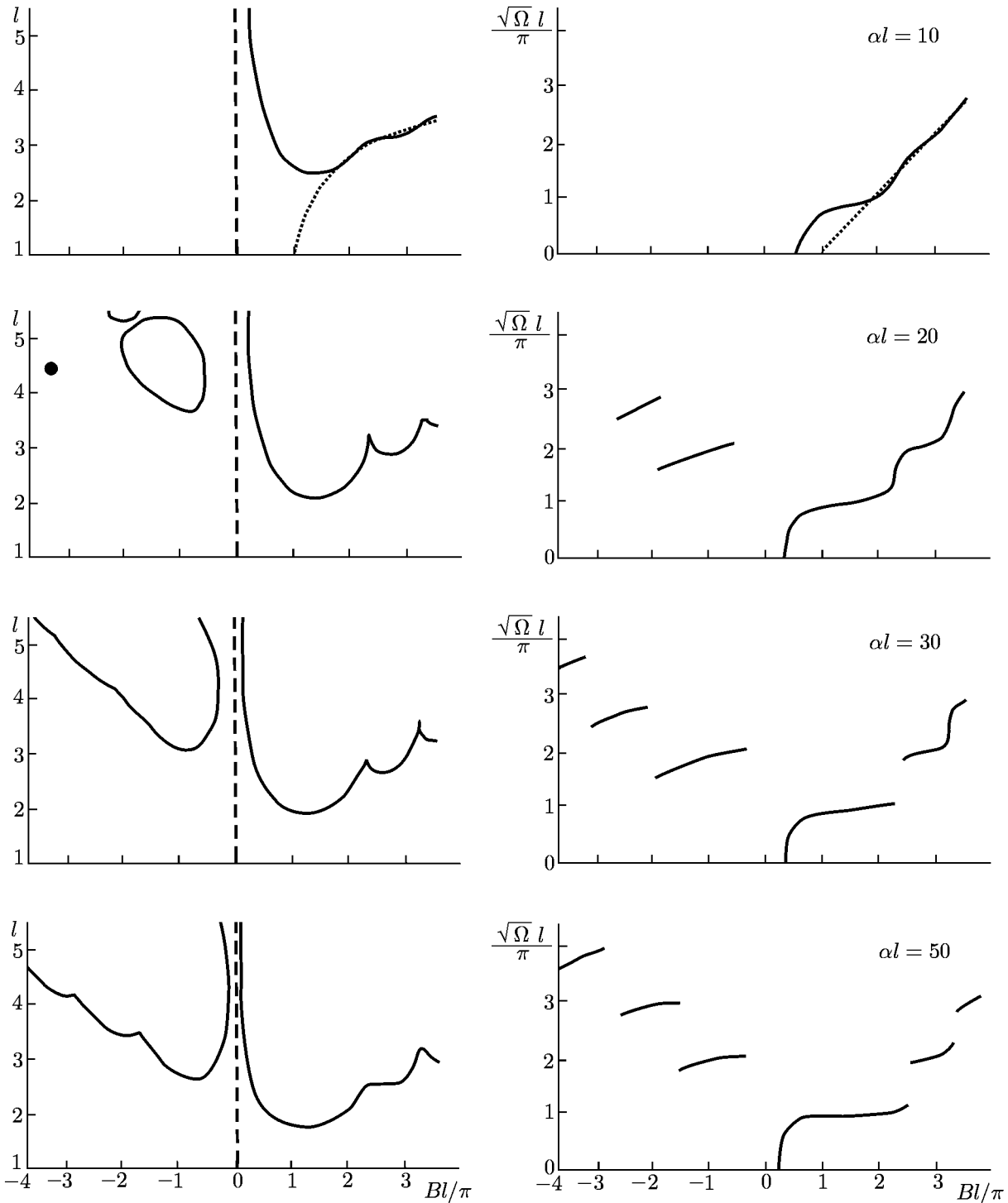


Рис. 13. Пусковые условия самовозбуждения ЛВВ вблизи низкочастотной границы полосы пропускания. Обозначения линий те же, что на рис. 12

ния. Результаты численного расчёта пусковых параметров представлены на рис. 12 для разных значений параметра  $\alpha l$ . На этих графиках увеличение параметра  $Bl$  соответствует увеличению ускоряющего напряжения пучка и переходу от режима преимущественного взаимодействия с

обратной волной к режиму преимущественного взаимодействия с прямой волной.

В окрестности высокочастотной границы можно отметить два механизма, ответственных за возбуждение ЛБВ. Первый механизм реализуется при больших значениях  $\alpha l$  и связан с возбуждением резонансных мод. По своему смыслу величина  $\alpha l$  определяет свойства «холодной» системы и интенсивность излучения из неё электромагнитного поля. При больших значениях этого параметра проявляются резонансные свойства системы, и электронный поток эффективно взаимодействует с прямой волновой составляющей (резонансной модой), если  $n\pi < BL < n\pi + 2\pi$ , или с обратной составляющей, если  $n\pi - 2\pi < BL < n\pi$ . При выполнении одного из этих условий при соответствующем токе произойдёт самовозбуждение  $n$ -й моды, причём стартовые линии  $\sqrt{|\Omega|} l(Bl)$ , определяющие пусковые частоты, будут напоминать ступеньки с длиной около  $2\pi$ .

При уменьшении параметра  $\alpha l$  система будет терять свои резонансные свойства, и описанная картина самовозбуждения меняется. В случае малых  $\alpha l$  механизм возбуждения колебаний в системе больше не будет связан с отражениями электромагнитной волны от концов замедляющей системы, в этом случае реализуется механизм, обусловленный наличием распределённой обратной связи за счёт взаимодействия с обратной волной. В области отрицательных значений  $Bl$  самовозбуждение происходит как в обычной ЛОВ, это хорошо видно на рис. 12 при  $\alpha l = 10$ , где пунктир соответствует пусковым условиям самовозбуждения ЛОВ. При синхронизме пучка с прямой волной ( $Bl > 0$ ) самовозбуждение происходит за счёт специфического механизма, связанного с возможностью существования в системе вблизи высокочастотной отсечки абсолютной неустойчивости даже при синхронизме пучка преимущественно с прямыми волнами [8]. На этом же рисунке штриховая линия разделяет области на плоскости параметров  $(Bl, l)$ , в которых реализуются абсолютная и конвективная неустойчивости в бесконечно длинной системе, описываемой дисперсионным уравнением (31).

Интересно отметить, что минимум пускового тока соответствует такому ускоряющему напряжению пучка, при котором точка синхронизма находится ещё на прямой ветви дисперсионной характеристики. Этим обстоятельством объясняется повышенная опасность самовозбуждения ЛБВ ЦСР именно вблизи высокочастотной границы полосы пропускания [7].

Для случая взаимодействия вблизи низкочастотной границы полосы пропускания результаты расчёта пусковых условий показаны на рис. 13. Теперь при увеличении напряжения (или параметра  $Bl$ ) происходит переход от взаимодействия пучка с прямой ветвью дисперсионной характеристики холодной системы к взаимодействию с обратной ветвью. В целом пусковые характеристики паразитной генерации качественно остаются такими же, как и для случая высокочастотной границы. Однако теперь при малых отражениях от концов замедляющей системы самовозбуждению на прямой ветви соответствуют очень большие пусковые токи. Это связано с тем, что границе между абсолютной и конвективной неустойчивостью теперь соответствует значение  $Bl = 0$  (штриховая линия на рис. 13), поэтому, если пучок находится в синхронизме с прямой волной, единственной причиной самовозбуждения остаются отражения сигнала от концов системы. Любопытно отметить, что при точном синхронизме пучка с полем на критической частоте пусковые токи оказываются равными бесконечности. Минимум стартового тока лежит в области синхронизма с обратными волнами. При постепенном увеличении уровня отражений от концов системы начинает проявляться также резонансный механизм самовозбуждения (см. рис. 13 при  $\alpha l = 30$ ; 50).

### 4. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ЭФФЕКТЫ

Для исследования более широкого класса проблем, связанных с взаимодействием электронного потока с электромагнитным полем, необходимо привлекать подход, основанный на нестационарных нелинейных уравнениях взаимодействия [4, 13, 14]. Основным преимуществом нестационарного подхода является то, что он позволяет не делать априорных предположений о характере установившегося режима колебаний, который получается естественным образом в результате моделирования поведения системы во времени, при этом автоматически решается вопрос об устойчивости найденного режима. В таких сложных распределённых динамических системах, как электронный пучок—электромагнитная волна, возможны различные режимы колебаний стационарные, периодические, хаотические, а также возможны некоторые нетривиальные эффекты, предсказание и анализ которых возможны только в рамках нестационарного подхода. Ниже рассмотрены несколько таких эффектов.

Для исследования нестационарных процессов проводилось численное моделирование уравнений (13) и (14), дополненных начальными условиями (15), (16). Граничное условие для поля на правом конце пространства взаимодействия задавалось уравнением (27в), в котором считалось, что  $F_{встр} = 0$ ; граничное условие на пушечном конце лампы определялось типом решаемой задачи.

В качестве первого эффекта рассмотрим самовозбуждение ЛВВ ЦСР, инициированное усиливаемым сигналом. Будем считать, что на вход лампы подаётся монохроматический сигнал. В этом случае граничное условие при  $\xi = 0$  следует взять в виде (27а), положив  $F_{вх}(\tau) = F_{вх}^0 \exp(i\Omega\tau)$  при  $\tau > 0$ , где  $\Omega$  — частота входного сигнала.

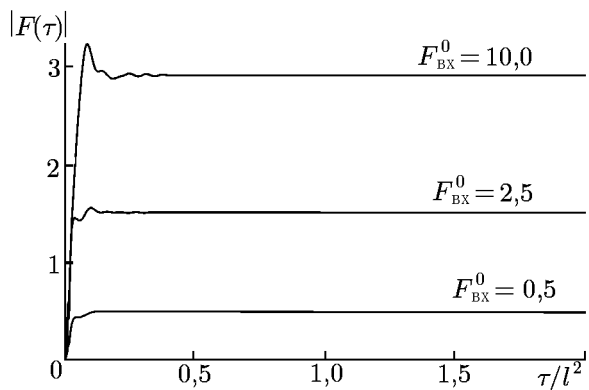


Рис. 14. Процесс установления стационарного режима усиления при взаимодействии вблизи низкочастотной границы полосы пропускания. Кривые соответствуют разной мощности входного сигнала

Рассмотрим вначале процесс установления стационарного режима усиления, когда взаимодействие происходит вблизи низкочастотной границы полосы пропускания. На рис. 14 показаны зависимости амплитуды выходного сигнала от времени для  $\Omega l^2 = 121$ ;  $Bl = -3,5\pi$ ;  $l = 4,5$ ;  $\alpha_1 l = \alpha_2 l = 20$ ; параметром кривых на рисунке является начальная амплитуда входного сигнала. Как видно, у низкочастотной границы полосы пропускания все переходные процессы заканчиваются установлением стационарных колебаний с постоянной амплитудой и частотой, равной частоте подаваемого на вход сигнала, даже если амплитуда входного сигнала достаточно велика. У низкочастотной границы полосы пропускания учёт нелинейных эффектов приводит лишь к уменьшению коэффициента усиления с ростом амплитуды входного сигнала.

Другую ситуацию можно наблюдать вблизи высокочастотной границы полосы пропускания. Пусть, например, параметры выбраны следующим образом:  $Bl = 2,8\pi$ ;  $l = 3,5$ ;  $\Omega l^2 = -30,6$ . В этом случае, если амплитуда входного сигнала сравнительно невелика ( $F_{вх}^0 = 2,0$ ), также устанавливаются стационарные режимы после переходного процесса (рис. 15а). Если же на вход подаётся достаточно мощный сигнал с  $F_{вх}^0 = 4,0$ , наблюдаются осцилляции амплитуды сигнала, не затухающие со временем.

На рис. 15 показаны также спектры выходного сигнала в обоих случаях. При малой вход-



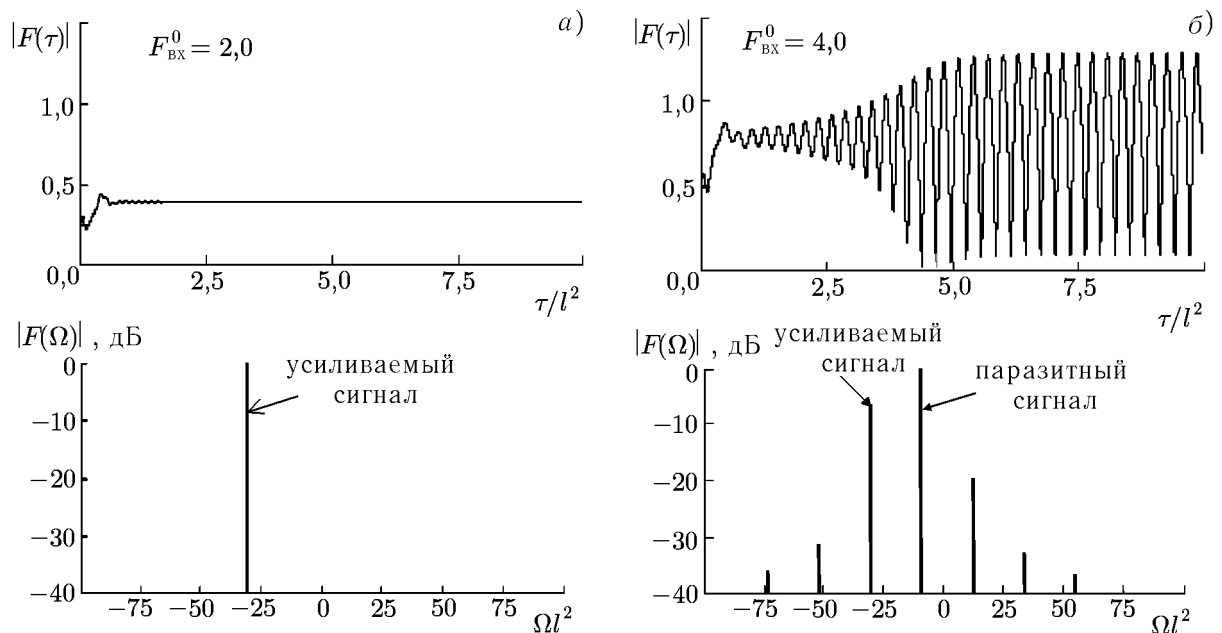


Рис. 15. Самовозбуждение, инициированное мощным входным сигналом при взаимодействии вблизи высокочастотной границы полосы пропускания: установление колебаний при относительно малой входной мощности (а) и при большой входной мощности (б). Сверху приведены зависимости амплитуды выходного сигнала от времени, на нижних — спектры выходного сигнала

ной мощности спектр состоит из единственной линии, частота которой равна частоте входного сигнала. Во втором случае спектр дискретный, в нём присутствуют составляющая на частоте усиливаемого сигнала и основная паразитная компонента, имеющая частоту  $\Omega^2 \approx -9,9$ , близкую к собственной частоте первой резонансной моды «холодной» системы ( $\Omega^2 \approx -\pi^2$ ). Остальные линии в спектре представляют собой всевозможные комбинации этих частот.

Существенно разное поведение системы вблизи низкочастотной и высокочастотной границ полосы пропускания связано с нелинейными эффектами торможения электронного пучка полем излучения. На рис. 12 и 13 чёрными кружками отмечены точки на плоскости параметров  $(Bl, l)$ , в которых проводилось моделирование. Для высокочастотной границы торможение пучка и уменьшение его средней скорости приводит к эффективному уменьшению параметра  $Bl$ , рабочая точка на рис. 12 сдвигается влево и попадает в область самовозбуждения. Вблизи низкочастотной границы уменьшение параметра  $Bl$  за счёт нелинейного торможения, наоборот, отодвигает рабочую точку от зоны самовозбуждения (см. рис. 13), поэтому паразитной генерации не происходит.

Ещё один нелинейный эффект, который можно наблюдать в ЛБВ ЦСР при взаимодействии вблизи границы полосы пропускания — жёсткое возбуждение колебаний. В качестве примера рассмотрим взаимодействие в окрестности высокочастотной границы. На рис. 12 треугольниками отмечены точки, в которых проводилось моделирование установления колебаний в системе при отсутствии входного сигнала. Начальное распределение поля задавалось в виде первой резонансной моды:  $F(\xi, 0) = F_0 \sin(\pi\xi/l)$ , и расчёты проводились для разных значений начальной амплитуды  $F_0$ . Полученные результаты приведены на рис. 16 в виде временных зависимостей амплитуд сигналов, излучаемых из системы в выходной тракт (сплошная линия) и во входной тракт (пунктир). Рис. 16а соответствует параметрам  $Bl = 2,5$ ;  $l = 3,4$ , рис. 16б —  $Bl = 3$ ;  $l = 4$

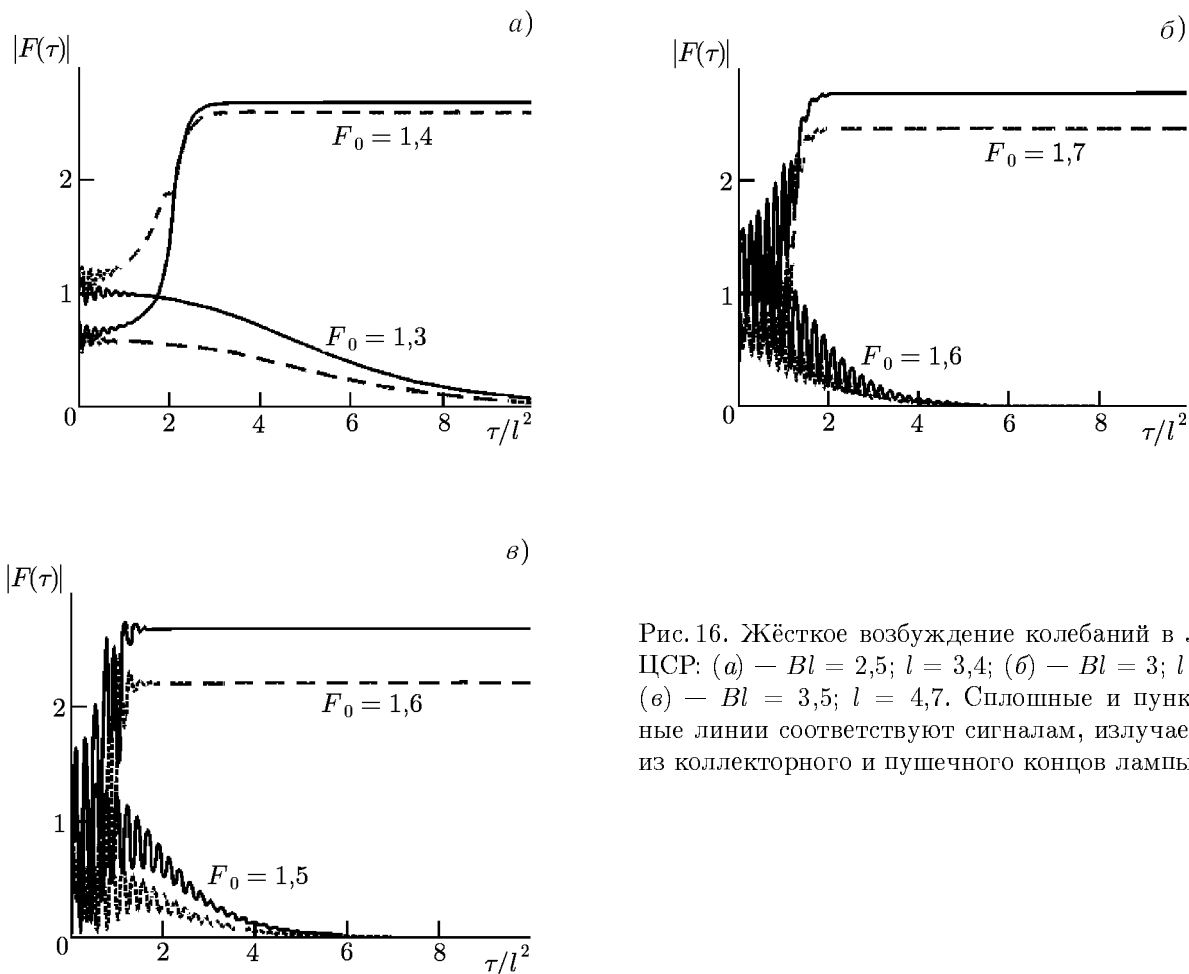


Рис. 16. Жёсткое возбуждение колебаний в ЛВВ ЦСР: (а) —  $Bl = 2,5; l = 3,4$ ; (б) —  $Bl = 3; l = 4$ ; (в) —  $Bl = 3,5; l = 4,7$ . Сплошные и пунктирные линии соответствуют сигналам, излучаемым из коллекторного и пушечного концов лампы

и рис. 16в —  $Bl = 3,5; l = 4,7$ . Во всех трёх случаях наблюдался эффект жёсткого возбуждения колебаний. При малых амплитудах начального распределения поля колебания с течением времени полностью затухают. Но если величина  $F_0$  превышает некоторое пороговое значение, в результате переходного процесса в системе устанавливаются стационарные колебания, при этом распределение поля вдоль пространства взаимодействия и частота колебаний соответствуют первой резонансной моде «холодной» системы.

Жёсткое возбуждение также связано с тем, что при большой амплитуде сигнала нелинейное торможение электронного пучка в выбранной области параметров на плоскости  $(Bl, l)$  улучшает условия взаимодействия электронов с полем первой резонансной моды. Хотя в линейном режиме это взаимодействие неэффективно, в нелинейном режиме, при большом уровне сигнала, эти колебания оказываются самоподдерживающимися. Из-за возможности жёсткого установления колебаний в системе становится также возможным наблюдение явления гистерезиса вблизи границы зоны генерации. При переходе через эту границу в системе возникнут колебания с конечной по величине амплитудой, если же потом, изменяя параметры, выйти за пределы линейной зоны генерации, эти колебания будут существовать, пока не произойдёт их срыв при некотором конечном смещении от границы зоны генерации.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для электроники СВЧ разработка волновой теории взаимодействия электронных потоков с электромагнитными волнами вблизи границы полосы пропускания представляет фундаментальный интерес. В самом деле, такая теория призвана заполнить очевидный пробел. Если взаимодействие отдельно с прямой или с обратной волной давно понято качественно и изучено теоретически, то проблема описания промежуточной ситуации, когда область синхронизма пучка и колебаний в электродинамической структуре располагается вблизи границы полосы пропускания, в течение долгого времени вызывала трудности и в принципиальном отношении оставалась нерешённой. В то же время понимание особенностей взаимодействия вблизи границы полосы жизненно важно для целого ряда устройств СВЧ электроники, таких, как ЛБВ ЦСР, оротрон, гиротрон и др.

С теоретической точки зрения исследование устройств, функционирующих у границы полосы, особенно интересно, поскольку они нетривиальным образом сочетают особенности, характерные для устройств с прямыми волнами, со встречными волнами, а также устройств с локализованными колебаниями резонаторного типа. Особенно важным представляется использование нестационарной нелинейной теории для описания динамики электронных генераторов и усилителей вблизи границы полосы пропускания, поскольку при этом характер реализующегося режима не постулируется заранее исследователем, а определяется естественным образом в ходе численного моделирования процесса установления колебаний.

В серии работ, изложение которых составило содержание настоящего обзора, была разработана волновая теория взаимодействия электронного потока с полем электродинамической структуры вблизи границы полосы пропускания, в которой все принципиальные трудности удалось преодолеть. Эта теория построена с учётом специфики длительного взаимодействия, отличается простотой и наличием минимального набора существенных параметров. С другой стороны, она включает все основные эффекты, реализующиеся в области вблизи границы полосы пропускания, и позволяет составить ясную качественную картину этих эффектов. При этом все используемые переменные и параметры не имеют сингулярностей и расходимостей и пригодны, следовательно, для измерения и применения на практике. Как можно полагать, развитая теория и основанная на ней картина явлений должны существенно помочь в разработке и оптимизации приборов СВЧ электроники, функционирующих вблизи границы полосы пропускания.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 03-02-16192 и 02-02-17317).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Л. В. Булгакова, Д. И. Трубецков, В. Л. Фишер, В. Н. Шевчик // Лекции по электронике СВЧ приборов типа О. Саратов: СГУ, 1974. С. 221.
2. Солнцев В. А., Осин А. В. // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. 5-я зимняя школа-семинар инженеров. Кн. 4. Саратов: СГУ, 1981. С. 142.
3. Мухин С. В., Солнцев В. А. Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. 7-я зимняя школа-семинар инженеров. Кн. 1. Саратов: СГУ, 1986. С. 43.
4. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27, № 12. С. 1575.
5. Кузнецов А. П. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1984. Т. 367, № 7. С. 3.
6. Булгакова Л. В., Гаврилов М. В., Кузнецов А. П. и др. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1985. Т. 378, № 6. С. 34.
7. Кузнецов А. П., Рожнев А. Г. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1985. Т. 381, № 9. С. 3.
8. Кузнецов А. П. // Письма в ЖТФ. 1982. Т. 8, № 15. С. 941.

9. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П., Рожнев А. Г. // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. 7-я зимняя школа-семинар инженеров. Кн. 2. Саратов: СГУ, 1986. С. 44.
10. Булгакова Л. В., Кузнецов С. П. // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. 7-я зимняя школа-семинар инженеров. Кн. 2. Саратов: СГУ, 1986. С. 56.
11. Кузнецов А. П., Рожнев А. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31, № 9. С. 1113.
12. Булгакова Л. В., Кузнецов А. П., Кузнецов С. П., Рожнев А. Г. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1988. Т. 407, № 3. С. 7.
13. Булгакова Л. В., Кузнецов С. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31, № 2. С. 207.
14. Булгакова Л. В., Кузнецов С. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31, № 5. С. 612.
15. Братман В. Л., Моисеев М. А., Петелин М. И., Эрм Р. Э. // Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16, № 4. С. 622.
16. Гинзбург Н. С., Завольский Н. А., Нусинович Г. С., Сергеев А. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29, № 1. С. 106.
17. Солнцев В. А., Кравченко Н. П. // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23, № 5. С. 1103.
18. Осин А. В., Солнцев В. А. // Радиотехника и электроника. 1979. Т. 24, № 7. С. 1380.
19. Кравченко Н. П., Солнцев В. А. // Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25, № 3. С. 601.
20. Осин А. В., Солнцев В. А. // Радиотехника и электроника. 1982. Т. 27, № 11. С. 2207.
21. Осин А. В., Солнцев В. А. // Радиотехника и электроника. 1982. Т. 27, № 12. С. 2435.
22. Кузнецов С. П. // Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25, № 2. С. 419.
23. Rozhnev A. G. // J. Commun. Techn. Electron. Suppl. 2000. V. 45, No. 1. P. 95.

<sup>1</sup> Саратовское отделение ИРЭ РАН;

<sup>2</sup> Саратовский госуниверситет им. Н. Г. Чернышевского;

<sup>3</sup> Саратовская государственная академия права,  
г. Саратов, Россия

Поступила в редакцию

25 июня 2004 г.

## WAVE THEORY OF THE TWT OPERATING NEAR THE CUTOFF

*A. P. Kuznetsov, S. P. Kuznetsov, A. G. Rozhnev, E. V. Blokhina, L. V. Bulgakova*

The main principles are reviewed for the wave theory of interaction of an electron beam with electromagnetic field in a slow-wave structure near a boundary of the transmission band. Formulation of the basic equations and of the boundary conditions is considered under consistent account of a smallness of the interaction parameter. A comparison of results with a discrete version of the theory is discussed, regimes of linear amplification and start conditions for generation are considered, as well as some effects found in a frame of the non-stationary nonlinear theory, e. g. parasitic excitation in amplification regime and hard excitation of the generation mode.