Опосредованная синхронизация и структурно устойчивая квазипериодичность в системе трёх спин-трансферных осцилляторов с одноосной симметрией и полевой связью

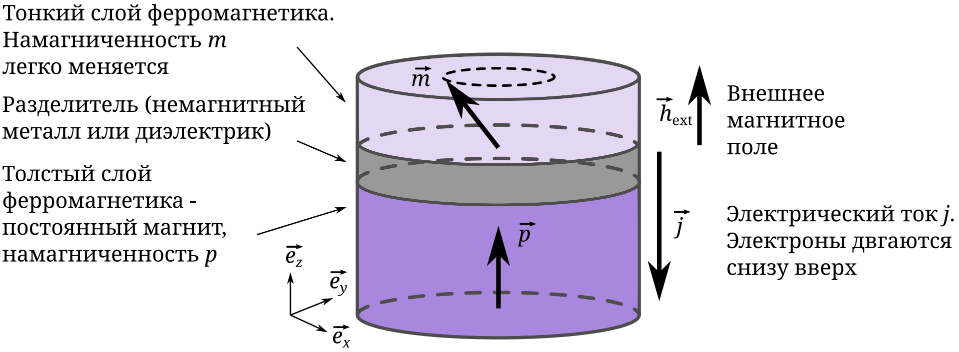
П. В. Купцов

Саратовский филиал Института радиотехники и электроники
им. В.А. Котельникова Российской академии наук
`kupav@mail.ru`

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №21-12-00121
https://rscf.ru/project/21-12-00121/

Спин-трансферный осциллятор

Это наноразмерное устройство, которое может генерировать маломощные электромагнитные колебания



Уравнение Ландау-Лифшица-Гильберта-Слончевского

[Mayergoyz, Bertotti, Serpico, *Nonlin. magnetization dynam. in nanosystems*, Elsevier, 2009]

$$\dot{\vec{m}} - \alpha\vec{m} \times \dot{\vec{m}} = -\vec{m} \times \vec{h}_{\text{eff}} + \frac{\beta}{1 + c_p(\vec{m} \cdot \vec{p})}\, \vec{m} \times (\vec{m} \times \vec{p})$$

$$\vec{h}_{\text{eff}} = \vec{h}_{\text{ext}} - \mathcal{D}\vec{m}$$

- $\|\vec{m}\| = 1$ так как $(\dot{\vec{m}} \cdot \vec{m}) = 0$. Динамика на сфере
- α затухание
- β проп. току j, контролирует собственную частоту
- $\mathcal{D}$ материал, геометрия
- c_p материал, часто берут $c_p = 0$

Спин-трансферный осциллятор с одноосной симметрией относительно оси Z

[Mayergoyz, Bertotti, Serpico, *Nonlin. magnetization dynam. in nanosystems*, Elsevier, 2009]

$$\dot{m}_x = m_z A m_x + B m_y$$
$$\dot{m}_y = -B m_x + m_z A m_y$$
$$\dot{m}_z = A(m_z^2 - 1)$$

где $A = (m_z - h_z + \beta/\alpha)\alpha$, $B = m_z - h_z - \beta\alpha$

Уравнения для m_x и m_y линейные, m_z монотонно выходит на неподвижную точку

Решения

[Mayergoyz, Bertotti, Serpico, *Nonlin. magnetization dynam. in nanosystems*, Elsevier, 2009]

Уравнение для m_z имеет три неподвижные точки.

Фокусы на полюсах. Условия устойчивости:

$$\begin{array}{ll} h_z - \beta/\alpha < -1 & \text{уст. фокус } m_z = -1, m_x = m_y = 0 \\ h_z - \beta/\alpha > 1 & \text{уст. фокус } m_z = 1, m_x = m_y = 0 \end{array}$$

Гармонические колебания вдоль параллели

$$\begin{array}{ll} -1 < h_z - \beta/\alpha < 1 & m_z = h_z - \beta/\alpha \\ & m_x = r\cos\omega t, m_y = r\sin\omega t \\ & r = \sqrt{1-m_z^2}, \omega = \beta/\alpha + \beta\alpha \end{array}$$

Нет нелинейности по $m_{x,y}$: нет высших гармоник, при внешнем воздействии и взаимодействии не должно быть резонансов на гармониках

Связанные осцилляторы

- Связь через общий ток: из-за эффекта гигантского магнитного сопротивления электрическое сопротивление осциллятора меняется вместе с $\vec{m}$. Включаем осцилляторы последовательно или параллельно в электронную схему. Глобальная связь через общее поле.
- Мы рассматриваем связь через магнитные поля создаваемые осцилляторами. Коррекция в эффективное поле: $\vec{h}_{\text{eff}} \to \vec{h}_{\text{eff}} + \epsilon \sum_{j=1, j\neq n}^{N} a_{n,j} \vec{m}_j$

Три связанных осциллятора с одноосной симметрией

$$\dot{\vec{c}} - \alpha\vec{c}\times\dot{\vec{c}} = -\vec{c}\times\vec{h}_{\text{eff}} + \beta\,\vec{c}\times(\vec{c}\times\vec{p}),\;\; \vec{h}_{\text{eff}} = \vec{h}_{\text{ext}} - \mathcal{D}\vec{c} + \epsilon\vec{m}$$

$$\dot{\vec{m}} - \alpha\vec{m}\times\dot{\vec{m}} = -\vec{m}\times\vec{h}_{\text{eff}} + \beta\,\vec{m}\times(\vec{m}\times\vec{p}),\;\; \vec{h}_{\text{eff}} = \vec{h}_{\text{ext}} - \mathcal{D}\vec{m} + \epsilon(\vec{c}+\vec{s})$$

$$\dot{\vec{s}} - \alpha\vec{s}\times\dot{\vec{s}} = -\vec{s}\times\vec{h}_{\text{eff}} + \beta\,\vec{s}\times(\vec{s}\times\vec{p}),\;\; \vec{h}_{\text{eff}} = \vec{h}_{\text{ext}} - \mathcal{D}\vec{s} + \epsilon\vec{m}$$

- $\vec{p} = (0, 0, 1)$
- $\mathcal{D} = \mathrm{diag}(0, 0, 1)$
- $\vec{h}_{\text{ext}} = 0$

Результаты

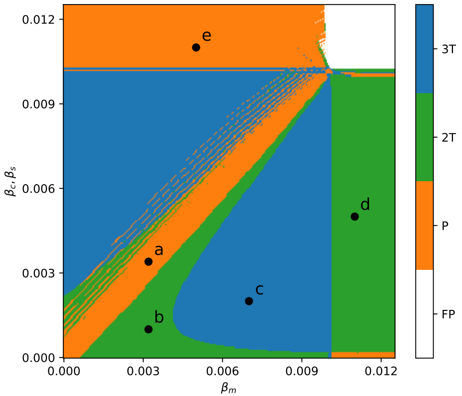
- Можно наблюдать опосредованную синхронизацию: крайние синхронизированы друг с другом не имея прямой связи друг с другом. Центральный не синхронизирован с ними.

- Из-за линейности парциальных уравнений по колеблющимся переменным квазипериодичность «структурно устойчива»: на плоскости параметров где отложены собственные частоты нет областей резонансов на старших гармониках.

Карта показателей Ляпунова

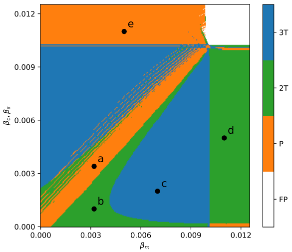
$\alpha_c = 0.0101, \alpha_m = 0.01, \alpha_s = 0.0102, \epsilon = 0.001$

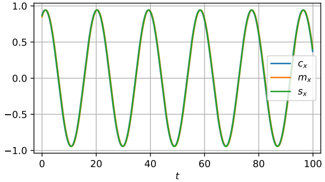
- $\lambda_{1,2,3} = 0$ так как $\|\vec{c}\| = \|\vec{m}\| = \|\vec{s}\| = 1$
- P – цикл, $\lambda_4 = 0, \lambda_{5,6,\dots} < 0$
- 2T – тор, $\lambda_{4,5} = 0, \lambda_{6,7,\dots} < 0$
- 3T – тор, $\lambda_{4,5,6} = 0, \lambda_{7,8,\dots} < 0$
- FP – неподвижная точка

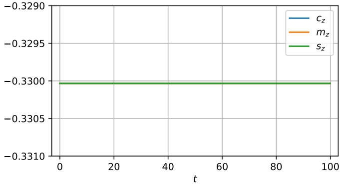


Карта показателей Ляпунова, точка (a)

Режим P. Периодические колебания. Полная синхронизация

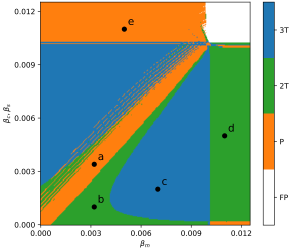


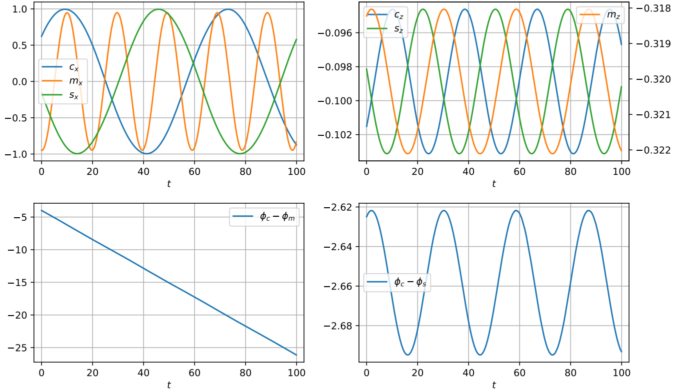




Карта показателей Ляпунова, точка (b)

Режим 2T. Двухчастотный тор: ω_1 — синхронизированные c и s, ω_2 — центральный m. Опосредованная синхронизация

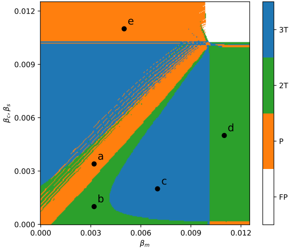


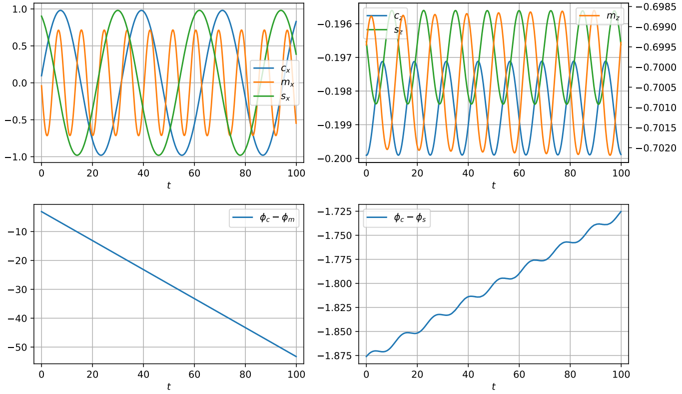


Вращение происходит в плоскости XY. По Z слабые колебания. Фаза: $\phi_m = \mathrm{atan2}(m_x, m_y)$

Карта показателей Ляпунова, точка (c)

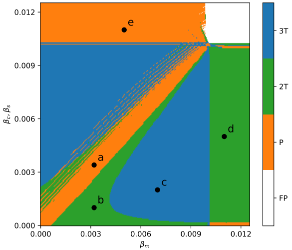
Режим 3T. Трёхчастотный тор. Частоты всех трёх осцилляторов независимы

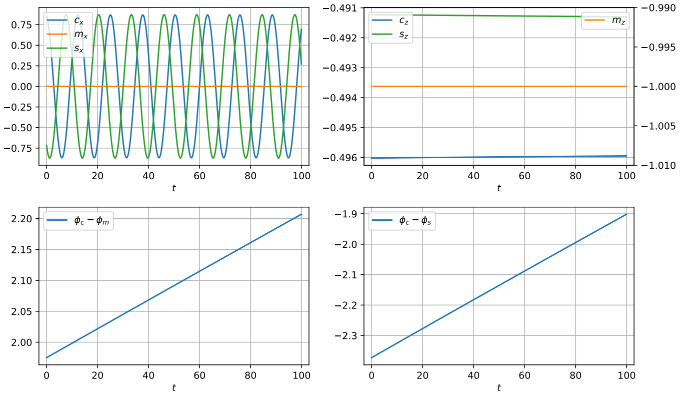




Карта показателей Ляпунова, точка (d)

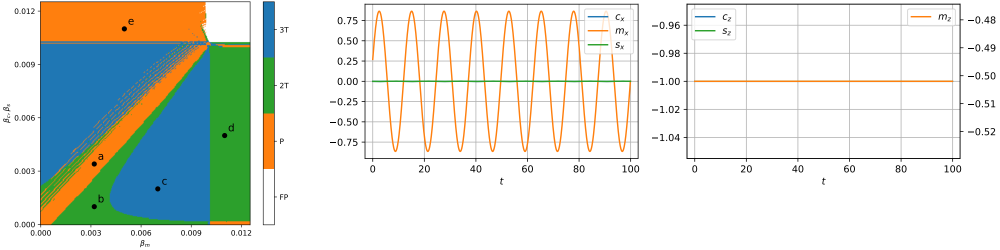
Режим 2T. Центральный m в неподвижной точке — очень слабые колебания за счёт воздействия c и s. Осцилляторы не синхронизированы.





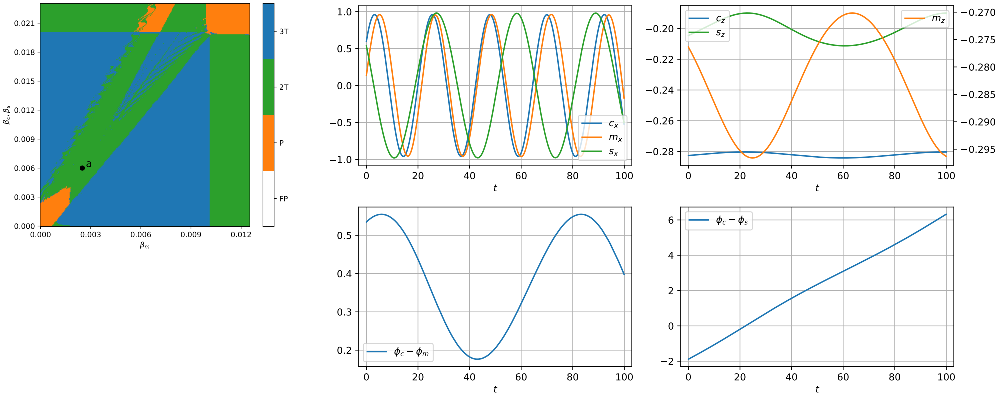
Карта показателей Ляпунова, точка (e)

Режим 3T. Боковые c и s в неподвижной точке — очень слабые колебания за счёт воздействия от m.



Карта показателей, сильно неидентичные осцилляторы

$\alpha_c = 0.02$, $\alpha_m = 0.01$, $\alpha_s = 0.03$, $\epsilon = 0.001$. Опосредованная синхронизация

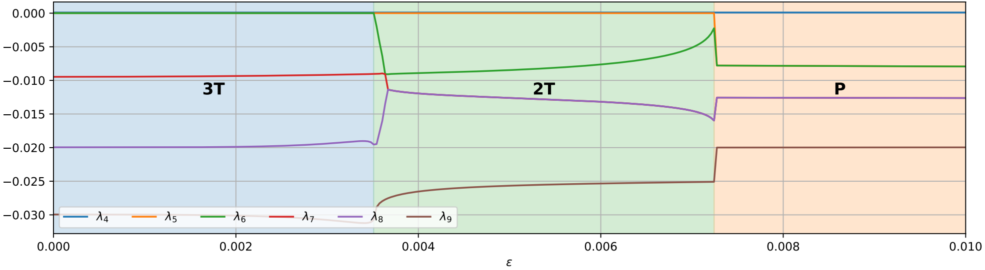


Выше было $\alpha_c = 0.0101$, $\alpha_m = 0.01$, $\alpha_s = 0.0102$

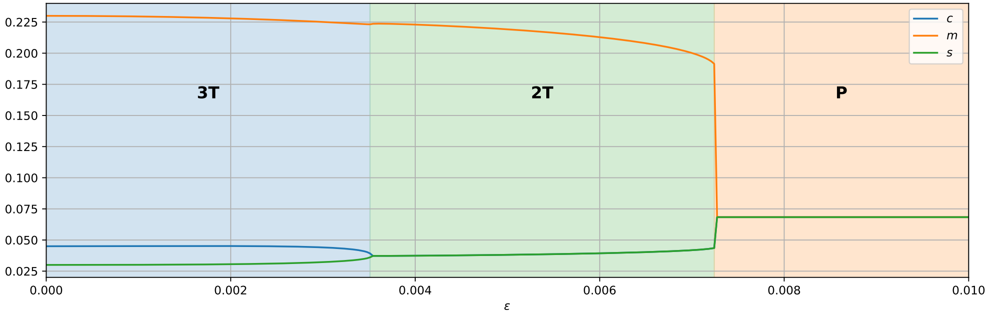
Зависимость показателей Ляпунова от силы связи

$\beta_c = \beta_s = 0.0023,\ \beta_m = 0.0009$

- $3T$ — нет синхронизации
- $2T$ — синхронизированы крайние c и s
- P — полная синхронизация



Зависимость угловых коэффициентов фаз от силы связи



«Структурно устойчивая» квазипериодичность

По осям отложены β_m и β, β_s — пропорциональны собственным частотам.

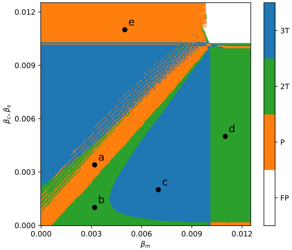
На картах показателей Ляпунова большие однородные области — нет изрезанности.

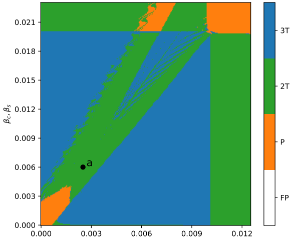
Изменение собственных частот не приводит к резонансам (взаимному захвату частот) когда отношения частот близки к рациональным.

Парциальные уравнения линейны по колеблющимся переменным m_x и m_y.

$$\dot{m}_x = m_z A m_x + B m_y, \ \dot{m}_y = -B m_x + m_z A m_y, \ \dot{m}_z = A(m_z^2 - 1)$$

где $A = (m_z - h_z + \beta/\alpha)\alpha$, $B = m_z - h_z - \beta\alpha$





Структура спектров Фурье

Раскладываем по степеням параметра связи ϵ.

$$\begin{aligned} \dot{c} &= f_c(c) + \epsilon g_c(c, m) \\ \dot{m} &= f_m(m) + \epsilon g_m(c, m, s) \\ \dot{s} &= f_s(s) + \epsilon g_s(m, s) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} c &= c_0 + \epsilon c_1 + \epsilon^2 c_2 + \dots \\ m &= m_0 + \epsilon m_1 + \epsilon^2 m_2 + \dots \\ s &= s_0 + \epsilon s_1 + \epsilon^2 s_2 + \dots \end{aligned}$$

Решение нулевого порядка: $m_z = h_z - \beta_m/\alpha_m$, $m_x = r_m \cos \omega_m t$, $m_y = r_m \sin \omega_m t$, $r_m = \sqrt{1 - m_z^2}$, $\omega_m = \beta_m/\alpha_m + \beta_m \alpha_m$

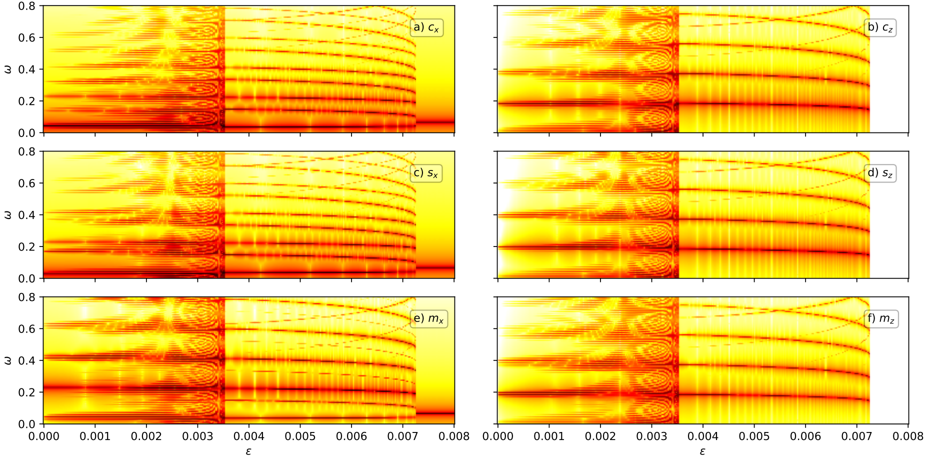
Старшие порядки: линейные уравнение под действием гармоник полученных на прошлом шаге.

Количество гармоник нарастает в геометрической прогрессии.

На втором порядке ω_s появляется в уравнении для c и наоборот — условия для развития опосредованной синхронизации.

Спектрограммы

$$\omega_c = 0.045, \omega_s = 0.030, \omega_m = 0.230$$



Результаты

- Можно наблюдать опосредованную синхронизацию: крайние синхронизированы друг с другом не имея прямой связи друг с другом. Центральный не синхронизирован с ними.

- Из-за линейности парциальных уравнений по колеблющимся переменным квазипериодичность «структурно устойчива»: на плоскости параметров где отложены собственные частоты нет областей резонансов на старших гармониках.