Анализ синхронизация спин-трансферных осцилляторов с одноосной симметрией и полевой связью в фазовом приближении

П. В. Купцов

Саратовский филиал Института радиотехники и электроники
им. В.А. Котельникова Российской академии наук
textttkupav@mail.ru

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №21-12-00121
https://rscf.ru/project/21-12-00121/

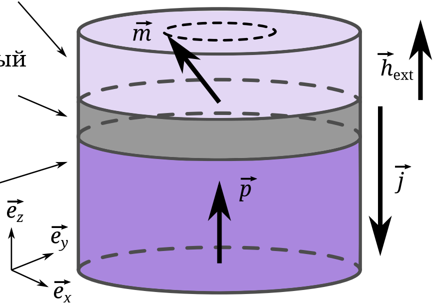
Спин-трансферный осциллятор

Это наноразмерное устройство, которое может генерировать маломощное СВЧ излучение

Тонкий слой ферромагнетика. Намагниченность m легко меняется

Разделитель (немагнитный металл или диэлектрик)

Толстый слой ферромагнетика - постоянный магнит, намагниченность p



Внешнее магнитное поле

Электрический ток j. Электроны двгаются снизу вверх

Уравнение Ландау-Лифшица-Гильберта-Слончевского

[Mayergoyz, Bertotti, Serpico, *Nonlin. magnetization dynam. in nanosystems*, Elsevier, 2009]

$$\dot{\vec{m}} - \alpha \vec{m} \times \dot{\vec{m}} = -\vec{m} \times \vec{h}_{\text{eff}} + \frac{\beta}{1 + c_p(\vec{m} \cdot \vec{p})} \, \vec{m} \times (\vec{m} \times \vec{p})$$

$$\vec{h}_{\text{eff}} = \vec{h}_{\text{ext}} - \mathcal{D}\vec{m}$$

- $\|\vec{m}\| = 1$ так как $(\dot{\vec{m}} \cdot \vec{m}) = 0$. Динамика на сфере
- α затухание
- β проп. току j, контролирует собственную частоту
- $\mathcal{D}$ материал, геометрия
- c_p материал, часто берут $c_p = 0$

Спин-трансферный осциллятор с одноосной симметрией относительно оси Z

[Mayergoyz, Bertotti, Serpico, *Nonlin. magnetization dynam. in nanosystems*, Elsevier, 2009]

$$\dot{m}_x = m_z A m_x + B m_y$$
$$\dot{m}_y = -B m_x + m_z A m_y$$
$$\dot{m}_z = A(m_z^2 - 1)$$

где $A = (m_z - h_z + \beta/\alpha)\alpha$, $B = m_z - h_z - \beta\alpha$

Уравнения для m_x и m_y линейные, m_z монотонно выходит на неподвижную точку

Выводы

- Спин-трансферный осциллятор с одноосной симметрией генерирует узкополосные колебания без старших гармоник. В теории — просто синусоида
- Стабилизация колебаний за счёт появления ненулевого коэффициента экспоненциального затухания, как в линейной системе с диссипацией
- Получены условия синхронизации двух таких осцилляторов в фазовом приближении
- Численный анализ выявил наличие бистабильности синхронного и несинхронного режимов
- Бистабильность исчезает при слишком малой и слишком большой силе связи
- Из-за отсутствия нелинейности по колебательным переменным карты режимов устроены просто — нет большого количества режимов, в частности нет резонансов старших $m:n$
- Спин-трансферный осциллятор с одноосной симметрией — простая модель с интересными свойствами

Решения

[Mayergoyz, Bertotti, Serpico, *Nonlin. magnetization dynam. in nanosystems*, Elsevier, 2009]

Уравнение для m_z имеет три неподвижные точки.

Фокусы на полюсах. Условия устойчивости:

$$\begin{array}{ll} \beta/\alpha < h_z - 1 & \text{уст. фокус } m_z = 1, m_x = m_y = 0 \\ \beta/\alpha > h_z + 1 & \text{уст. фокус } m_z = -1, m_x = m_y = 0 \end{array}$$

Гармонические колебания вдоль параллели

$$h_z - 1 < \beta/\alpha < h_z + 1 \quad \begin{array}{l} m_z = h_z - \beta/\alpha \\ m_x = r\cos\omega t, m_y = r\sin\omega t \\ r = \sqrt{1 - m_z^2}, \omega = \beta/\alpha + \beta\alpha \end{array}$$

Колебательное решение

Вблизи неподвижной точки $h_z - \beta/\alpha$ компонента m_z меняется медленно. Поэтому

$$m_x = r\mathrm{e}^{m_z A t}\cos Bt,\ m_y = -r\mathrm{e}^{m_z A t}\sin Bt$$

где $A = (m_z - h_z + \beta/\alpha)\alpha$, $B = m_z - h_z - \beta\alpha$

Стабилизация цикла: $A < 0$ и убывает в нуль при приближении m_z к неподвижной точки

Нет нелинейности по $m_{x,y}$: нет высших гармоник, при внешнем воздействии и взаимодействии не должно быть резонансов на гармониках

Связанные осцилляторы

- Связь через общий ток: из-за эффекта гигантского магнитного сопротивления электрическое сопротивление осциллятора меняется вместе с $\vec{m}$. Включаем осцилляторы последовательно или параллельно в электронную схему. Глобальная связь через общее поле.
- Мы рассматриваем связь через магнитные поля создаваемые осцилляторами. Коррекция в эффективное поле: $\vec{h}_{\text{eff}} \to \vec{h}_{\text{eff}} + \epsilon \sum_{j=1, j\neq n}^{N} a_{n,j}\vec{m}_j$

Два связанных осциллятора

Осциллятор 1:

$$
\begin{aligned}
\dot{m}_{1,x} =& m_{1,z} A_1 m_{1,x} + B_1 m_{1,y} + \\
& \epsilon \left\{ \alpha [m_{2,x} - (\vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2) m_{1,x}] - m_{1,y} m_{2,z} + m_{2,y} m_{1,z} \right\} \\
\dot{m}_{1,y} =& - B_1 m_{1,x} + m_{1,z} A_1 m_{1,y} + \\
& \epsilon \left\{ \alpha [m_{2,y} - (\vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2) m_{1,y}] + m_{1,x} m_{2,z} - m_{2,x} m_{1,z} \right\} \\
\dot{m}_{1,z} =& A_1 (m_{1,z}^2 - 1) + \\
& \epsilon \left\{ \alpha [m_{2,z} - (\vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2) m_{1,z}] - m_{1,x} m_{2,y} + m_{2,x} m_{1,y} \right\}
\end{aligned}
$$

$$
A_1 = (m_{1,z} - h_z + \beta_1/\alpha)\alpha, \quad B_1 = m_{1,z} - h_z - \beta_1 \alpha
$$

Для осциллятора 2 нужно обменять индексы $1 \leftrightarrow 2$

Фазовое приближение

Считаем, что собственные частоты близки, т. е. $\beta_1 - \beta_2$ мало.

Ищем решение в фазовом приближении (амплитуды постоянные):

$$
\begin{aligned}
m_{1,2,x} =& \sqrt{1-a^2}\cos(\phi_{1,2}(t)),\\
m_{1,2,y} =& \sqrt{1-a^2}\sin(\phi_{1,2}(t)),\\
m_{1,2,z} =& a.
\end{aligned}
$$

Фазовое приближение

Амплитуда при малом $\beta_1 - \beta_2$

$$a = h_z - \frac{\beta_1 + \beta_2}{2\alpha}$$

Стационарная разность фаз (режим синхронизации):

$$\sin\psi = \frac{\beta_1 - \beta_2}{2\epsilon}$$

Частота синхронных колебаний

$$\omega_s = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2\alpha}$$

Фазовое приближение

Отдельный осциллятор:

$$a = h_z - \frac{\beta}{\alpha},\ \omega = \frac{\beta}{\alpha} + \beta/\alpha$$

Типично: $\alpha = 0.01$, $\beta < \alpha \Rightarrow \beta\alpha$ может быть отброшено

Два синхронизированных осциллятора:

$$a = h_z - \frac{\beta_1 + \beta_2}{2\alpha},\ \omega_s = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2\alpha}$$

Среднее парциальных частот и амплитуд

Фазовое приближение

Уравнение Адлера—Хохлова для разности фаз (стационарное решение — режим синхронизации):

$$\dot{\psi} = \delta - \mu \sin\psi, \quad \delta = \left(\frac{\alpha^2}{\alpha^2+1}\right)\frac{\beta_1-\beta_2}{\alpha}, \quad \mu = \left(\frac{\alpha^2}{\alpha^2+1}\right)\frac{2\epsilon}{\alpha}$$

После перенормировки времени

$$\delta' = (\beta_1-\beta_2)/\alpha, \ \mu' = 2\epsilon/\alpha$$

Язык синхронизации:

$$|\beta_1-\beta_2| \leq 2\epsilon$$

Бистабильность

Кроме синхронного решения при тех же параметрах существует ещё одно, несинхронное

На рисунках ниже используется два н.у.

$$\vec{v}_1 = (0.1, -0.1, 0.9), \quad \vec{v}_2 = (-0.2, 0.2, 0.8) \tag{1}$$

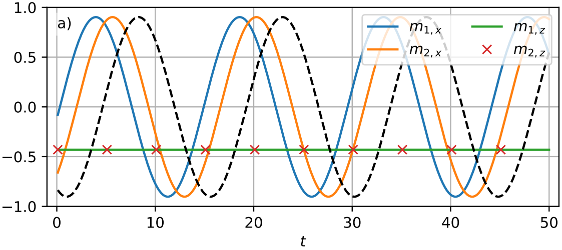
$$\vec{v}_1 = (0.1, -0.2, 0.001), \quad \vec{v}_2 = (-0.1, 0.3, -0.002) \tag{2}$$

Начальные условия задаются через вектора $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ как

$$\vec{m}_{1,2}(0) = \vec{v}_{1,2}/\|\vec{v}_{1,2}\|$$

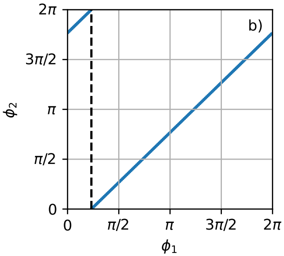
Синхронное решение (1)

$\alpha = 0.01$, $\beta_1 = 0.0046$, $\beta_2 = 0.004$ $\epsilon = 0.00045$, $h_z = 0.$



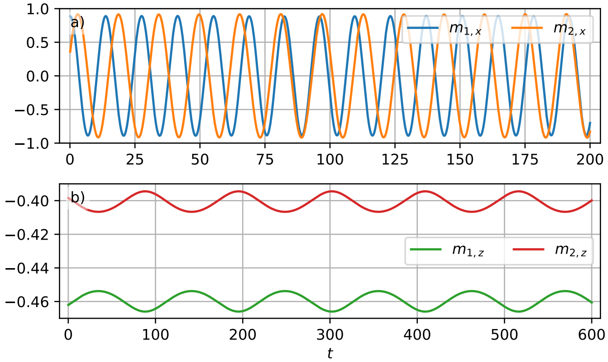
- $m_{1,2,x}$ синхронизированы, $m_{1,2,z}$ не колеблются, $m_{1,2,z} = a = -0.43$ соответствует полученной формуле
- Штриховая линия – синусоида $\sqrt{1-a^2}\sin(\omega_s t)$ где $\omega_s = 0.43$ вычислена по формуле выше

Синхронное решение (1), фазовая диаграмма



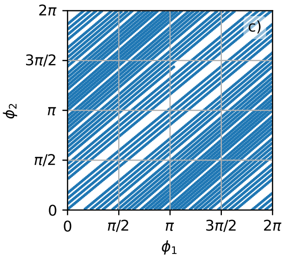
- Режим синхронизации $1:1$
- Штриховая линия проведена от начала координат на расстоянии $\psi = \phi_1 - \phi_2 = 0.73$ (по формуле выше)

Несинхронное решение (2)



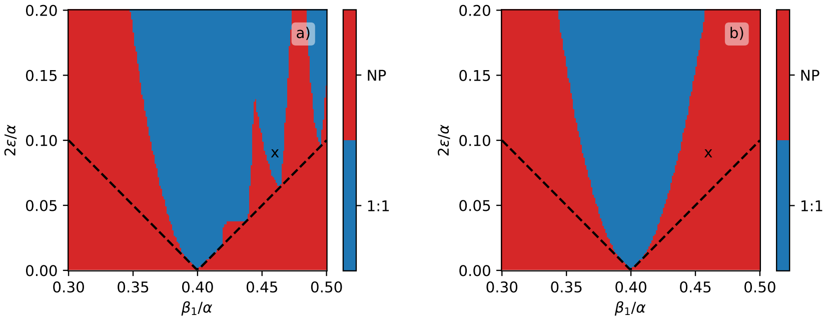
- $m_{1,2,x}$ не синхронизированы
- $m_{1,2z}$ очень медленно осциллируют

Несинхронное решение (2), фазовая диаграмма



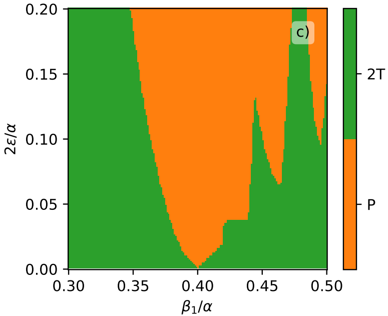
- Линия $\phi_2(\phi_1)$ заполняет квадрат — признак квазипериодичности

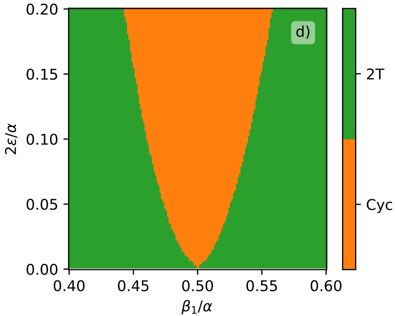
Карты режимов (1) и (2)



- Штриховые линии — границы найденного языка синхронизации
- Крестик — параметры для рисунков выше

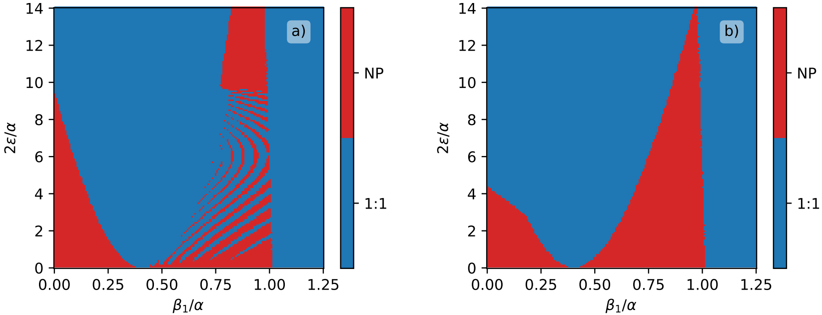
Карты показателей Ляпунова (1) и (2)



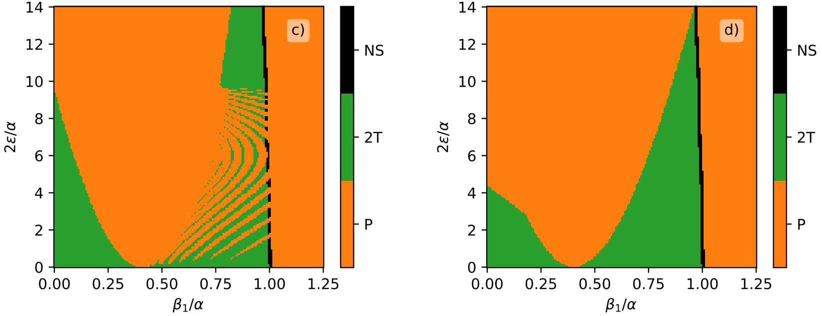


- $\lambda_{1,2} = 0$ из-за $\|\vec{m}_{1,2}\| = 1$
- P – цикл, $\lambda_3 = 0$, $\lambda_{4,5,6} < 0$
- 2T – тор, $\lambda_{3,4} = 0$, $\lambda_{5,6} < 0$

Карты режимов (1) и (2), больший диапазон

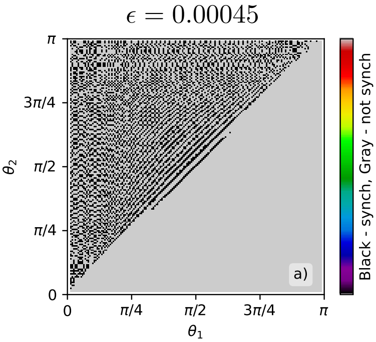


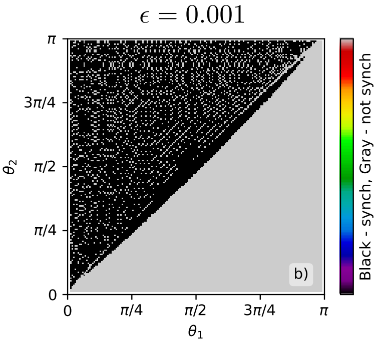
Карты показателей Ляпунова (1) и (2)



- NS — порог бифуркации Неймарка—Сакера

Бассейны притяжения

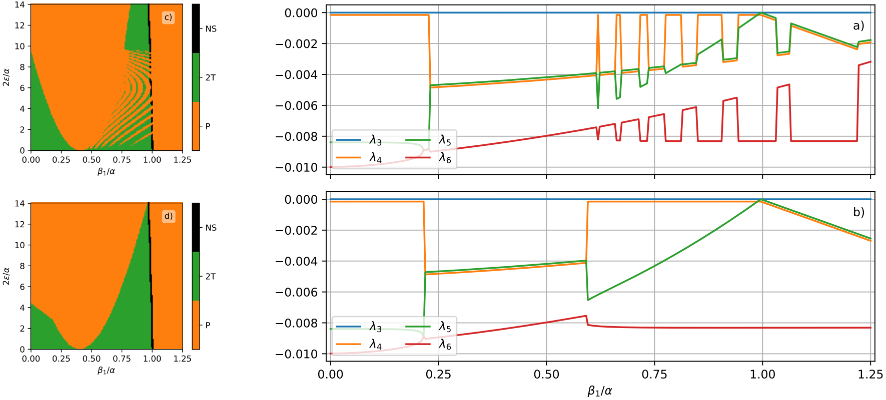




- $m_{1,2,x} = \sin\theta_{1,2}\cos\phi_{1,2}$, $m_{1,2,y} = \sin\theta_{1,2}\sin\phi_{1,2}$, $m_{1,2,z} = \cos\theta_{1,2}$, $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = 0.3\pi$.
- Сумма размахов $Z_1 + Z_2$, где $Z_n = \max_t m_{n,z} - \min_t m_{n,z}$

Зависимость показателей Ляпунова от параметров, (1) и (2)

$\epsilon = 0.01, 2\epsilon/\alpha = 2$



Выводы

- Спин-трансферный осциллятор с одноосной симметрией генерирует узкополосные колебания без старших гармоник. В теории — просто синусоида
- Стабилизация колебаний за счёт появления ненулевого коэффициента экспоненциального затухания, как в линейной системе с диссипацией
- Получены условия синхронизации двух таких осцилляторов в фазовом приближении
- Численный анализ выявил наличие бистабильности синхронного и несинхронного режимов
- Бистабильность исчезает при слишком малой и слишком большой силе связи
- Из-за отсутствия нелинейности по колебательным переменным карты режимов устроены просто — нет большого количества режимов, в частности нет резонансов старших $m : n$
- Спин-трансферный осциллятор с одноосной симметрией — простая модель с интересными свойствами