

Синхронизация и управляемая бистабильность двух спин-трансферных осцилляторов с одноосной симметрией и полевой связью

П. В. Купцов

Саратовский филиал Института радиотехники и электроники
им. В.А. Котельникова Российской академии наук
kupav@mail.ru

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №21-12-00121
<https://rscf.ru/project/21-12-00121/>

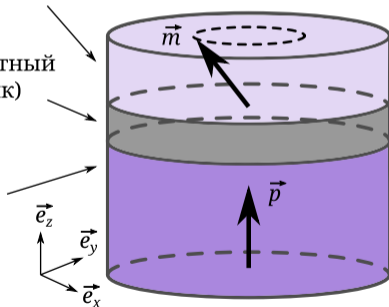
Спин-трансферный осциллятор

Это наноразмерное устройство, которое может генерировать маломощное СВЧ излучение

Тонкий слой ферромагнетика.
Намагниченность m
легко меняется

Разделитель (немагнитный
металл или диэлектрик)

Толстый слой
ферромагнетика -
постоянный магнит,
намагниченность p



\vec{h}_{ext} ↑
Внешнее
магнитное
поле

\vec{j} ↓
Электрический ток j .
Электроны двигаются
снизу вверх

Уравнение Ландау-Лифшица-Гильберта-Слончевского

[Mayergoyz, Bertotti, Serpico, *Nonlin. magnetization dynam. in nanosystems*, Elsevier, 2009]

$$\dot{\vec{m}} - \alpha \vec{m} \times \dot{\vec{m}} = -\vec{m} \times \vec{h}_{\text{eff}} + \frac{\beta}{1 + c_p(\vec{m} \cdot \vec{p})} \vec{m} \times (\vec{m} \times \vec{p})$$

$$\vec{h}_{\text{eff}} = \vec{h}_{\text{ext}} - \mathcal{D}\vec{m}$$

- $\|\vec{m}\| = 1$ так как $(\dot{\vec{m}} \cdot \vec{m}) = 0$. Динамика на сфере
- α затухание
- β проп. току j , контролирует собственную частоту
- \mathcal{D} материал, геометрия
- c_p материал, часто берут $c_p = 0$

Спин-трансферный осциллятор с одноосной симметрией относительно оси Z

[Mayergoyz, Bertotti, Serpico, *Nonlin. magnetization dynam. in nanosystems*, Elsevier, 2009]

$$\begin{aligned}\dot{m}_x &= m_z A m_x + B m_y \\ \dot{m}_y &= -B m_x + m_z A m_y \\ \dot{m}_z &= A(m_z^2 - 1)\end{aligned}$$

где $A = (m_z - h_z + \beta/\alpha)\alpha$, $B = m_z - h_z - \beta\alpha$

Уравнения для m_x и m_y линейные, m_z монотонно выходит на неподвижную точку

Решения

[Mayergoyz, Bertotti, Serpico, *Nonlin. magnetization dynam. in nanosystems*, Elsevier, 2009]

Уравнение для m_z имеет три неподвижные точки.

Фокусы на полюсах. Условия устойчивости:

$$h_z - \beta/\alpha < -1 \quad \text{уст. фокус } m_z = -1, m_x = m_y = 0$$

$$h_z - \beta/\alpha > 1 \quad \text{уст. фокус } m_z = 1, m_x = m_y = 0$$

Гармонические колебания вдоль параллели

$$-1 < h_z - \beta/\alpha < 1 \quad m_z = h_z - \beta/\alpha$$

$$m_x = r \cos \omega t, m_y = r \sin \omega t$$

$$r = \sqrt{1 - m_z^2}, \omega = \beta/\alpha + \beta\alpha$$

Колебательное решение

Вблизи неподвижной точки $h_z - \beta/\alpha$ компонента m_z меняется медленно. Поэтому

$$m_x = r e^{m_z A t} \cos Bt, \quad m_y = -r e^{m_z A t} \sin Bt$$

где $A = (m_z - h_z + \beta/\alpha)\alpha$, $B = m_z - h_z - \beta\alpha$

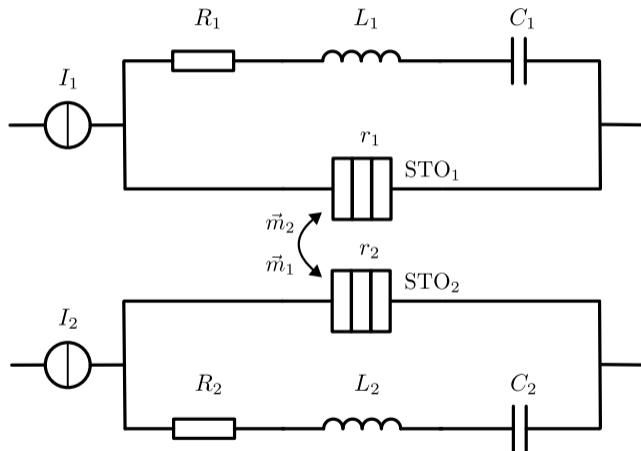
Стабилизация цикла: $A < 0$ и убывает в нуль при приближении m_z к неподвижной точки

Нет нелинейности по $m_{x,y}$: нет высших гармоник, при внешнем воздействии и взаимодействии не должно быть резонансов на гармониках

Связанные осцилляторы

- Связь через общий ток: из-за эффекта гигантского магнитного сопротивления электрическое сопротивление осциллятора меняется вместе с \vec{m} . Включаем осцилляторы последовательно или параллельно друг другу.
- Мы рассматриваем связь через магнитные поля создаваемые осцилляторами. Коррекция в эффективное поле: $\vec{h}_{\text{eff}} \rightarrow \vec{h}_{\text{eff}} + \epsilon \sum_{j=1, j \neq n}^N a_{n,j} \vec{m}_j$

Два связанных осциллятора



Два связанных осциллятора

$$\begin{aligned}\dot{m}_{i,x} &= m_{i,z} A_i m_{i,x} + B_i m_{i,y} + \frac{\epsilon}{1+\alpha_i^2} \{ \alpha_i [m_{j,x} - (\vec{m}_i \cdot \vec{m}_j) m_{i,x}] - m_{i,y} m_{j,z} + m_{j,y} m_{i,z} \}, \\ \dot{m}_{i,y} &= -B_i m_{i,x} + m_{i,z} A_i m_{i,y} + \frac{\epsilon}{1+\alpha_i^2} \{ \alpha_i [m_{j,y} - (\vec{m}_i \cdot \vec{m}_j) m_{i,y}] + m_{i,x} m_{j,z} - m_{j,x} m_{i,z} \}, \\ \dot{m}_{i,z} &= A_i (m_{i,z}^2 - 1) + \frac{\epsilon}{1+\alpha_i^2} \{ \alpha_i [m_{j,z} - (\vec{m}_i \cdot \vec{m}_j) m_{i,z}] - m_{i,x} m_{j,y} + m_{j,x} m_{i,y} \}, \\ \dot{w}_i &= \chi_i w_i, \\ \dot{w}_i &= \frac{\Omega_i^2}{\chi_i} ((1 - \kappa_i m_{i,z})(1 - w_i) - u_i - \rho_i w_i), \\ A_i &= \alpha_i \frac{m_{i,z} - h_z + \beta_i (1 - w_i) / \alpha_i}{1 + \alpha_i^2}, \quad B_i = \frac{m_{i,z} - h_z - \beta_i (1 - w_i) \alpha_i}{1 + \alpha_i^2}.\end{aligned}$$

Здесь $i = 1, 2$, а j — другой осциллятор, т. е. $i = 1, j = 2$ и наоборот.

$$w_i = \frac{\dot{U}_i C_i \Gamma}{I_i}, \quad u_i = \frac{2U_i}{I_i (r_{i,\text{ap}} + r_{i,\text{p}})}, \quad \rho_i = \frac{2R_i}{r_{i,\text{ap}} + r_{i,\text{p}}}, \quad \Omega_i = \frac{1}{\Gamma \sqrt{L_i C_i}}, \quad \chi_i = \frac{2}{C_i \Gamma (r_{i,\text{ap}} + r_{i,\text{p}})}, \quad \kappa_i = \frac{r_{i,\text{ap}} - r_{i,\text{p}}}{r_{i,\text{ap}} + r_{i,\text{p}}}.$$

Упрощённый случай

Игнорируем зависимость сопротивления осциллятора от \vec{m}_i . Тогда RLC цепочки можно не рассматривать, $w_i = 0$.

Правомерность: на ток в цепочке w_i влияет только компоненты $m_{i,z}$.

Эти компоненты либо остаются постоянными либо совершают колебания малой амплитуды.

Поэтому ток w_i в любом случае будет малым.

Общая картина

Численные решения: слабая связь ϵ — осцилляторы колеблются на собственных частотах, близких к $\omega_1 = \beta_1/\alpha$ и $\omega_2 = \beta_2/\alpha$.

Увеличение силы связи — осцилляторы синхронизируются, частоты колебаний становятся одинаковым и равными $\omega_s = (\beta_1 + \beta_2)/(2\alpha)$.

Переход к синхронному режиму происходит через бистабильность — в зависимости от выбора начальных условий осцилляторы либо синхронизируются, либо нет.

Бистабильность

Кроме синхронного решения при тех же параметрах существует ещё одно, несинхронное

На рисунках ниже используется два н.у.

$$\vec{v}_1 = (0.1, -0.1, 0.9), \quad \vec{v}_2 = (-0.2, 0.2, 0.8) \quad (1)$$

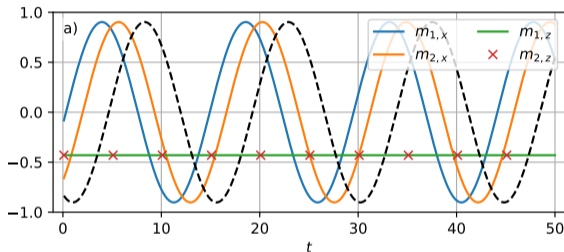
$$\vec{v}_1 = (0.1, -0.2, 0.001), \quad \vec{v}_2 = (-0.1, 0.3, -0.002) \quad (2)$$

Начальные условия задаются через вектора \vec{v}_1 и \vec{v}_2 как

$$\vec{m}_{1,2}(0) = \vec{v}_{1,2} / \|\vec{v}_{1,2}\|$$

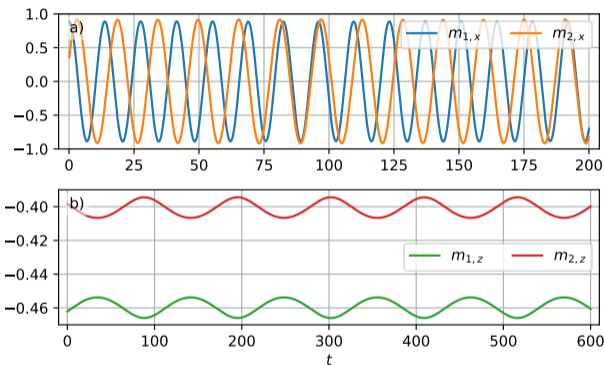
Синхронное решение (1)

$$\alpha = 0.01, \beta_1 = 0.0046, \beta_2 = 0.004 \quad \epsilon = 0.00045, h_z = 0.$$



- $m_{1,2,x}$ синхронизированы, $m_{1,2,z}$ не колеблются, $m_{1,2,z} = a = -0.43$ соответствует полученной формуле
- Штриховая линия – синусоида $\sqrt{1 - a^2} \sin(\omega_s t)$ где $\omega_s = 0.43$ вычислена по формуле выше

Несинхронное решение (2)



- $m_{1,2,x}$ не синхронизированы
- $m_{1,2,z}$ очень медленно осциллируют

Фазовое приближение

Считаем, что собственные частоты близки, т. е. $\beta_1 - \beta_2$ мало.

Амплитуды намагниченностей осцилляторов сохраняются и в силу нормировки равны единице.

Уравнения можно переписать в сферических координатах для азимутальных $\phi_{1,2}$ и полярных $\theta_{1,2}$ углов.

Колебания осцилляторов происходят вдоль «широт» — углы $\phi_{1,2}$ монотонно меняются а $\theta_{1,2}$ слабо осциллируют в случае не синхронных колебаний или остаются постоянным при синхронизации.

Фазовое приближение

Систему можно проанализировать в фазовом приближении считая $\theta_{1,2}$ соответствующими амплитудным переменным.

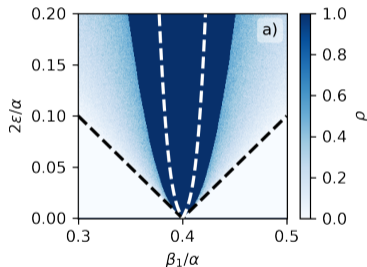
Этот анализ позволяет получить оценки для границ области бистабильности:

$$\epsilon \geq |\beta_1 - \beta_2|/2,$$
$$\epsilon < |\beta_1 - \beta_2| + 8|\beta_1 - \beta_2|^3 \frac{\alpha^2(1 - 4h_z^2) + 4\alpha(\beta_1 + \beta_2)h_z - (\beta_1 + \beta_2)^2 + 1}{[(2\alpha h_z - \beta_1 - \beta_2)^2 - 4\alpha^2]^2}.$$

[Kuptsov P. V. Synchronization and bistability of two uniaxial spin transfer oscillators with field coupling // Regular and Chaotic Dynamics. 2022. Т. 27. №6. С. 697–712.]

Карта режимов

Относительная частота выхода системы на синхронный режим при старте со случайных начальных условий. Пунктирные линии — аналитические оценки грани бистабильности.



Нижняя граница получена точно, а верхняя завышена. Причина — использовалось первое приближение по малым возмущениям амплитуды. Нужен учёт более высоких порядков разложения.

Полная система

Рассмотрим теперь полную систему с учётом RLC.

Численное моделирование — динамика качественно мало отличается от случая без RLC: наблюдаем режимы без синхронизации, синхронизацию, бистабильность.

Ток и напряжение в RLC цепочке колеблются с очень малой амплитудой.

Управление бистабильностью

Кроме колебательного решения осцилляторы имеют неподвижные точки.

Неподвижные точки устойчивы когда очень малы или очень велики токи текущие через осцилляторы и учитываемые через $\beta_{1,2}$.

Цепочки подключены параллельно осцилляторам — контролируя ток через них, можно управлять возникновением колебаний в осцилляторах.

Управление бистабильностью

Будем задавать н.у. в RLC цепочках так, чтобы на старте токи через них имели бы большие отрицательные значения.

Это можно обеспечить, предварительно заряжая конденсаторы.

Сразу после включения будут устойчивы неподвижные точки осцилляторов.

Осцилляторы будут «забывать» свои произвольные начальные состояния, выходя на неподвижные точки.

Управление бистабильностью

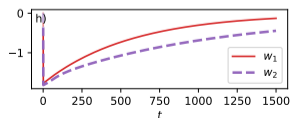
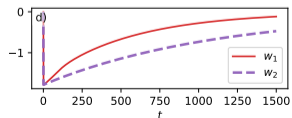
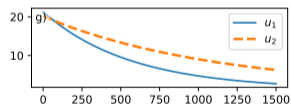
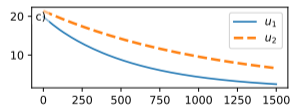
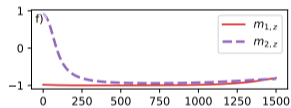
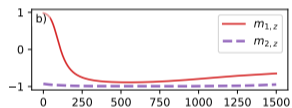
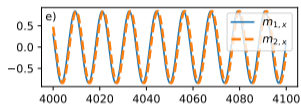
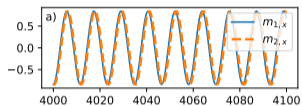
Затем конденсаторы потеряют свой первоначальный заряд, токи через осцилляторы примут свои номинальные значения и в осцилляторах начнутся колебания, стартующие всегда с одних и тех же начальных условий.

Выбор системой одного из двух решений зависит от того, кто первый выходит из неподвижной точки.

Нужно сделать RLC цепочки немного разными — один из осцилляторов всегда будет немного опережать другой и это приведёт к тому, что бистабильность будет подавлена.

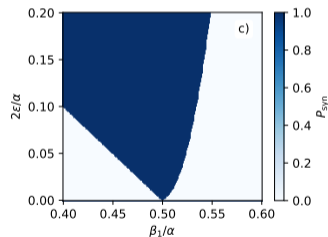
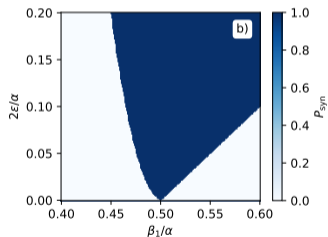
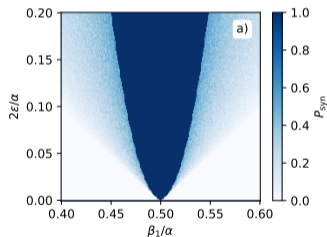
Подавление бистабильности

Колонки слева и справа – старт с разных н.у. В обоих случаях m_1 первым отходит от неподвижной точки.



Карты режимов

a — «чистая» бистабильность; *b* — от неп. точки раньше отходит первый осциллятор; *c* — второй.



Выводы

- Спин-трансферный осциллятор с одноосной симметрией интересен тем, что генерирует узкополосные колебания без старших гармоник. В теории — просто синусоида.
- Рассмотрена система двух таких осцилляторов с полевой связью.
- Численный анализ выявил наличие бистабильности синхронного и несинхронного режимов.
- Получены аналитические оценки границ области бистабильности в фазовом приближении.
- Для осцилляторов с RLC нагрузкой показана возможность подавления бистабильности посредством задания начальных зарядов на конденсаторах.