



СИНХРОНИЗАЦИИ В СИСТЕМЕ С ДВУХМОДОВОЙ ДИНАМИКОЙ

А.П. Кузнецов, Э. Мозекилде, Л.В. Тюрюкина

На примере простейшей модели системы с двухмодовой динамикой рассматривается синхронизация различных временных масштабов. Исследуется переход между синхронными и несинхронными хаотическими режимами. Показано, что этот переход связан с потерей синхронным хаотическим аттрактором своей многоленточной структуры.

Введение

Синхронизация – фундаментальное нелинейное явление. Она является предметом интенсивных исследований в различных областях науки и техники [2–5, 25]. Наибольший интерес представляет синхронизация систем, демонстрирующих сложную, в том числе и хаотическую, динамику [6–8]. Рассматривается как взаимная [9–12], так и вынужденная синхронизация хаотических систем [7, 9, 13–15]. Оказалось, что классическая концепция синхронизации, относящаяся к захвату основных частот и мгновенных фаз регулярных осцилляторов, применима и к определенному классу хаотических систем, особенно осцилляторов, основная частота которых легко может быть определена из спектра силы [2, 8, 12, 14]. Последнее особенно характерно для систем, в которых хаотический аттрактор возникает из предельного цикла в результате каскада бифуркаций удвоения периода, как, например, в системе Ресслера.

В то время как синхронизация в системах с одномодовой динамикой относительно хорошо изучена, синхронизация в системах с двумя и более колебательными модами (временными масштабами) изучена недостаточно полно. Такого типа системы встречаются в различных областях естествознания. Например, в инженерных приложениях это системы с быстрой динамикой, подверженные медленной модуляции. Живые системы также демонстрируют большое число различных ритмов, важных для регулирования их нормальных физиологических процессов. Например, периодические колебания инсулина [16–18] или динамика нефронов [19–21]. Можно привести и другие примеры.

Детальное описание явления синхронизации в системах с многомодовой динамикой представляет собой предмет исследований теории динамических систем. В одной из последних работ [22] рассмотрена двухмодовая динамика, синхронизация быстрой и медленной колебательных мод в упрощенной модели нефрона, синхронизация двух связанных подсистем, каждая из которых индивидуально демонстрирует двухмодовую динамику, то есть достаточно сложная система связанных нелинейных осцилляторов со специфической нелинейностью и связью. Целью настоящей работы является рассмотрение особенностей синхронизации различных временных масштабов в намного более простой системе с двухмодовой динамикой, представляющей собой линейно связанные осцилляторы Уеды и Ван дер Поля. Это позволит продемонстрировать универсальность указанных выше явлений.

1. Синхронизация разных временных масштабов в системе с двухмодовой динамикой.

Рассмотрим простейшую систему, динамика которой характеризуется двумя (быстрой и медленной) колебательными модами. Она представляет собой систему двух связанных осцилляторов следующего вида:

$$\ddot{x} + k\dot{x} + x^3 = B(y + a), \quad (1)$$

$$\ddot{y} - (\alpha - y^2)\dot{y} + y = Cx. \quad (2)$$

Здесь первое уравнение является неавтономным осциллятором Уеды с параметром диссипации k . Величина Bu определяет связь со второй подсистемой, а величина Ba представляет собой постоянную силу. Вторая подсистема – неавтономный осциллятор Ван дер Поля с управляющим параметром α и обратной связью Cx . Отметим, что при небольших значениях параметра C рассматриваемая система представляет собой некий аналог осциллятора Уеды под гармоническим воздействием, создаваемым осциллятором Ван дер Поля. Динамика осциллятора Уеды под внешним гармоническим воздействием достаточно хорошо изучена [23, 24]. На плоскости параметров такой системы (параметр диссипации – амплитуда внешнего воздействия) имеет место сложная структура локальных и глобальных бифуркаций, а также области сосуществующих аттракторов. В работе [24] дается грубое описание возникновения указанных структур. Согласно этому описанию, они возникают в результате серии резонансов, при которых осциллятор Уеды совершает $m = 1, 2, 3, \dots$ собственных колебаний на один период внешней силы. При этом в результате нечетных резонансов ($m = 1, 3, 5, \dots$) возникают симметричные аттракторы, а в результате четных ($m = 2, 4, 6, \dots$) – несимметричные. В некотором смысле похожая картина возникает и в пространстве параметров связи рассматриваемой системы (1)-(2). На рис. 1 представлена полученная численно карта динамических режимов системы (1)-(2) на плоскости параметров (B, C) для $k = 0.4$, $\alpha = 1.0$ и $a = 0.8$. На карте оттенками серого цвета обозначены области существования режимов различных периодов. Так, белый цвет отвечает режиму периода 1, светло-серый – режиму периода 2 и т.д. (чем темнее цвет, тем больше период), а черный цвет отвечает хаосу и режимам больших периодов. Отметим также, что в верхней части карты, в области достаточно больших значений параметра C , расположена область «гибели колебаний» [2], то есть

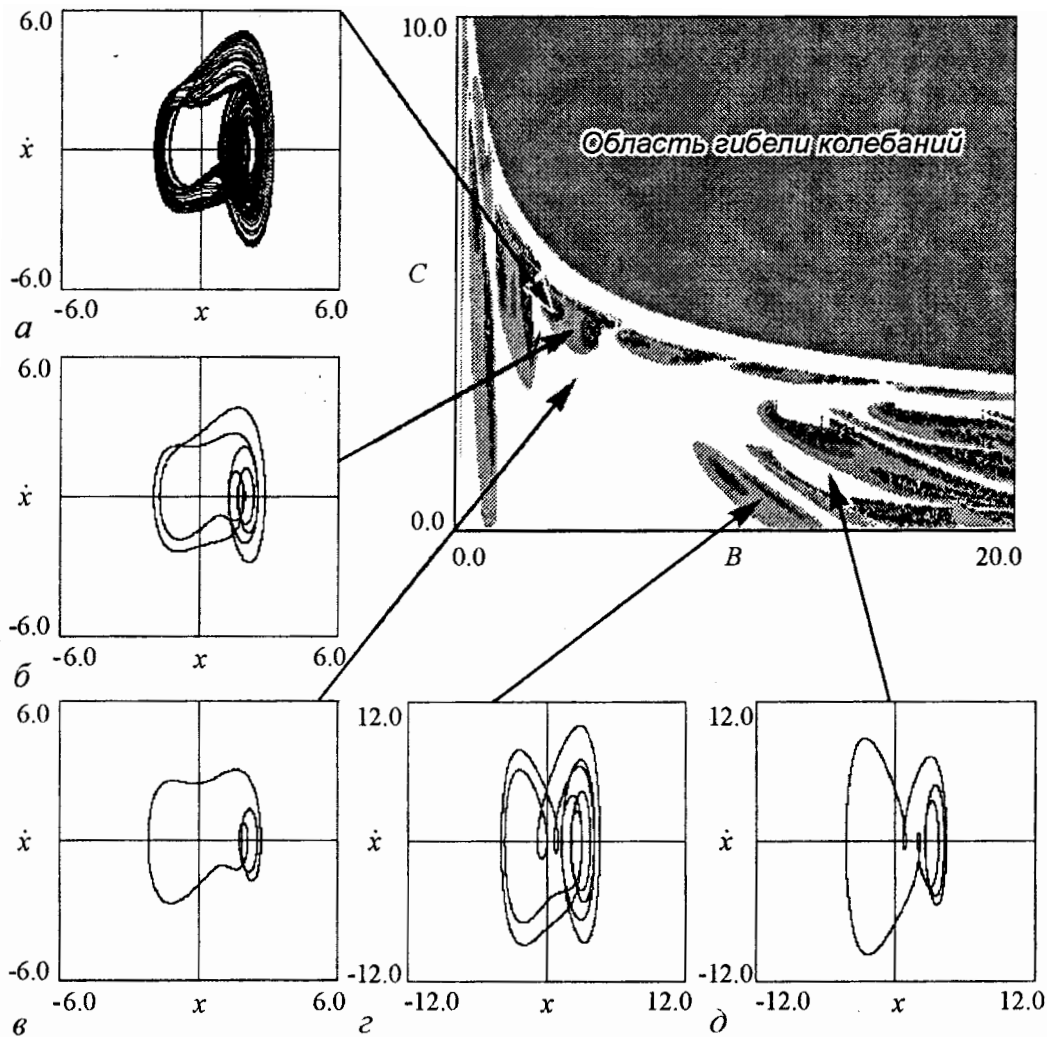


Рис. 1. Карта динамических режимов системы (1)-(2) на плоскости параметров связи (B , C) для $k = 0.4$, $\alpha = 1.0$ и $a = 0.8$. Представлены также проекции аттракторов системы на плоскость (x, \dot{x}) . Они построены при следующих значениях параметров: $C = 0.4253$ и $B = 3.431$ (a); $C = 0.4099$ и $B = 3.243$ ($б$); $C = 0.3287$ и $B = 4.042$ ($в$); $C = 0.0771$ и $B = 15.28$ ($г$); $C = 0.0499$ и $B = 10.796$ ($д$))

область, в которой система не демонстрирует колебания. К подавлению колебаний в рассматриваемой системе приводит в этом случае воздействие осциллятора Уеды на осциллятор Ван дер Поля. На карте хорошо видны области, представляющие собой «острова», внутри которых система (1)-(2) демонстрирует переход к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода. На этом же рисунке представлены проекции аттракторов на плоскость (x, \dot{x}) . Видно, что система действительно демонстрирует двухмодовую динамику, состоящую из быстрой и медленной колебательной моды. Например, на рис. 1, $в$ представлен режим, демонстрирующий три быстрых колебания за период одного медленного (такой режим будем обозначать как режим типа 1:3), на рис. 1, $б$ – режим удвоенного периода, возникший из предыдущего в результате бифуркации удвоения периода. И, наконец, на рис. 1, $а$ представлен хаотический режим, возникший из режима типа 1:3 в результате каскада бифуркаций

удвоения периода. При этом в системе наблюдаются как симметричные (рис. 1, *a-v*), так и несимметричные (рис. 1, *z, d*) аттракторы. Исследование показало, что симметричные аттракторы наблюдаются в левой части карты, а несимметричные – в правой. А расположение на плоскости параметров границы, разделяющей области симметричных и несимметричных аттракторов, зависит от величины постоянной силы, то есть от параметра a . Это связано с тем, что добавление постоянной силы в правую часть уравнения (1) приводит к смещению положения равновесия в осцилляторе Уеды. Как следствие, его потенциальная функция становится несимметричной. При построении карты динамических режимов величина и знак постоянной внешней силы выбирались такими, чтобы система (1)-(2) демонстрировала несимметричные режимы, у которых колебания, отвечающие быстрой моде, расположены в области положительных значений динамической переменной x .

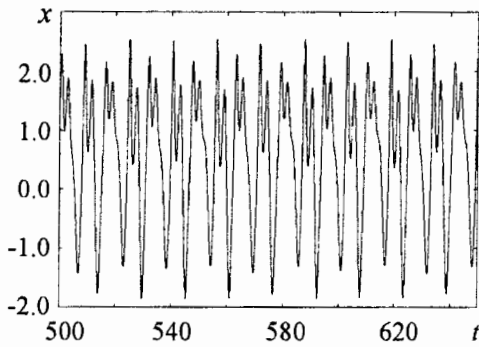


Рис. 2. Характерное изменение во времени динамической переменной x для хаотического режима, демонстрируемого системой (1)-(2) и содержащего быструю и медленную колебательные моды. $k = 0.4$, $\alpha = 1.0$, $a = 0.8$, $B = 1.66$ и $C = 0.4392$

При этом уравнение Уеды описывает колебания, отвечающие быстрой моде, а уравнение Ван дер Поля – медленной. А изменение во времени динамической переменной x (см. рис. 2) представляет собой их комбинацию.

Заменой переменных $\dot{x} = u$ и $\dot{y} = v$ система (1)-(2) может быть сведена к системе четырех обыкновенных дифференциальных уравнений. Такая замена позволяет оценить частоты быстрой и медленной колебательных мод и исследовать синхронизацию между ними. Для этого вычислим средние времена возврата τ_u и τ_y фазовой траектории в сечения Пуанкаре, заданные уравнениями $u = 0$ и $y = 0$, соответственно. Здесь выбор секущих плоскостей определяется следующим условием: для адекватного определения времен возврата необходимо, чтобы временные реализации динамических переменных, отвечающих быстрым и медленным движениям, всегда пересекали выбранные сечения. Исследование системы (1)-(2) позволяет сделать вывод, что удобнее выбирать динамические переменные u для описания быстрой моды и y – медленной. Далее, аналогично работе [22], определим число вращения, дающее отношение частоты медленной колебательной моды к частоте быстрой, как

$$r = \frac{\langle \tau_u \rangle}{\langle \tau_y \rangle}. \quad (3)$$

Определенное таким образом число вращения r позволяет выделить так называемые синхронные и несинхронные хаотические режимы. В первом случае число вращения равно величине $r = m/n$, где m – число медленных колебаний, а n – быстрых (m, n – целые числа) и принимает рациональные значения. Во втором случае $r \neq m/n$ – иррациональное. В данной работе основное внимание будет уделено синхронным и несинхронным режимам, для которых $m = 1$. На рис. 3 представлен характерный вид зависимости числа вращения r от параметра C при фиксированном значении $B = 1.66$. Отметим, что зависимость r от параметра B при фиксированном значении C имеет аналогичный вид. На этом же рисунке представлено бифуркационное дерево – зависимость динамической переменной x , определенной в сечении Пуанкаре $y = 0$, от параметра. Размещение обеих характеристик на одном рисунке позволяет получить более точную информацию о динамике системы. А именно, сопоставить значение числа вращения, определяющего синхронизацию между быстрой и медленной модами, и период наблюдаемого при этом режима. Как следствие, в явном виде можем указать области синхронного и несинхронного хаоса.

На рис. 3 можно выделить три характерные области: первая область ($0.4 < C < 0.5$) отвечает тому, что сначала число вращения $r = 1/2$, а потом начинает уменьшаться; вторая область ($0.585 < C < 0.65$) – тому, что число вращения уменьшается и в итоге принимает значение $r = 1/3$; и третья область ($0.5 < C < 0.585$) – тому, что на графике зависимости числа вращения от параметра есть две «полочки», отвечающие значениям числа вращения $r = 0.44444\dots$ и $r = 0.4$. Отметим, что переход между последними двумя «полочками» происходит скачком. Кроме того, если в первых двух областях в рассматриваемой системе наблюдаются как периодические, так и хаотические режимы, то есть можно говорить как о синхронном, так и о несинхронном хаосе, то в третьей области наблюдаются лишь периодические режимы. Рассмотрим указанные области более подробно.

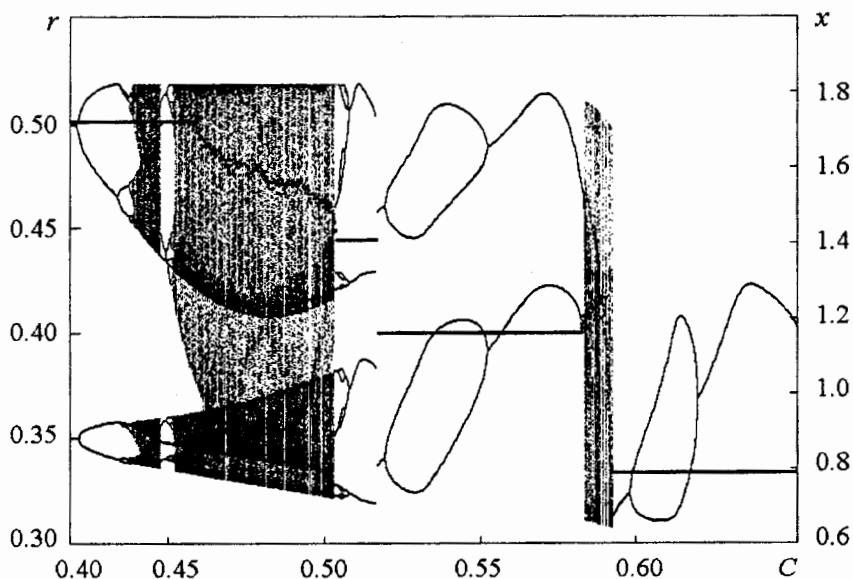


Рис. 3. Зависимость числа вращения r от параметра C (черная кривая) и бифуркационное дерево для системы (1)-(2) при $k = 0.4$, $\alpha = 1.0$, $a = 0.8$ и $B = 1.66$. «Полочки» постоянного числа вращения отвечают синхронизации между быстрой и медленной модами

На рис. 4 представлен увеличенный фрагмент предыдущего рисунка, на котором изображена первая из указанных выше областей. На том же рисунке приведены трехмерные проекции аттракторов системы (1)-(2). Видно, что в этой области имеет место каскад бифуркаций удвоения периода на базе режима периода 1, для которого число вращения $r = 1/2$, и возникает хаотический аттрактор с тем же числом вращения. Этот хаотический аттрактор имеет явно выраженную лентовидную структуру, состоящую из двух лент (рис. 4, *в*). Он представляет собой пример синхронного хаоса. Внутри области хаоса есть окна периодических режимов, самое большое из которых расположено в окрестности значения $C = 0.45$ и отвечает режиму периода 6. Отметим, что в точке A ($C_A = 0.4595\dots$) число вращения начинает уменьшаться. Это отвечает тому, что в аттракторе появляются дополнительные петли. Таким образом, можно сказать, что в системе возник несинхронный хаотический режим, также характеризующийся лентовидной структурой, однако теперь она содержит лишь одну ленту. Переход от одного режима к другому сопровождается объединением двух лент, из которых состоял исходный хаотический аттрактор. Очень хорошо этот процесс виден на бифуркационном дереве (см. рис. 4): с ростом параметра C верхняя ветвь дерева становится все шире и шире, пока не сольется с нижней. Это происходит как раз в точке A . Отметим, что переход от синхронного хаотического режима к несинхронному имеет еще одну особенность. Она состоит в том, что непосредственно перед точкой A существует область, в которой число вращения не строго равно $1/2$, а слегка колеблется около этого значения. Это связано с перескоком изображаю-

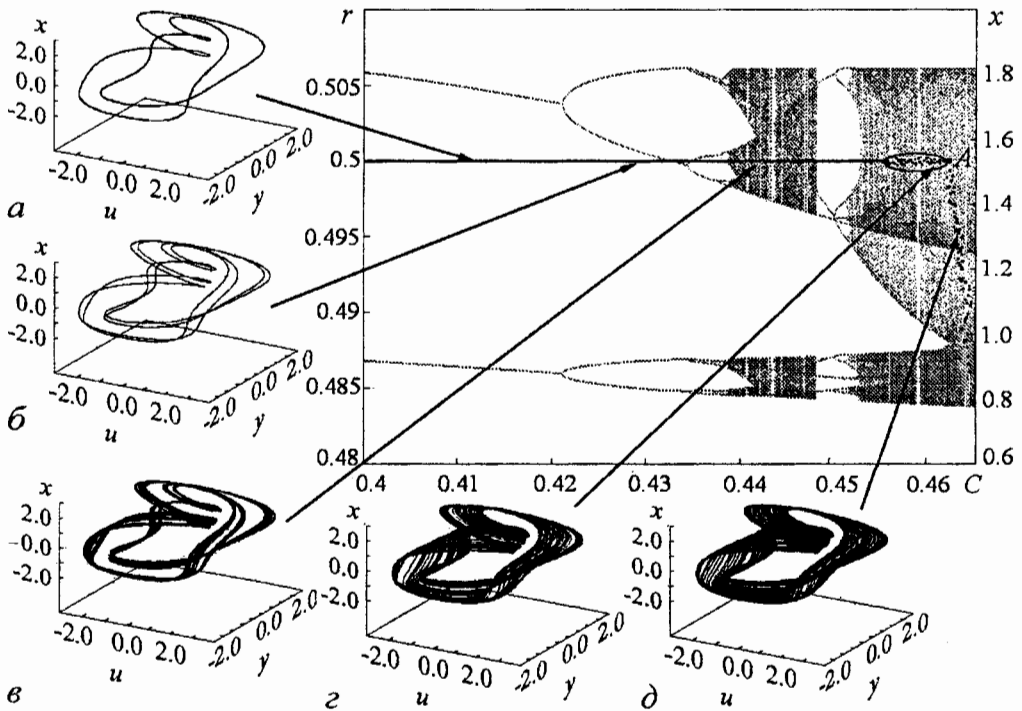


Рис. 4. Увеличенный фрагмент рис. 3, отвечающий области, где $r = 1/2$, и трехмерные проекции аттракторов. Аттракторы построены при $k = 0.4$, $\alpha = 1.0$, $a = 0.8$, $B = 1.66$ и следующих значениях параметра C : 0.4 (*а*), 0.43 (*б*), 0.4392 (*в*), 0.457 (*г*), 0.462 (*д*)

щей точки с одной ленты на другую, когда расстояние между лентами хаотического аттрактора становится достаточно малым. Фактически в этой области и происходит смена типа хаотического режима.

Теперь рассмотрим следующую область (рис. 5) – область, в которой число вращения сначала принимает значение $r = 0.44444\dots$, а потом скачком переходит на $r = 0.4$. Из рисунка видно, что в этой области система демонстрирует лишь периодическое поведение: при изменении параметра C имеет место конечный каскад бифуркаций удвоения периода. На рис. 6 показаны типичные для данной области изменения во времени динамической переменной x . Когда $r = 0.4444\dots$ (рис. 6, а), система демонстрирует режимы с кратными 4 периодами. Когда $r = 0.4$ (рис. 6, б), качественно ситуация аналогична. Однако теперь минимальный период наблюдаемого в системе режима равен 2. Отметим, что в обоих случаях имеет место синхронизация между быстрой и медленной модами. Последняя особенность рассматриваемой

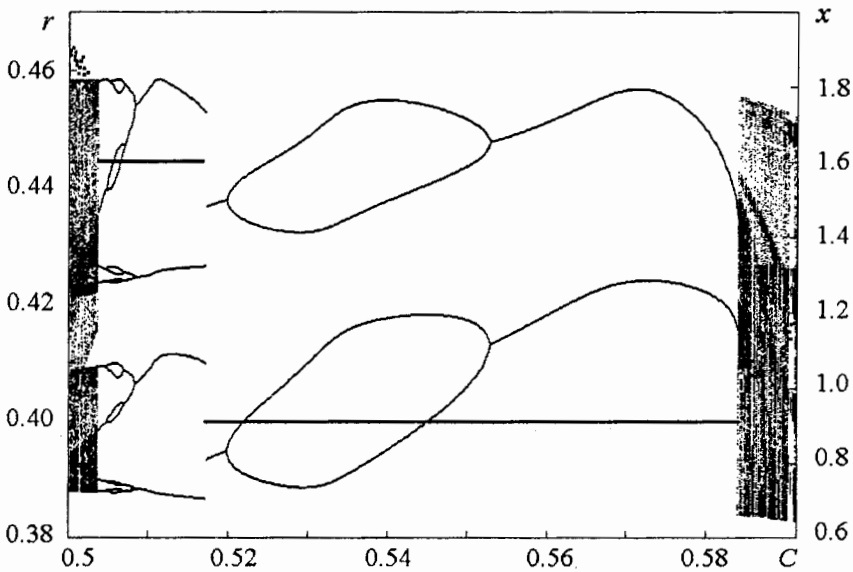


Рис. 5. Увеличенный фрагмент рис. 3, отвечающий области, где реализуются две «полочки» значений числа вращения $r = 0.44444\dots$ и $r = 0.4$

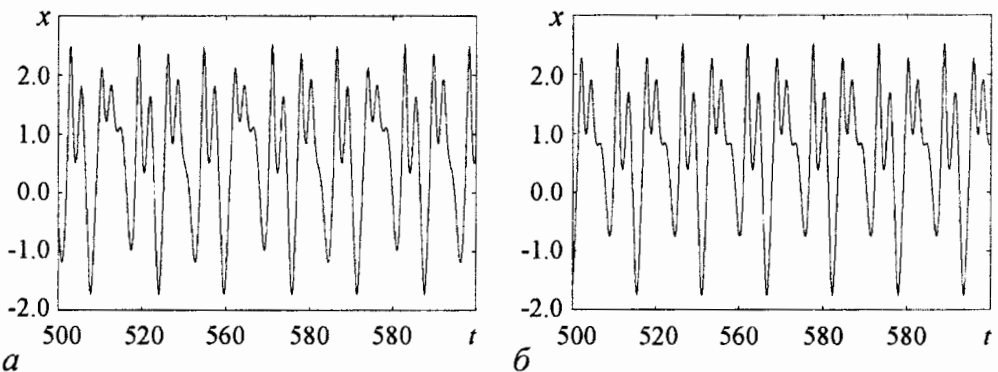


Рис. 6. Изменения во времени динамической переменной x для системы (1)-(2), отвечающие значениям числа вращения $r = 0.44444\dots$ (а) и $r = 0.4$ (б). Реализации построены при $k = 0.4$, $\alpha = 1.0$, $a = 0.8$, $B = 1.66$; $C = 0.51$ (а) и $C = 0.56$ (б)

области состоит в том, что в ней имеет место гистерезис (рис. 7). Если строить бифуркационное дерево в направлении уменьшения параметра C , то перескок с режимов, отвечающих $r = 0.44444\dots$, на режимы, отвечающие $r = 0.4$, произойдет при меньшем значении параметра. Так, в первом случае, когда бифуркационное дерево строится слева направо, перескок происходит при значении $C \approx 0.51695\dots$, а когда справа налево – при значении $C \approx 0.5081\dots$

Последняя рассматриваемая нами область характеризуется тем, что число вращения r продолжает уменьшаться, пока не достигнет значения $r = 1/3$ (рис. 8).

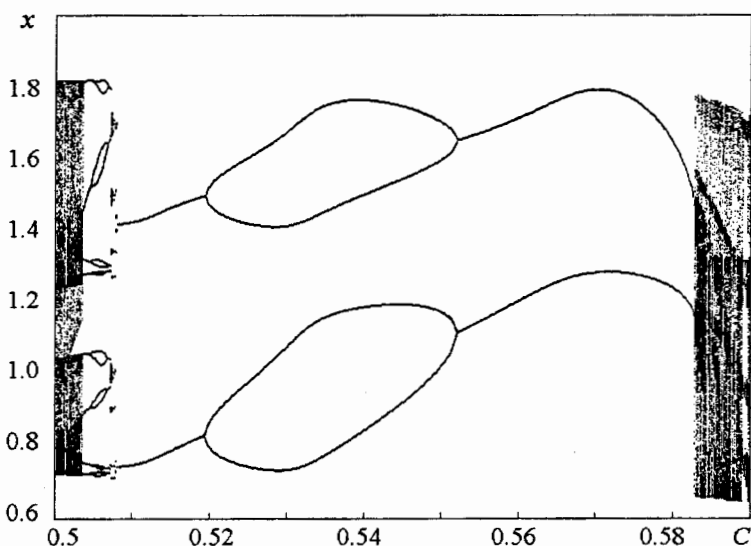


Рис. 7. Бифуркационное дерево для той же области, что и на рис. 5, в которой число вращения демонстрирует две полочки, отвечающие значениям $r = 0.44444\dots$ и $r = 0.4$. Сканирование производилось в направлении уменьшения параметра C . $k = 0.4$, $\alpha = 1.0$, $a = 0.8$ и $B = 1.66$

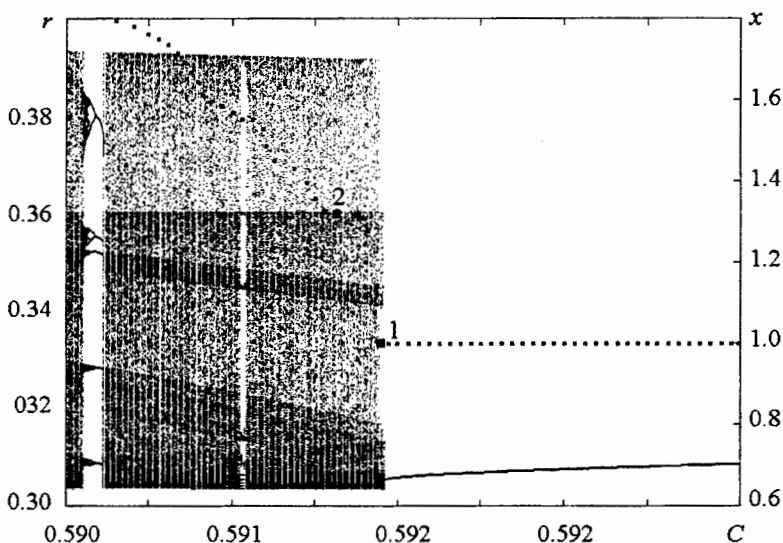


Рис. 8. Увеличенный фрагмент рис. 3, отвечающий области, где $r = 1/3$. Точки 1 ($C = 0.591885$) и 2 ($C = 0.5915$) отвечают синхронному и несинхронному хаотическим режимам, соответственно. $k = 0.4$, $\alpha = 1.0$, $a = 0.8$ и $B = 1.66$

Рассмотрим более детально две точки, взятые из этой области. Точки выбираем так, чтобы в них рассматриваемая система (1)-(2) демонстрировала хаотическое поведение, отвечающее рациональному и иррациональному значениям числа вращения. То есть рассмотрим синхронные и несинхронные хаотические режимы и сопоставим их свойства. Так, первая рассматриваемая точка ($C = 0.591885$) отвечает значению $r = 1/3$ и лежит у границы области существования хаотического режима, а вторая ($C = 0.5915$) – $r \approx 0.36$ и лежит внутри указанной выше области. На рис. 9 представлены трех- и двухмерные проекции аттракторов системы (1)-(2), построенные в указанных точках. Хорошо видно, что в первой точке действительно имеет место синхронный хаос, а во второй – несинхронный. Более того, аттрактор, построенный для значения $C = 0.591885$, имеет лентовидную структуру (рис. 9, а, в), а вот аттрактор, построенный для несинхронного хаотического режима ($C = 0.5915$), такой структурой уже не обладает (рис. 9, б, г). У него появились дополнительные петли вокруг основной части аттрактора. Таким образом, в данном случае переход от синхронного хаоса к несинхронному сопровождается появлением в структуре аттрактора дополнительных петель и мелкомасштабной структуры, а также объединением лент, образующих синхронный хаотический аттрактор (см. рис. 9, в, г).

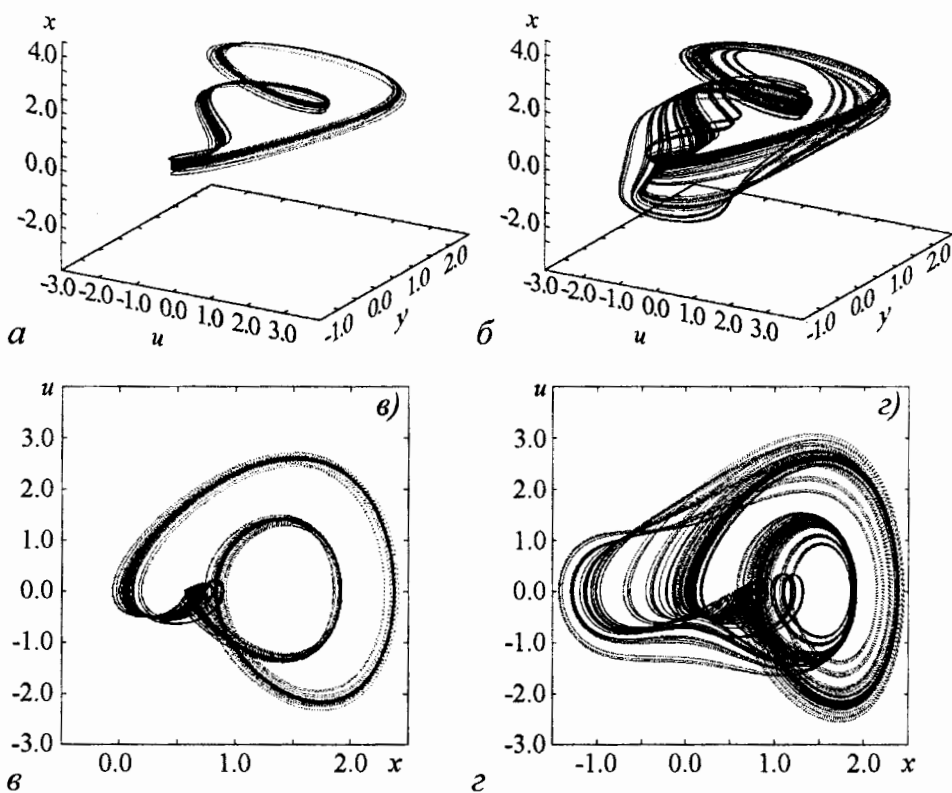


Рис. 9. Трех- и двухмерные проекции аттракторов системы (1)-(2), построенные в точках 1 ($C = 0.591885$) (а, в) и 2 ($C = 0.5915$) (б, г), показанных на рис. 8. Первая точка отвечает синхронному хаотическому режиму с числом вращения $r = 0.3333\dots$, а вторая – несинхронному с числом вращения $r \approx 0.36$. Остальные параметры принимают следующие значения: $k = 0.4$, $\alpha = 1.0$, $a = 0.8$ и $B = 1.66$

Заключение

В данной работе была рассмотрена простейшая система с двухмодовой динамикой, представляющая собой линейно связанные осцилляторы Уеды и Ван дер Поля. На примере указанной системы была рассмотрена синхронизация между быстрой и медленной колебательными модами (различными временными масштабами). Было показано, что на графике зависимости числа вращения (число вращения определяет отношение частоты медленной колебательной моды к частоте быстрой) от параметра связи осцилляторов имеют место «полочки». Каждая такая «полочка» отвечает своему рациональному числу вращения и, как следствие, наличию синхронизации между быстрой и медленной модами.

Сопоставление зависимости числа вращения от параметра связи с бифуркационным деревом рассматриваемой системы позволило определить в пространстве параметров системы области синхронного и несинхронного хаоса. Были исследованы свойства синхронных и несинхронных хаотических режимов, а также закономерности перехода между ними. Показано, что указанный переход связан с потерей синхронным хаотическим аттрактором своей многоленточной структуры. Пока хаотический аттрактор сохраняет многоленточную структуру, динамика системы характеризуется существенной степенью регулярности и вычисленное число вращения остается рациональным и постоянным в достаточно большом интервале изменения параметра связи. Когда многоленточная структура аттрактора разрушается, ленты сливаются друг с другом, быстрая и медленная колебательные моды также теряют синхронизацию. При этом в структуре несинхронного хаотического аттрактора появляются дополнительные петли и мелкомасштабная структура. Как следствие, вычисленное для такого аттрактора число вращения будет иррациональным. Однако важно отметить, что потере синхронизации между модами предшествуют небольшие колебания числа вращения, когда расстояние между лентами хаотического аттрактора становится достаточно малым.

Работа поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований № 03-02-16074, грантом CRDF BRHE REC-006 № Y2-P-06-13 и госконтрактом № 02.442.11.7457.

Библиографический список

1. Kuramoto Y. Chemical oscillations, waves and turbulence. Berlin: Springer – Verlag, 1984.
2. Pikovsky A, Rosenblum M, Kurths Y. Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences. Cambridge University Press, 2001.
3. Mosekilde E., Maistrenko Yu., Postnov D. Chaotic synchronization: applications to living systems. Singapore: World Scientific, 2002.
4. Ott E. Chaos in dynamical systems. Cambridge University press, 1993.
5. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. М.: Наука, 1990.
6. Pecora L., Carroll T. Synchronization in chaotic systems // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol.64. P. 821.

7. Dykman G., Landa P. and Neimark Y. Synchronizing the chaotic oscillations by external force // *Chaos, Solitons and Fractals*. 1992. Vol. 1. P. 339.
8. Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Postnov D.E. and Safonova M.A. Synchronization of chaos // *Int. J. Bifurcation and Chaos*. 1992. Vol. 2. P. 633.
9. Анищенко С.В., Вадивасова Т.Е., Постнов Д.Э., Сафонова М.А. Вынужденная и взаимная синхронизация хаоса // *Радиотехника и электроника*. 1991. Т. 36, № 2. С. 338.
10. Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.I. Generalized synchronization of chaos in unidirectionally coupled chaotic systems // *Phys. Rev. E*. 1995. Vol. 51. P. 980.
11. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 78. P. 4193.
12. Anishchenko V.S., Silchenko A.N. and Khovanov I.A. Synchronization of switching processes in coupled Lorenz systems // *Phys. Rev. E*. 1998. Vol. 57. P. 316.
13. Ланда П.С., Рендель Ю.С., Шер В.Ф. Синхронизация колебаний в системе Лоренца // *Изв. вузов. Радиофизика*. 1989. Т. 32, № 9. С. 1172.
14. Rosenblum M., Pikovsky A. and Kurths J. Phase synchronization of chaotic oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 76. P. 1804.
15. Pikovsky A.S., Rosenblum M.G., Osipov G.V., Kurths J. Phase synchronization of chaotic oscillators by external driving // *Physica D*. 1997. Vol. 104. P. 219.
16. Polonsky K.S., Given B.D., and Van Cauter E. Twenty-four-hour profiles of pulsatile patterns of insulin secretion in normal and obese subjects // *J. Clin. Invest.* 1988. Vol. 81. P. 442.
17. Sturis J., Polonsky K.S., Mosekilde E. & Van Cauter E. The mechanisms underlying ultradian oscillations of insulin and glucose: A computer simulation approach // *Amer. J. Physiol.* 1991. Vol. 260. E801-E809.
18. Bergsten P. and Hellmann B. Glucose induced cycles of insulin release can be resolved into distinct periods of secretory activity // *Biochem. Biophys. Res. Commun.* 1993. Vol. 192. P. 1182.
19. Barfred M., Mosekilde E., and Holstein-Rathlou N.-H. Bifurcation analyses of nephron pressure and flow regulation // *Chaos*. 1996. Vol. 6. P. 280.
20. Holstein-Rathlou N.-H., Yip K.-P., Sosnovtseva O.V., and Mosekilde E. Synchronization phenomena in nephron interaction // *Chaos*. 2001. Vol. 11. P. 417.
21. Sosnovtseva O.V., Pavlov A.N., Mosekilde E. and Holstein-Rathlou N.-H. Bimodal oscillations in nephron autoregulation // *Phys. Rev. E*. 2002. Vol. 66. 061909.
22. Postnov D.E., Shishkin A.V., Sosnovtseva O.V. and Mosekilde E. Two-mode chaos and its synchronization properties // *Phys. Rev. E*. 2005. Vol. 72. 056208.
23. Ueda Y. Strange attractors and the origin of chaos // *Nonlinear Science Today*. 1992. Vol.2. P. 2.
24. Ueda Y., Thomsen J.S., Rasmussen J. and Mosekilde E. Behavior of the solution to Duffing's equation for large forcing amplitudes // *Mathematical Research*. 1993. № 72. P. 149.

Саратовский филиал ИРЭ РАН
 Technical University of Denmark

Поступила в редакцию 27.12.2005
 После доработки 3.04.2006

SYNCHRONIZATION IN SYSTEMS WITH BIMODAL DYNAMICS

A.P. Kuznetsov, E. Mosekilde, L.V. Turukina

Considering model with bimodal dynamics we investigate the synchronization of different time scales. Transition between mode-locked and mode-unlocked chaotic attractors is investigated. It is shown that this transition involves a situation in which the synchronized chaotic attractor loses its band structure.



Эрик Мозекилде – окончил Датский технический университет (1966). Защитил докторскую диссертацию (1977). Совершил несколько научных визитов в различные университеты Европы. Профессор физического факультета в Датском техническом университете. Автор более 200 научных публикаций и нескольких книг. Область научных интересов: моделирование сложных систем и их приложение в нелинейной динамике.



Турюкина Людмила Владимировна – родилась в 1977 году. Кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники РАН, ассистент базовой кафедры динамических систем СГУ в СФ ИРЭ РАН. Область научных интересов – динамический хаос, критические явления на пороге хаоса, сложная динамика нелинейных осцилляторов и автоколебательных систем с внешним периодическим воздействием в контексте сопоставления различных подходов к их описанию, синхронизация короткими импульсами и управление неустойчивыми режимами с посредством коротких импульсов. Автор 26 научных публикаций, в том числе 7 статей в российских и зарубежных журналах. Лауреат стипендии Президента РФ для студентов и аспирантов. В 2001 и 2002 годах получила персональные гранты РФФИ для молодых исследователей. Принимает участие в работе международных научных коллективов.
E-mail: ludmila@forpost.ru