УДК 621.385.69

**АВТОМОДУЛЯЦИОННЫЕ И ХАОТИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ ГЕНЕРАЦИИ
В ДВУХРЕЗОНАТОРНОМ ГИРОКЛИСТРОНЕ С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ
ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ***

*Р. М. Розенталь¹, О. Б. Исаева², Н. С. Гинзбург¹,
И. В. Зотова¹, А. С. Сергеев¹, А. Г. Рожнев², В. П. Тараканов^{3,4}*

¹Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН
Россия, 603950 Н. Новгород, БОКС-120, ул. Ульянова, д. 46

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
Россия, 410019 Саратов, ул. Зеленая, д. 38

³Объединенный институт высоких температур РАН, Россия, 125412 Москва, ул. Ижорская, д. 13

⁴НИЯУ «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31

E-mail: rrz@appl.sci-nnov.ru, isaevao@rambler.ru, ginzburg@appl.sci-nnov.ru,
zotova@appl.sci-nnov.ru, sergeev@appl.sci-nnov.ru, rozhnevag@info.sgu.ru, karat@tarak.msk.su

Поступила в редакцию 26.03.2018

Тема и цель исследования. Исследована динамика двухрезонаторного гироклистрона диапазона 93 ГГц с запаздывающей обратной связью. Проведен сравнительный анализ динамических режимов, получаемых в численном эксперименте как на основе усредненных уравнений, так и в рамках моделирования методом «крупных частиц» с помощью программного комплекса KARAT. **Методы.** Для выявления динамических свойств, полученных при моделировании режимов, применен спектр статистических методов теории хаоса: расчет фрактальных размерностей, показателей Ляпунова и др. Для нахождения ляпуновских показателей использован способ оценки их по временным рядам. Этот способ крайне удобен, так как требует лишь одной скалярной временной реализации в фиксированной точке пространственно распределенной системы, например, для амплитуды выходного излучения. Кроме того, способ воспроизводит обработку данных, которые могут быть получены в натурном эксперименте. **Результаты.** Анализ полученных при численном моделировании временных рядов показал существование гиперхаотических режимов генерации для обоих подходов к моделированию гироклистрона. Таким режимам отвечают аттракторы с высокой корреляционной размерностью и более чем одним положительным ляпуновским показателем. Обнаружено, что указанные гиперхаотические режимы возникают, например, с увеличением коэффициента передачи для цепи обратной связи. Многомодовый «сильный» гиперхаос развивается из хаоса, возникающего в результате последовательности бифуркаций удвоения периода регулярной автомодуляции интенсивности выходного излучения гироклистрона. **Обсуждение.** Хаотические генераторы и шумотроны СВЧ диапазона крайне ценны для различных технических приложений, например, в радиолокации и широкополосной коммуникации. В связи с этим, получение многомодовых, хаотических и гиперхаотических режимов генерации гироусилителей является приоритетным направлением СВЧ электроники. Предложенные в работе методы моделирования демонстрируют сложные режимы для гироклистрона. Описанные подходы к анализу генераций усилителя могут быть в будущем применены в натурном эксперименте.

*Статья написана по материалам доклада на XVII международной зимней школе-семинаре по радиофизике и электронике СВЧ. Россия, Саратов, 5–10.02.2018

Ключевые слова: гироклистрон, запаздывающая обратная связь, развитый хаос.

DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-78-98

Образец цитирования: Розенталь Р.М., Исаева О.Б., Гинзбург Н.С., Зотова И.В., Сергеев А.С., Рожнев А.Г., Тараканов В.П. Автомодуляционные и хаотические режимы генерации в двухрезонаторном гироклистроне с запаздывающей обратной связью // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, № 3. С. 78–98. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-78-98

AUTOMODULATION AND CHAOTIC REGIMES OF GENERATION IN A TWO-RESONATOR GYROKLYSTRON WITH DELAYED FEEDBACK

R. M. Rozental¹, O. B. Isaeva², N. S. Ginzburg¹,
I. V. Zotova¹, A. S. Sergeev¹, A. G. Rozhnev², V. P. Tarakanov^{3,4}

¹Federal Research Center The Institute of Applied Physics of RAS
46, Ul'yanova str., Box-120, 603950 N. Novgorod, Russia

²Kotelnikov Institute of Radio-Engineering and Electronics of RAS, Saratov Branch
38, Zelenaya str., 410019 Saratov, Russia

³Joint Institute for High Temperatures of RAS
13, Izhorskaya str., build 2, 125412 Moscow, Russia

⁴National Research Nuclear University «MEPhI»
31, Kashirskoye avenue, 115409 Moscow, Russia

E-mail: rrz@appl.sci-nnov.ru, isaevao@rambler.ru, ginzburg@appl.sci-nnov.ru,
zotova@appl.sci-nnov.ru, sergeev@appl.sci-nnov.ru, rozhnevag@info.sgu.ru, karat@tarak.msk.su

Received 26.03.2018

Topic and aim. The dynamics of a double-resonator gyrokystron of the 93 GHz band with delayed feedback is studied. A comparative analysis of the dynamical regimes of amplifier generation obtained in the numerical experiment both on the basis of averaged equations and in the framework of direct numerical simulation by the «particle-in-cells» method using the KARAT code is carried out. **Method.** To identify the dynamical properties of system behavior we apply the spectrum of of statistical methods from the theory of chaos: the calculation of fractal dimensions, Lyapunov exponents, etc. To find the Lyapunov exponents we apply a method of estimating them from dynamical time series. This method is extremely convenient, since it requires only the single scalar time realization in a fixed in space point of spatially distributed system, for example, the amplitude of output radiation. Moreover, this method imitates the processing of the data that can be obtained in natural experiment. **Results.** The analysis of the time series obtained in numerical simulation showed the existence of hyperchaotic regimes for both approaches to the modeling of gyrokystron. Such regimes correspond to attractors with a high correlation dimension and more than one positive Lyapunov exponents. It was found that mentioned hyperchaotic regimes occur, for example, with an increase in the transmission factor for the feedback loop. The multimode «strong» hyper-chaos arises from chaos resulting from the sequence of period doubling bifurcations of the periodic auto-modulation mode intensity of output radiation gyrokystron. **Discussion.** UHF chaotic and noise generators are extremely important for various technical applications. One can note, for example, radars and wideband communication. Thus, the production of multimode, chaotic and hyper-chaotic regimes of gyro-amplifiers generation is a priority branch of microwave electronics. Being proposed in this paper the mathematical modeling methods allow to detect complex regimes for gyrokystron. Being proposed in this paper the approaches to amplifier generations analysis can be applied in a physical experiment.

Key words: gyrokystron, delayed feedback, strong chaos.

DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-78-98

Reference: Pozental R.M., Isaeva O.V., Ginzburg N.S., Zotova I.V., Sergeev A.S., Rozhnev A.G., Tarakanov V.P. Automodulation and chaotic regimes of generation in a two-resonator gyrokystron with delayed feedback. *Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics*, 2018, vol. 26, no. 3, pp. 78–98. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-78-98

Введение

Гироклистроны относятся к одному наиболее хорошо исследованному типу gyroусилителей, характеризующемуся комбинацией высокого КПД и коэффициента усиления [1–3]. Так, в диапазоне 95 ГГц в гироклистромах достигнута выходная мощность более 300 кВт [4], а в диапазоне 35 ГГц – до 12 МВт [5]. В настоящее время ведутся разработки, направленные на дальнейшее повышение выходной мощности и рабочей частоты данных приборов [6, 7]. При этом определенный интерес представляет получение многочастотных, в том числе хаотических режимов генерации, что может быть достигнуто введением внешней запаздывающей обратной связи. Подобный метод широко используется применительно к обычным клистронам, начиная с работы [8] вплоть до настоящего времени [9, 10].

В рамках приближения фиксированной продольной структуры высокочастотного поля нестационарные режимы работы гироклистрона с запаздывающей обратной связью исследовались в работах [11, 12]. Вместе с тем, как будет показано ниже, модель с самосогласованной продольной структурой оказывается более адекватной для описания развитых хаотических режимов генерации. В рамках такой модели (см. [13]) пространственно-временная эволюция амплитуды поля описывается параболическим уравнением, дополненным усредненными уравнениями движения частиц. Этот подход позволяет описать усиление и генерацию многочастотных широкополосных сигналов с учетом реальной дисперсии электродинамической системы, конечности полосы усиления, а также эффектов нелинейного насыщения.

1. Нестационарная самосогласованная модель гироклистрона с дифракционным вводом и выводом излучения

Рассмотрим процесс электронно-волнового взаимодействия в гироклистроне, ввод и вывод излучения в котором осуществляется дифракционным образом, что соответствует целому ряду экспериментально реализованных систем [14–16]. Будем считать, что пространство взаимодействия гироклистрона длиной z_{out} включает в себя входной и выходной резонаторы, а также пространство дрейфа между ними (рис. 1). Профиль резонаторов и пространства дрейфа опишем функцией $r(z)$. Будем

Рис. 1. Модель двухрезонаторного гироклистрона с дифракционным вводом/выводом излучения и цепью запаздывающей обратной связи

Fig. 1. Model of a two-cavity gyrokylystron with diffraction input/output of radiation and a delayed feedback

считать также, что в обоих резонаторах возбуждается одна и та же мода TE_{mp} на частоте близкой к частоте отсечки.

В этом случае процесс электронно-волнового взаимодействия на основной гармонике циклотронного резонанса можно описать следующей системой уравнений [13]:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial^2 a}{\partial Z^2} + \frac{\partial a}{\partial \tau} + (\sigma(Z) + i\delta(Z)) a &= \frac{I_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} p d\theta_0, \\ \frac{\partial p}{\partial Z} + \frac{g^2}{4} \frac{\partial p}{\partial \tau} + ip (\Delta_H - 1 + |p|^2) &= -a. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь использованы следующие нормированные переменные:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\omega_c t \beta_{\perp 0}^4}{8\beta_{\parallel 0}^2}, & Z &= \frac{\beta_{\parallel 0}^2 \omega_c z}{2\beta_{\parallel 0} c}, & p &= \frac{(p_x + ip_y) e^{-i\omega_c t + i(m-1)\varphi}}{p_{\perp 0}}, \\ a &= \frac{eAJ_{m-1}(R_0\omega_c/c)}{m\omega_c\gamma_0\beta_{\perp 0}^3}, & I_0 &= 16 \frac{eI_b}{mc^3} \frac{\beta_{\parallel 0}}{\beta_{\perp 0}^6 \gamma_0} \frac{J_{m-1}^2(R_0\omega_c/c)}{(\nu_p^2 - m^2)J_m^2(\nu_p)}. \end{aligned}$$

I_b – ток электронного пучка, J_m – функция Бесселя, ν_p – p -й корень уравнения $J'_m(\nu) = 0$, R_0 – радиус инжекции винтового электронного пучка, $g = \beta_{\perp 0}/\beta_{\parallel 0}$ – питч-фактор, $V_{\perp 0} = \beta_{\perp 0}c$ и $V_{\parallel 0} = \beta_{\parallel 0}c$ – начальные значения поперечной и продольной скорости электронов, $\Delta_H = 2(\omega_c - \omega_H)/\omega_c\beta_{\perp 0}^2$ – параметр расстройки между критической частотой рабочей моды и невозмущенным значением гирочастоты. Функция $\delta(Z) = 8\beta_{\parallel 0}^2(\omega_c - \omega_c(Z))/\beta_{\perp 0}^4\omega_c$ описывает профиль электродинамической системы, где $\omega_c(Z) = c\nu_p/r(Z)$.

Будем считать, что на входе в пространство взаимодействия электроны равномерно распределены по фазам циклотронного вращения $p(Z=0) = \exp(i\theta_0)$, $\theta_0 = [0, 2\pi)$. На выходе системы в сечении $Z=L$, где $L = \beta_{\perp 0}^2\omega_c z_k/2\beta_{\parallel 0}c$ – нормированная длина резонатора, ставится излучательное граничное условие [17]

$$a(L, \tau) + \frac{1}{\sqrt{\pi i}} \int_0^{\tau} \frac{1}{\sqrt{\tau - \tau'}} \frac{\partial a(L, \tau')}{\partial Z} d\tau' = 0. \quad (2)$$

В сечении $Z=0$ используется модифицированное граничное условие с учетом поступления на вход начального сигнала F (см. [18])

$$a(0, \tau) - \frac{1}{\sqrt{\pi i}} \int_0^{\tau} \frac{1}{\sqrt{\tau - \tau'}} \frac{\partial a(0, \tau')}{\partial Z} d\tau' = 2F(0, \tau). \quad (3)$$

На основе развитой модели исследуем динамику двухрезонаторного гироклистрона с рабочей частотой 93 ГГц, экспериментально исследованного в работе [4]. Будем считать, что винтовой электронный пучок с питч-фактором 1.3, энергией 70 кэВ и током 15 А взаимодействует с модой TE_{02} во входном и выходном резонаторах на основной гармонике гирочастоты.

Будем считать, что обратная связь реализуется за счет подачи части излучения с коэффициентом передачи S и временем задержки t_{del} с выхода усилителя на его

вход. В этом случае сигнал в правой части граничного условия (3) можно представить в виде

$$F(0, \tau) = S \cdot a(Z_{out}, \tau - T), \quad (4)$$

где $T = \omega_c t_{del} \beta_{\perp 0}^4 / 8 \beta_{\parallel 0}^2$ – нормированное время задержки. В последующем моделировании время прохождения сигнала по цепи обратной связи T выбиралось из следующих соображений. Как известно, в схемах на основе маломощных СВЧ-усилителей могут быть реализованы цепи обратной связи с временами запаздывания в сотни наносекунд на основе акустических [19] или электрооптических [20] линий задержки. В то же время, в приборах с уровнем мощности в десятки и более киловатт, к которым относится исследуемый гироклистрон диапазона 3 мм, можно рассчитывать только на линии задержки волноводного типа. В этом случае характерные времена запаздывания определяются временем, за которое волна проходит расстояние, сравнимое с физической длиной усилителя. По этой причине при моделировании использовалось нормированное значение задержки $T = 20$, соответствующее прохождению сигнала по цепи обратной связи длиной около 50 см.

2. Динамика гироклистрона с запаздывающей обратной связью

Моделирование показывает, что самовозбуждение генератора происходит при $S = 0.05$. При этом с ростом S вплоть до значений $S \approx 1$ режимы генерации остаются стационарными, что может быть объяснено узкой полосой усиления гироклистрона, которая при относительно коротком времени запаздывания $T = 20$ оказывается меньше расстояния между продольными модами. Частоты продольных мод в первом приближении определяются выражением

$$\omega_n \approx \frac{2\pi n}{t_{del} + t_{trans}}, \quad (5)$$

где n – номер моды, $t_{trans} = z_{out}/v_{\parallel}$ – время пролета электронов через пространство взаимодействия гироклистрона. При выбранных параметрах разность частот между соседними продольными модами ($\omega_n - \omega_{n-1}$) составляет порядка 500 МГц, в то время как полная ширина полосы усиления составляет около 300 МГц (рис. 2, кривая 1).

Рис. 2. Полоса усиления гироклистрона: 1 – выходной резонатор с оптимальной добротностью; 2 – выходной резонатор со сниженной добротностью

Fig. 2. The gyro-klystron gain band: 1 – output resonator with the optimal quality factor; 2 – output resonator with a reduced quality factor

Значительно увеличить ширину полосы усиления гироклистрона возможно за счет снижения добротности выходного резонатора до значений, близких к минимальной дифракционной добротности $Q \approx Q_{min} \approx 4\pi(l/\lambda)^2$, где l – длина выходного резонатора, λ – рабочая длина волны [21]. В результате этого полная полоса усиления расширяется до значений порядка 5 ГГц (рис. 2, кривая 2), так что в полосе усиления оказывается порядка десяти продольных мод кольцевого резонатора.

Рис. 3. Зависимость от времени амплитуды излучения на выходе гироклистрона с обратной связью (слева), фазовый портрет (в центре) и спектр выходного излучения (справа) для различных значений коэффициента передачи S : $a - 0.56$, $b - 0.62$, $c - 0.64$, $d - 0.644$, $e - 0.67$, $f - 0.8$. Величина $t^* \approx 0.6$ ns

Fig. 3. Time series of the amplitude of output radiation of the gyrokystron with feedback (left), phase portrait (center) and the spectrum of the output radiation (right) for the different values of the transmission coefficient S : $a - 0.56$, $b - 0.62$, $c - 0.64$, $d - 0.644$, $e - 0.67$, $f - 0.8$. The value of $t^* \approx 0.6$ ns

В конфигурации со сниженной добротностью выходного резонатора при значении коэффициента передачи $S \approx 0.52$ в системе возникает периодическая автомодуляция (рис. 3, a). При этом реализуется так называемый амплитудный сценарий [22], когда период автомодуляции близок к удвоенному времени прохождения сигнала по цепи обратной связи. Соответственно, частота автомодуляции ω_{AM} , составляющая порядка 216 МГц, примерно равна половине расстояния между собственными продольными модами $(\omega_n - \omega_{n-1})/2 \approx 250$ МГц. При увеличении коэффициента передачи в интервале $S = 0.53 - 0.64$ наблюдается последовательность нескольких бифуркаций удвоения периода (рис. 3, $b-d$), что также характерно для амплитудного

Рис. 4. Спектр излучения гироклистрона в режиме развитого хаоса: *a* – при нормальной длине выходного резонатора; *b* – в случае укороченного выходного резонатора

Fig. 4. The radiation spectrum of gyrokystron in the regime of strong chaos: *a* – with normal length of the output cavity; *b* – in the case of a shortened output cavity

Одновременно существенно меняется спектр выходного сигнала: шумовой пьедестал поднимается до уровня (-15) – (-20) дБ, а отдельные линии излучения практически перестают выделяться.

Ширина спектра генерации в гироклистроне с запаздывающей обратной связью ограничена полосой, определяемой добротностью выходного резонатора $\Delta f \approx f/Q$, где f – центральная частота излучения. С учетом того, что $Q \approx Q_{min} \approx 130$, относительная ширина полосы излучения даже в хаотических режимах составляет менее 0.8% (рис. 4, *a*). Средний уровень выходной мощности при этом составляет около 20 кВт. Увеличение ширины спектра может быть достигнуто путем дальнейшего снижения добротности выходного резонатора за счет уменьшения его длины. При этом для компенсации снижения коэффициента усиления необходимо наращивать длину пространства дрейфа. Расчеты показывают, что таким образом можно практически в три раза увеличить относительную ширину спектра излучения до значений примерно 1.5% (рис. 4, *b*). Однако при этом средняя эффективность генерации снижается до уровня примерно 3.5%.

3. PIS-моделирование гироклистрона с запаздывающей обратной связью

Моделирование электронно-волнового взаимодействия было также проведено на основе метода крупных частиц. Параметры моделирования соответствовали характеристикам экспериментального стенда импульсного гироклистрона диапазо-

сценария, а затем – при $S \approx 0.65$ – переход к хаотической автомодуляции (рис. 3, *e*). Спектр генерации при этом представляет собой набор изолированных спектральных линий с частотами 93.7, 93.93, 94.16, 94.39 и 94.64 ГГц и шумового пьедестала на уровне -40 дБ. Отметим, что подобный механизм переход к хаосу в целом характерен для систем с запаздывающей обратной связью [23].

При дальнейшем увеличении коэффициента передачи в диапазоне вплоть до $S \approx 0.76$ нерегулярные режимы генерации продолжают существовать, чередуясь с достаточно широкими окнами периодической автомодуляции. Такое чередование режимов генерации характерно и для модели классического клистрона с запаздывающей связью, что было продемонстрировано в работе [24]. Еще больший рост коэффициента передачи в распределенной модели гироклистрона (1) приводит к реализации режимов «развитого» хаоса, при которых на фазовом портрете отсутствуют какие-либо крупномасштабные структуры

на 93 ГГц с рабочей модой TE_{02} на первой гармонике гирочастоты [4]. В силу аксиальной симметрии пространства взаимодействия для моделирования использовалась 2.5-мерная версия PIC кода KARAT [25,26]. Геометрия пространства взаимодействия и мгновенное положение макрочастиц представлены на рис. 5. Винтовой электронный пучок с энергией 70 keV, током 15 А, пичфактором 1.3 инжектировался в резонатор гиротрона с радиусом встрела, соответствующим максимуму коэффициента связи с рабочей модой. После окончания взаимодействия электроны высаживались на стенку электродинамической системы за счет введения спадающего участка магнитного поля.

Рис. 5. Геометрия пространства взаимодействия в PIC-моделировании: 1 – входной резонатор, 2 – участок дрейфа, 3 – выходной резонатор, 4 – электронный пучок, 5 – поглощающий слой, 6 – волноводный тракт линии задержки

Fig. 5. Geometry of the interaction domain in PIC-simulation: 1 – input cavity, 2 – drift region, 3 – output resonator, 4 – electron beam, 5 – absorbing layer, 6 – waveguide delay line

Линия запаздывающей обратной связи создавалась за счет добавления на выходе системы участка однородного волновода длиной 55 см. Для замыкания цепи обратной связи использовалась специальная опция кода KARAT формирования циклических граничных условий. Коэффициент передачи S регулировался путем введения в волноводной линии задержки слоя с переменной проводимостью, коэффициент поглощения которого регулировался путем изменения его геометрических размеров. Размерность счетной сетки составляла 40×2000 узлов, общее число макрочастиц в моделировании достигало $3.5 \cdot 10^4$. Контрольные счета с увеличенным в десять раз числом частиц не показали существенных изменений в динамике системы.

Возбуждение автоколебаний в данной системе происходило при $S > 0.2$ (рис. 6, *a*). Периодическая автомодуляция возникла при $S \approx 0.63$ (рис. 6, *b*), при этом сценарий возникновения соответствовал частотному механизму, при котором происходит одновременное возбуждение нескольких продольных мод кольцевого резонатора, что подтверждается близостью $\omega_{AM} \approx 514$ МГц к расчетному расстоянию между модами $\omega_n - \omega_{n-1} \approx 500$ МГц. При увеличении коэффициента передачи до $S \approx 0.7$ происходил переход к режиму хаотической генерации (рис. 6, *c*), при котором спектр состоял из изолированных линий и шумового пьедестала на уровне -50 дБ. Дискретность задания геометрических параметров поглотителя не позволяла задавать малые изменения параметра глубины обратной связи, в силу этого в моделировании не удалось проследить детали перехода к хаотическим режимам генерации. Дальнейшее увеличение коэффициента передачи приводило к размыванию спектральных линий (рис. 6, *d*), что качественно соответствует поведению системы в рамках моделирования усредненных уравнений (см. рис. 3, *f*). Среднее значение полезной выходной мощности в режиме хаотической генерации, рассчитанное по формуле $P_{out} = (1 - S^2)P$, где P – мощность, регистрируемая на выходе гироклистрона, достигало 10 кВт. Меньшее значение среднего уровня выходной мощности может быть объяснено учетом в PIC-моделировании начального разброса электронов по поперечным скоростям, которое оказывает заметное влияние на эффективность энергообмена в гироклистронах [27–29].

Рис. 6. Зависимость от времени мощности излучения на выходе гироклистрона (слева), фазовый портрет (в центре) и спектр выходного излучения (справа) для различных значений коэффициента передачи S : $a - 0.22$, $b - 0.63$, $c - 0.7$, $d - 0.84$. Величина $t^* \approx 0.6$ ns

Fig. 6. The time evolution of the output radiation power of the gyrokystron (left), phase portrait (center) and the spectrum of the output radiation (right) for the different values of the transmission coefficient S : $a - 0.22$, $b - 0.63$, $c - 0.7$, $d - 0.84$. The value of $t^* \approx 0.6$ ns

Рис. 7. Пространственно-временное распределение продольной компоненты магнитного поля, усредненной по периоду высокочастотных колебаний, при $S \approx 0.84$

Fig. 7. The space-time distribution of the longitudinal component of the magnetic field, averaged over a period of high-frequency oscillations, with $S \approx 0.84$

Важно отметить, что PIC-моделирование наглядно демонстрирует необходимость использования для описания хаотических режимов в гироклистроне с запаздывающей обратной связью моделей с нефиксированной структурой поля. Это подтверждает рис. 7, на котором показано пространственно-временное распределение продольной компоненты магнитного поля, усредненной по периоду высокочастотных колебаний, при значении $S \approx 0.84$. Видно, что продольная структура поля существенно варьирует с течением времени, что оправдывает применение подхода, рассмотренного в разделе 2.

4. Оценка характеристик хаотических режимов работы гироклистрона

Обнаруженные в ходе численного моделирования гироклистрона с запаздывающей обратной связью режимы развитого хаоса (см. рис. 3, *f* и рис. 6, *c*, *d*) требуют дополнительных исследований их динамических свойств. Действительно, обратимся к рис. 8. На рис. 8, *a* представлена бифуркационная диаграмма для распределенной модели (1). Это зависимость от параметра S (коэффициента передачи) значений медленной амплитуды выходного излучения, совпадающих в различающихся на величину t^* моменты времени. Как видно, крона бифуркационного дерева при больших S не имеет ярко выраженных окон, что свидетельствует о большей грубости отвечающих ей аттракторов. Можно сравнить дерево с диаграммой распределения автокорреляционной функции в зависимости от коэффициента передачи, изменяющегося в тех же пределах (рис. 8, *b*). В области развитого хаоса функция

Рис. 8. Бифуркационная диаграмма для пространственно распределенной модели (1) гироклистрона с запаздывающей обратной связью (*a*). Распределение автокорреляционной функции в зависимости от коэффициента передачи (*b*)

Fig. 8. The bifurcation diagram for the spatially distributed model (1) of the gyrokylystron with the delayed feedback (*a*). The distribution of the autocorrelation functions depending on the transmission coefficient (*b*)

спадает гораздо быстрее, чем для хаотического режима, возникшего сразу после последовательности удвоений. Одной из причин указанных явлений может служить качественное изменение топологии аттрактора с переходом его в класс гиперхаотических. Для подтверждения этой гипотезы требуется вычисление корреляционной размерности и, главное, спектра ляпуновских показателей аттрактора [30–32].

Характеристические показатели Ляпунова имеют смысл скоростей экспоненциального роста или убывания возмущения относительно инвариантной фазовой траектории в различных направлениях. Спектр из d показателей вычисляется следующим образом [30, 33, 34]:

$$\Lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \Sigma_i(t), \quad \Sigma_i(t) = \frac{1}{MT_0} \sum_{m=1}^M \ln \left\| \mathbf{b}^{(T_0)}(t = mT_0) \mathbf{e}_i(t = mT_0) \right\|, \quad i = 1, 2, \dots, d. \quad (6)$$

Здесь значение d не превышает размерности фазового пространства и будет определено ниже; $(\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_d)$ – набор векторов возмущения; матрица $\mathbf{b}$ – линейный оператор эволюции. Векторы возмущения берутся ортогональными на начальный момент времени. Во избежание схождения их к единственному самому неустойчивому направлению, они ортогонализуются после каждого вычисления очередного вклада в накапливающиеся усредненные суммы Σ_i . Ортогонализация по Граму–Шмидту выстраивает векторы в порядке убывания неустойчивости отвечающих им направлений.

Спектр ляпуновских показателей динамических режимов СВЧ приборов вычислялся ранее, например, для ЛОВ [35, 36], гиротрона [37, 38], клистрона [39]. Во всех случаях применялся алгоритм Бенеттина [40, 41]. В настоящей работе применен иной подход. Ляпуновские показатели вычислены по полученным численно временным рядам. При этом использована более удачная, на наш взгляд, по сравнению с наиболее известной [42–44], методика Сано–Савада [45], которая экономит машинное время и подходит для относительно коротких рядов [46]. Одновременно этот подход более точен по сравнению с приближенным алгоритмом Бенеттина, использующим «близкие» траектории для оценки линейного оператора, точное вычисление которого в системах рассматриваемого типа затруднено. Кроме того, вычисление характеристик выходного излучения по временным рядам имитирует анализ результатов натурального эксперимента. Более подробно о преимуществах выбранного метода и особенностях его применения см. в работе [47].

На рис. 9, *a* представлены результаты вычисления спектра ляпуновских показателей пространственно распределенной модели гироклистрона (1). Графики зависимости от коэффициента передачи пяти ляпуновских показателей подтверждают возникновение гиперхаоса при больших S , а именно, два старших показателя становятся положительными. При этом совершает скачок и превышает значение 3 и корреляционная размерность (рис. 9, *b*). Под корреляционной размерностью подразумевается значение, к которому стремится величина D_2 при увеличении размерности d реконструированного методом задержки пространства векторов состояния $\mathbf{a}(t) = (|a(t)|, |a(t - T_0)|, \dots, |a(t - (d - 1)T_0)|)$. При этом D_2 имеет смысл угла наклона построенного в логарифмическом масштабе графика корреляционного интеграла $C(\delta) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t^2} \int_0^t \int_0^t \theta(\delta - \|\mathbf{a}(t') - \mathbf{a}(t'')\|) dt' dt''$ (здесь θ – ступенчатая функция Хевисайда). В качестве T_0 использовано время спада до нуля автокорреляционной функции (приблизительно 1ns). Величина $d = 5$, при которой значение D_2

Рис. 9. Зависимость от коэффициента передачи спектра пяти ляпуновских показателей ($i = 1$ – круги, 2 – квадраты, 3 – треугольники, 4 – ромбы, 5 – кресты) (a) и распределения корреляционной размерности D_2 от размерности реконструированного фазового пространства d (b) для модели гироклистрона на основе усредненных уравнений

Fig. 9. For the slow amplitude model of gyrokystron the transmission coefficient dependences of the spectrum of five Lyapunov exponents ($i = 1$ – circles, 2 – squares, 3 – triangles, 4 – diamonds, 5 – asterisks) (a) and the distribution of correlation dimension D_2 on the reconstructed phase space dimension d (b)

стабилизируется, служила оценкой размерности реконструированного фазового пространства: в него аттрактор может быть вложен без самопересечений.

Аналогичные вычисления были проведены и для временных реализаций, полученных при численном моделировании методом крупных частиц. Результаты по расчету ляпуновских показателей и фрактальных размерностей (корреляционной D_2 и хорошо с ней согласующейся ляпуновской D_λ) для нескольких значений коэффициента передачи приведены в Таблице. Ляпуновская размерность определялась как $D_\lambda = k + \sum_{i=1}^k \Lambda_i / |\Lambda_{k+1}|$, где k – минимальное количество старших показателей, сумма которых положительна.

Ляпуновские показатели и фрактальные размерности аттракторов, полученных при PIC моделировании
Lyapunov exponents and fractal dimensions of attractors obtained in PIC numerical simulation

S	$\Lambda_1, \text{ns}^{-1}$	$\Lambda_2, \text{ns}^{-1}$	$\Lambda_3, \text{ns}^{-1}$	$\Lambda_4, \text{ns}^{-1}$	$\Lambda_5, \text{ns}^{-1}$	D_2	D_k
0.54	-0.028	-0.185	-0.237	-0.312	-0.431	0.0	0.0
0.63	0.066	0.000	-0.052	-0.161	-0.364	3.0	3.1
0.70	0.322	0.137	0.009	-0.099	-0.298	4.5	5.2
0.77	0.199	0.080	-0.009	-0.128	-0.355	4.1	4.4
0.84	0.237	0.095	-0.009	-0.118	-0.336	4.6	4.6
0.91	0.241	0.090	-0.009	-0.137	-0.331	4.4	4.6

Пример расчета накапливающихся к характеристическим показателям усредненных сумм Σ_i представлен для этого случая на рис. 10, *a*. Суммы быстро сходятся. В их окрестности колеблются локальные ляпуновские показатели, усредненные в относительно узком временном окне вдоль фазовой траектории и характеризующие развитие вдоль нее неустойчивости. Значения корреляционной размерности D_2 достигают насыщения при $d = 5$ и принимают значение, превышающее 4 (см. рис. 10, *b*).

Результаты анализа временных реализаций интенсивности выходного излучения при PIC-моделировании также подтверждают наличие гиперхаоса в динамике гироклистрона: два положительных показателя Ляпунова и высокая корреляционная размерность имеют место при $S = 0.91, 0.84, 0.77$ и 0.7 . Расчеты для случая $S = 0.54$ показывают отсутствие автомодуляции. Не слишком большое положительное значение одного из показателей Ляпунова при $S = 0.63$ может быть в некоторой степени обусловлено влиянием численной ошибки при расчете реализаций и, вместе с тем, свидетельствует о зарождающемся хаосе.

Рис. 10. Характеристики гиперхаотического аттрактора, полученного при PIC моделировании гироклистрона при $S = 0.70$. Усредненные накапливающиеся суммы, сходящиеся к пяти ляпуновским показателям, и три старших локальных показателя (*a*). Зависимость корреляционной размерности от размерности фазового пространства (*b*)

Fig. 10. The characteristics of the hyperchaotic attractor obtained in the PIC simulation of gyroklystron with $S = 0.70$. The averaged accumulated sums, converging to the five senior Lyapunov exponents, and the three senior local exponents (*a*). The correlation dimension vs the dimension of the phase space (*b*)

Выводы

Использованная в работе нестационарная распределенная модель гироклистрона с запаздывающей обратной связью позволяет, в отличие от ранее используемых моделей [48, 49], проводить исследования динамики системы при произвольных соотношениях между добротностями резонаторов, времени задержки сигнала и коэффициентом передачи цепи обратной связи. Это позволяет адекватно описывать режимы развитого хаоса, характеризующиеся, в том числе, существенными изменениями продольного структуры электромагнитного поля.

Следует отметить, что в настоящее время ведется целый ряд работ по исследованию шумовых источников в миллиметровом диапазоне на основе винтовой гиро-ЛБВ с запаздывающей обратной связью [48] «нановиркаторов» [49] и гиротронов [50]. С учетом современных перспектив продвижения гироклистронов в области больших рабочих частот и мощностей понимание особенностей характеристик хаотических режимов представляется весьма актуальной задачей.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 16-02-00745. О.Б. Исаева благодарит также РФФИ, грант № 16-02-00135 (в части работы по расчету ляпуновских показателей).

Библиографический список

1. *Andronov A.A., Flyagin V.A., Gaponov A.V., Gol'denberg A.L., Petelin M.I., Usov V.G., Yulpatov V.K.* The gyrotron: High-power source of millimetre and submillimetre waves // *Infrared Phys.* 1978. Vol. 18, no. 5-6. Pp. 385–393.
2. *Nusinovich G.S.* Introduction to the Physics of Gyrotrons. Baltimore: J. Hopkins Univ. Press, 2004. 341 p.
3. *Thumm M.* State-of-the-art of high power gyro-devices and free electron masers. Update 2016 // *KIT Scientific Reports.* 2017. Band-Nr. 7735.
4. *Засыпкин Е.В., Гачев И.Г., Антаков И.И.* Экспериментальное исследование гироклистрона с высшим типом колебаний TE_{021} в резонаторах в коротковолновой части миллиметрового диапазона // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2012. Т. 55, № 5. С. 341–350.
5. *Зайцев Н.И., Гвоздев А.К., Запевалов С.А., Кузиков С.В., Мануилов В.Н., Моисеев М.А., Плоткин М.Е.* Экспериментальное исследование мультимегаваттного импульсного гироклистрона // *Радиотехника и электроника.* 2014. Т. 59, № 2. С. 179–183.
6. *Зайцев Н.И., Абубакиров Э.Б., Гузнов Ю.М., Денисов Г.Г., Завольский Н.А., Запевалов В.Е., Запевалов С.А., Планкин О.П., Розенталь Р.М., Седов А.С., Семенов Е.С., Чирков А.В., Шевченко А.С.* Разработка компонентов релятивистского гироклистрона 3-мм диапазона // *Материалы 25-й международной Крымской конференции «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» (КрыМиКо 2015).* Севастополь, 6–12 сентября 2015. С. 781–782.
7. *Swati M.V., Chauhan M.S., Jain P.K.* Design methodology and beam-wave interaction study of a second-harmonic D-band gyroklystron amplifier // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2016. Vol. 44, no. 11. Pp. 2844–2851.

8. Кузнецов С.П., Перельман А.Ю., Трубецков Д.И. Автомодаляция и стохастические режимы в клистроне бегущей волны с внешней обратной связью // ЖТФ. 1983. Т. 53, № 1. С. 163–166.
9. Гришин С.В., Дмитриев Б.С., Жарков Ю.Д., Скороходов В.Н., Шараевский Ю.П. Генерация хаотических СВЧ-импульсов в кольцевой системе на основе клистронного усилителя мощности и нелинейной линии задержки на магнито-статических волнах // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36, вып. 2. С. 62–69.
10. Emelyanov V.V., Girevoy R.A., Yakovlev A.V., Ryskin N.M. Time-domain particle-in-cell modeling of delayed feedback klystron oscillators // IEEE Trans. Electron. Dev. 2014. Vol. 61, no. 6. Pp. 1842–1847.
11. Ергаков В.С., Моисеев М.А. Двухрезонаторный генератор с запаздывающей обратной связью // Радиотехника и электроника. 1986. Т. 31, вып. 5. С. 962–967.
12. Афанасьева В.В., Лазерсон А.Г. Динамический хаос в двухрезонаторных клистронных автогенераторах с запаздывающей обратной связью // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1995. Т. 3, № 5. С. 88–99.
13. Ginzburg N.S., Rozental R.M., Sergeev A.S., Zotova I.V. Time-domain model of gyroklystrons with diffraction power input and output // Physics of Plasmas. 2016. Vol. 23. 033108–033112.
14. Zasyplin E.V., Moiseev M.A., Gachev I.G., Antakov I.I. Study of high-power Ka-band second-harmonic gyroklystron amplifier // IEEE Trans. Plasma Sci. 1996. Vol. 24, no. 3. Pp. 666–670.
15. Tolkachev A.A., Levitan B.A., Solovjev G.K., Veytsel V.V., Farber V.E. A megawatt power millimeter-wave phased-array radar // IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine. 2000. Vol. 15. Pp. 25–31.
16. Антаков И.И., Гачев И.Г., Засыпкин Е.В. Экспериментальное исследование гироклистрона, работающего в поле постоянного магнита // Изв. вузов. Радиофизика. 2011. Т. 54, № 3. С. 185–194.
17. Ginzburg N.S., Zavolsky N.A., Nusinovich G.S. Theory of non-stationary processes in gyrotrons with low-Q resonators // Int. J. Electron. 1986. Vol. 61. Pp. 881–894.
18. Ginzburg N.S., Sergeev A.S., Zotova I.V. Time-domain self-consistent theory of frequency-locking regimes in gyrotrons with low-Q resonators // Phys. Plasmas. 2015. Vol. 22. 033101–033105.
19. Кац В.А. Возникновение хаоса и его эволюция в распределенном генераторе с запаздыванием (эксперимент) // Изв.вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28, № 2. С. 161–176.
20. Устинов А.Б., Кондрашов А.В., Калиникос Б.А. Радиофотонный генератор хаотического и шумового сигналов // Письма в ЖТФ. 2016. Т. 42, № 8. С. 28–36.
21. Власов С.Н., Жислин Г.М., Орлова И.М., Петелин М.И., Рогачева Г.Г. Открытые резонаторы в виде волноводов переменного сечения // Изв.вузов. Радиофизика. 1969. Т. 12, № 8. С. 1236–1244.
22. Рыскин Н.М. Исследование нелинейной динамики ЛБВ-генератора с запаздывающей обратной связью//Изв.вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47, №2. С. 129–142.
23. Кузнецов С.П. Сложная динамика генераторов с запаздывающей обратной связью (обзор) // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25, № 12. С. 1410–1428.
24. Дмитриева Т.В., Рыскин Н.М., Титов В.Н., Шигаев А.М. Сложная динамика

*Р.М. Розенталь, О.Б. Исаева, Н.С. Гинзбург, И.В. Зотова,
А.С. Сергеев, А.Г. Рожнев, В.П. Тараканов*
Изв. вузов «ПНД», т. 26, № 3, 2018

- простых моделей распределенных электронно-волновых систем // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т. 7, № 6. С. 66–81.
25. *Тараканов В.П.* Универсальный электромагнитный код КАРАТ / в кн.: Математическое Моделирование. Проблемы и Результаты. М.: Наука, 2003. 456 с.
 26. *Tarakanov V.P.* Code KARAT in simulations of power microwave sources including Cherenkov plasma devices, vircators, otron, E-fieldsensor, calorimeter etc // EPJ Web of Conferences. 2017. Vol. 149. P. 04024.
 27. *Ергаков В.С., Мусеев М.А.* Влияние разброса скоростей электронов на КПД двухрезонаторного МЦР-клизотрона // Электронная техника. Серия I. Электроника СВЧ. 1977. № 5. С. 9–15.
 28. *Ергаков В.С., Мусеев М.А., Эрм Р.Э.* Влияние разброса скоростей электронов на характеристики двухрезонаторного МЦР-усилителя // Электронная техника. Серия I. Электроника СВЧ. 1980. № 4. С. 29–37.
 29. *Засыпкин Е.В., Мусеев М.А.* Повышение КПД в гироклизотронах с неоднородным статическим магнитным полем // Изв. вузов. Радиофизика. 1994. Т. 37, № 10. С. 1321–1334.
 30. *Кузнецов С.П., Трубецков Д.И.* Хаос и гиперхаос в лампе обратной волны // Изв. вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47, № 5–6. С. 383–398.
 31. *Bezruchko V.P., Smirnov D.A.* Extracting Knowledge from Time Series. An Introduction to Nonlinear Empirical Modeling. Heidelberg–Dordrecht–London–New York: Springer, 2010. 420 p.
 32. *Bradley E., Kantz H.* Nonlinear time-series analysis revisited // Chaos. 2015. Vol. 25. 097610–097619.
 33. *Ляпунов А.М.* Общая задача об устойчивости движения. М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. 472 с.
 34. *Eckmann J.-P., Ruelle D.* Fundamental limitations for estimating dimensions and Lyapunov exponents in dynamical systems // Physica D. 1992. Vol. 56. Pp. 185–187.
 35. *Безручко Б.П., Булгакова Л.В., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И.* Стохастические автоколебания и неустойчивость в лампе обратной волны // Радиотехника и электроника. 1983. Т. 28, № 6. С. 1136–1139.
 36. *Кузнецов С.П., Трубецков Д.И.* Хаос и гиперхаос в лампе обратной волны // Изв. вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47, № 5. С. 1–17.
 37. *Блохина Е.В., Рожнев А.Г.* Хаос и гиперхаос в гиротроне // Изв. вузов. Радиофизика. 2006. Т. 49, № 10. С. 887–899.
 38. *Blokhina E.V., Kuznetsov S.P., Rozhnev A.G.* High-dimensional chaos in a gyrotron // IEEE Trans. Electron. Dev. 2007. Vol. 54, no. 2. Pp. 188–193.
 39. *Балякин А.А., Рыскин Н.М.* Особенности расчета спектров показателей Ляпунова в распределенных автоколебательных системах с запаздывающей обратной связью // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2007. Т. 15, № 6. С. 3–21.
 40. *Benettin G., Galgani L., Giorgilli A., Strelcyn J.-M.* Lyapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems and for Hamiltonian systems; A method for computing all of them. Part 1: Theory // Meccanica. 1980. Vol. 15. Pp. 9–20.
 41. *Benettin G., Galgani L., Giorgilli A., Strelcyn J.-M.* Lyapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems and for Hamiltonian systems; A method for

- computing all of them. Part 2: Numerical application // *Meccanica*. 1980. Vol. 15. Pp. 21–30.
42. Wolf A., J. Swift B., Swinney H.L., Vastano J.A. Determining Lyapunov exponents from a time series // *Physica D*. 1985. Vol. 16. Pp. 285–317.
 43. Eckmann J.-P., Kamphorst S.O., Ruelle D., Gilberto D. Lyapunov exponents from a time series // *Phys. Rev. A*. 1986. Vol. 34. Pp. 4971–4979.
 44. Brown R., Bryant P., Abarbanel H.D.I. Computing the Lyapunov spectrum of a dynamical system from an observed time series // *Phys. Rev. A*. 1991. Vol. 43. Pp. 2787–2806.
 45. Sano M., Sawada Y. Measurement of the Lyapunov spectrum from a chaotic time series // *Phys. Rev. Lett.* 1985. Vol. 55. Pp. 1082–1085.
 46. Zeng X., Eykholt R., Pielke R.A. Estimating the Lyapunov exponent spectrum from short time series of low precision // *Phys. Rev. Lett.* 1991. Vol. 66. Pp. 3229–3232.
 47. Rozental R.M., Isaeva O.B., Ginzburg N.S., Zotova I.V., Sergeev A.S., Rozhnev A.G. Characteristics of chaotic regimes in a space-distributed gyrokystron model with delayed feedback // *Rus. J. Nonlin. Dyn.* 2018. No. 2. (in press).
 48. Гинзбург Н.С., Розенталь Р.М., Сергеев А.С., Зотова И.В. Генерация хаотических сигналов миллиметрового диапазона на основе широкополосных гиросилителей с винтовым гофрированным волноводом // *Письма в ЖТФ*. 2017. Т. 43, вып. 3. С. 50–56.
 49. Frolov N.S., Kurkin S.A., Koronovskii A.A., Hramov A.E. Nonlinear dynamics and bifurcation mechanisms in intense electron beam with virtual cathode // *Phys. Lett. A*. 2017. Vol. 381, no. 28. Pp. 2250–2255.
 50. Розенталь Р.М., Гинзбург Н.С., Сергеев А.С., Зотова И.В., Федотов А.Э., Тараканов В.П. Генерация широкополосного хаотического излучения в гиротронах в режиме перекрытия высокочастотного и низкочастотного резонансов // *ЖТФ*. 2017. Т. 87, вып. 10. С. 1555–1561.

References

1. Andronov A.A., Flyagin V.A., Gaponov A.V., Gol'denberg A.L., Petelin M.I., Usov V.G., Yulpatov V.K. The gyrotron: High-power source of millimetre and submillimetre waves. *Infrared Phys.*, 1978, vol. 18, no. 5–6, pp. 385–393.
2. Nusinovich G.S. Introduction to the Physics of Gyrotrons. Baltimore: J. Hopkins Univ. Press, 2004, 341 p.
3. Thumm M. State-of-the-art of high power gyro-devices and free electron masers, Update 2016. *KIT Scientific Reports*, 2017, Band-Nr, 7735.
4. Zasyplin E.V., Gachev I.G., Antakov I.I. Experimental study of a W-band gyrokystron amplifier operated in the high order TE₀₂₁ cavity mode. *Radiophys. Quant. El.*, 2012, vol. 55, no. 5, pp. 309–317.
5. Zaitsev N.I., Gvozdev A.K., Zapevalov S.A., Kuzikov S.V., Manuilov V.N., Moiseev M.A., Plotkin M.E. Experimental study of a multimegawatt pulsed gyrokystron. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2014, vol.59, no.2, pp.164–168.
6. Zaitsev N.I., Abubakirov E.B., Guznov Yu.M., Denisov G.G., Zavolskii N.A., Zapevalov V.E., Zapevalov S.A., Plankin O.P., Rozental R.M., Sedov A S., Semenov E.S., Chirkov A.V., Shevchenko A.S. *Book of abstracts of 25th Int. Crimean Conf.*

*Р.М. Розенталь, О.Б. Исаева, Н.С. Гинзбург, И.В. Зотова,
А.С. Сергеев, А.Г. Рожнев, В.П. Тараканов
Изв. вузов «ПНД», т. 26, № 3, 2018*

«UHF-technics and Telecommunication Technologies», Sevastopol, September 6–12 2015, pp. 781–782.

7. Swati M.V., Chauhan M.S., Jain P.K. Design methodology and beam-wave interaction study of a second-harmonic D-band gyrokystron amplifier. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 2016, vol. 44, no. 11, pp. 2844–2851.
8. Kuznetsov S.P., Perelman A.Yu., Trubetskov D.I. *Technical Physics*, 1983, vol. 53, no. 1, pp. 163–166.
9. Grishin S.V., Dmitriev B.S., Zharkov Y.D., Skorohodov V.N., Sharaevskii Y.P. Generation of chaotic microwave pulses in a ring system based on a klystron power amplifier and a nonlinear delay line on magnetostatic waves. *Technical Physics Letters*, 2010, vol. 36, iss. 2, pp. 76–79.
10. Emelyanov V.V., Girevoy R.A., Yakovlev A.V., Ryskin N.M. Time-domain particle-in-cell modeling of delayed feedback klystron oscillators. *IEEE Trans. Electron. Dev.*, 2014, vol. 61, no. 6, pp. 1842–1847.
11. Ergakov V.S., Moiseev M.A. Two-cavity oscillator with external delay feedback. *Radiotekhnica i Electronica*, 1986, vol. 31, iss. 5, pp. 962–967 (in Russian).
12. Afanasieva V.V., Lazerson A.G. Chaotic dynamics of two-cavity clystron oscillators with delayed feedback. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 1995, vol. 3, no. 5, pp. 88–99. (in Russian).
13. Ginzburg N.S., Rozental R.M., Sergeev A.S., Zotova I.V. Time-domain model of gyrokystrons with diffraction power input and output. *Physics of Plasmas*, 2016, vol. 23, 033108–033112.
14. Zasytkin E.V., Moiseev M.A., Gachev I.G., Antakov I.I. Study of high-power Ka-band second-harmonic gyrokystron amplifier. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 1996, vol. 24, no. 3, pp. 666–670.
15. Tolkachev A.A., Levitan B.A., Solovjev G.K., Veytsel V.V., Farber V.E. A megawatt power millimeter-wave phased-array radar. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2000, vol. 15, pp. 25–31.
16. Antakov I.I., Gachev I.G., Zasytkin E.V. Experimental studies of a gyrokystron operating in the field of a permanent magnet. *Radiophys. Quant. El.*, 2011, vol. 54, no. 3, pp. 166–173.
17. Ginzburg N.S., Zavolsky N.A., Nusinovich G.S. Theory of non-stationary processes in gyrotrons with low-Q resonators. *Int. J. Electron.*, 1986, vol. 61, pp. 881–894.
18. Ginzburg N.S., Sergeev A.S., Zotova I.V. Time-domain self-consistent theory of frequency-locking regimes in gyrotrons with low-Q resonators. *Phys. Plasmas*, 2015, vol. 22, 033101–033105.
19. Katz V.A. Appearance of chaos and its evolution in a distributed oscillator with delay (experiment). *Radiophys. Quant. El.*, 1985, vol. 28, no. 2, pp. 107–119.
20. Ustinov A.B., Kondrashov A.V., Kalinikos B.A. A microwave photonic generator of chaotic and noise signals. *Technical Physics Letters*, 2016, vol.42, no.4, pp.403–406.
21. Vlasov S.N., Zhislin G.M., Orlova I.M., Petelin M.I., Rogacheva G.G. Irregular waveguides as open resonators. *Radiophys. Quant. El.*, 1969, vol.12, no.8, pp.972–978.
22. Ryskin N.M. Study of the nonlinear dynamics of a traveling-wave-tube oscillator

- with delayed feedback. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 2004, vol. 47, no. 2, pp. 116–128.
23. Kuznetsov S.P. Complex dynamics of oscillators with delayed feedback (review). *Radiophys. Quant. El.*, 1982, vol. 25, no. 12, pp. 996–1009.
 24. Dmitrieva T.V., Ryskin N.M., Titov V.N., Shigaev A.M. Complex dynamics of the simple models of distributed electron-wave systems. *Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics*, 1999, vol. 7, no. 6, pp. 66–81 (in Russian).
 25. Tarakanov V.P. The Universal Electromagnetic Code KARAT. Math. Modeling. Problems and Results. Moscow: Nauka, 2003, 456 p. (in Russian).
 26. Tarakanov V.P. Code KARAT in simulations of power microwave sources including Cherenkov plasma devices, vircators, orotron, E-fieldsensor, calorimeter etc. *EPJ Web of Conferences*, 2017, vol. 149, 04024.
 27. Ergakov V.S., Moiseev M.A. *Elektronnaya Tekhnika, Ser I, Electronica SVCH*, 1977, no. 5, pp. 9–15 (in Russian).
 28. Ergakov V.S., Moiseev M.A., Erm R.E. *Elektronnaya Tekhnika. Ser I. Electronica SVCH*, 1980, no. 4, pp. 29–37 (in Russian).
 29. Zasyplin E.V., Moiseev M.A. Efficiency enhancement in gyroklystrons with a nonuniform static magnetic field. *Radiophys. Quant. El.*, 1994, vol.37, no.10, pp.853–862.
 30. Kuznetsov S.P. Dynamical Chaos. Moscow: Fizmatlit, 2006. 356 p. (in Russian).
 31. Bezruchko B.P., Smirnov D.A. Extracting Knowledge from Time Series. An Introduction to Nonlinear Empirical Modeling. Heidelberg–Dordrecht–London–New York: Springer, 2010. 420 p.
 32. Bradley E., Kantz H. Nonlinear time-series analysis revisited. *Chaos*, 2015, vol. 25, 097610–097619.
 33. Lyapunov A.M. General Problem of the Motion Stability. Moscow–Leningrad: GITTL, 1950, 472 p. (in Russian).
 34. Eckmann J.-P., Ruelle D. Fundamental limitations for estimating dimensions and Lyapunov exponents in dynamical systems. *Physica D*, 1992, vol. 56, pp. 185–187.
 35. Bezruchko B.P., Bulgakova L.V., Kuznetsov S.P., Trubetskov D.I. *Radiotekhnika i Electronica*, 1983, vol. 28, no. 6, pp. 1136–1139 (in Russian).
 36. Kuznetsov S.P., Trubetskov D.I. Chaos and hyperchaos in a backward-wave oscillator. *Radiophys. Quant. El.*, 2004, vol. 47, no. 5–6, pp. 341–355.
 37. Blokhina E.V., Rozhnev A.G. Chaos and hyperchaos in a gyrotron. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 2006, vol. 49, no. 10, pp. 799–810.
 38. Blokhina E.V., Kuznetsov S.P., Rozhnev A.G. High-dimensional chaos in a gyrotron. *IEEE Trans. Electron. Dev.*, 2007, vol. 54, no. 2, pp. 188–193.
 39. Balyakin A.A., Ryskin N.M. Peculiarities of calculation of the Lyapunov exponents set in distributed self-oscillated systems with delayed feedback. *Izv. VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2007, vol. 15, no. 6, pp. 3–21 (in Russian).
 40. Benettin G., Galgani L., Giorgilli A., Strelcyn J.-M. Lyapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems and for Hamiltonian systems; A method for computing all of them. Part 1: Theory. *Meccanica*, 1980, vol. 15, pp. 9–20.
 41. Benettin G., Galgani L., Giorgilli A., Strelcyn J.-M. Lyapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems and for Hamiltonian systems; A method for

- computing all of them. Part 2: Numerical application. *Meccanica*, 1980, vol. 15, pp. 21–30.
42. Wolf A., J. Swift B., Swinney H.L., Vastano J.A. Determining Lyapunov exponents from a time series. *Physica D*, 1985, vol. 16, pp. 285–317.
 43. Eckmann J.-P., Kamphorst S.O., Ruelle D., Gilbeto D. Lyapunov exponents from a time series. *Phys. Rev. A*, 1986, vol. 34, pp. 4971–4979.
 44. Brown R., Bryant P., Abarbanel H.D.I. Computing the Lyapunov spectrum of a dynamical system from an observed time series. *Phys. Rev. A*, 1991, vol. 43, pp. 2787–2806.
 45. Sano M., Sawada Y. Measurement of the Lyapunov spectrum from a chaotic time series. *Phys. Rev. Lett.*, 1985, vol. 55, pp. 1082–1085.
 46. Zeng X., Eykholt R., Pielke R.A. Estimating the Lyapunov exponent spectrum from short time series of low precision. *Phys. Rev. Lett.*, 1991, vol. 66, pp. 3229–3232.
 47. Rozental R.M., Isaeva O.B., Ginzburg N.S., Zotova I.V., Sergeev A.S., Rozhnev A.G. Characteristics of chaotic regimes in a space-distributed gyrokystron model with delayed feedback. *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2018, no. 2 (in press).
 48. Ginzburg N.S., Rozental R.M., Sergeev A.S., Zotova I.V. Generation of ultrashort microwave pulses in the sub-THz and THz range based on the cyclotron superradiance effect. *Technical Physics Letters*, 2017, vol. 43, no. 9, pp. 831–834.
 49. Frolov N.S., Kurkin S.A., Koronovskii A.A., Hramov A.E. Nonlinear dynamics and bifurcation mechanisms in intense electron beam with virtual cathode. *Phys. Lett. A*, 2017, vol. 381, no. 28, pp. 2250–2255.
 50. Rozental R.M., Ginzburg N.S., Sergeev A.S., Zotova I.V., Fedotov A.E., Tarakanov V.P. Gyrotron generation of broadband chaotic radiation under overlapping of high- and low-frequency resonances. *Technical Physics*, 2017, vol. 62, no. 10, pp. 1562–1568.

Розенталь Роман Маркович родился (1977) в Горьком. Окончил радиофизический факультет ННГУ (1999). С 1998 года работает в ИПФ РАН научным сотрудником. Основная область научных интересов – нестационарные процессы в мощных приборах вакуумной СВЧ-электроники.

Россия, 603950 Н. Новгород, БОКС-120, ул. Ульянова, 46
 Федеральный исследовательский центр «Институт прикладной физики РАН»
 E-mail: rrz@appl.sci-nnov.ru

Исаева Ольга Борисовна родилась в Баку (1977). Окончила Саратовский государственный университет (1999). С момента окончания вуза работает в Саратовском филиале Института радиотехники и электроники РАН (в настоящее время – старший научный сотрудник). Доцент кафедры динамических систем Саратовского госуниверситета, к.ф.-м.н. (с 2003). Область интересов – нелинейная динамика и теория хаоса.

Россия, 410019 Саратов, ул. Зеленая, 38
 Саратовский филиал ИРЭ имени В.А. Котельникова РАН
 E-mail: isaevao@rambler.ru

Гинзбург Наум Самуилович родился в 1952 году, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделом высокочастотной релятивистской электроники Института прикладной физики РАН. Область интересов – лазеры на свободных электронах, мазеры на циклотронном резонансе, релятивистские гиротроны, многочастотные процессы в электронных СВЧ-приборах с распределенным взаимодействием, эффекты канализации и сверхизлучения, плазменные и пучковые неустойчивости. Лауреат премии им. Ленинского комсомола (1980), Государственной премии РФ (2003). Автор более 250 статей и обзоров по указанной проблематике.

Россия, 603950 Н. Новгород, БОКС-120, ул. Ульянова, 46
Федеральный исследовательский центр «Институт прикладной физики РАН»,
E-mail: ginzburg@appl.sci-nnov.ru

Зотова Ирина Валерьевна родилась в Горьком (1968). Окончила радиофизический факультет Горьковского государственного университета (1990). После окончания ГГУ начала работать в Институте прикладной физики РАН. Защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата (1999) и доктора (2016) физико-математических наук. В настоящее время – ведущий научный сотрудник ИПФ РАН.

Россия, 603950 Н. Новгород, БОКС-120, Ульянова, 46
Федеральный исследовательский центр «Институт прикладной физики РАН»,
E-mail: zotova@appl.sci-nnov.ru

Сергеев Александр Сергеевич родился в 1957 году. Окончил механико-математический факультет Горьковского государственного университета (1980), работает в Институте прикладной физики РАН, старший научный сотрудник, кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией вычислительной физики плазмы и электроники. Область научных интересов – математическое моделирование сложной динамики в приборах электроники больших мощностей. Автор более 150 статей в отечественных и зарубежных журналах.

Россия, 603950 Н. Новгород, БОКС-120, Ульянова, 46
Федеральный исследовательский центр «Институт прикладной физики РАН»,
E-mail: sergeev@appl.sci-nnov.ru

Рожнев Андрей Георгиевич родился в Саратове (1959). Окончил физический факультет СГУ (1981). С этого же года работал в различных должностях на кафедре электроники СГУ а также в НИИ механики и физики СГУ. В настоящее время – старший научный сотрудник СФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. Область научных интересов – вакуумная СВЧ электроника, вакуумная микроэлектроника, вычислительная электродинамика, оптика, теория колебаний и волн. Автор более 100 статей и соавтор нескольких учебных пособий для физических специальностей вузов.

Россия, 410019 Саратов, ул. Зеленая, 38
Саратовский филиал ИРЭ имени В.А. Котельникова РАН
E-mail: RozhnevAG@gmail.com

Тараканов Владимир Павлович родился в Москве (1948). Окончил физический факультет МГУ (1972). Защитил кандидатскую (1978) и докторскую (2011) диссертации. С 1988 года работает над 1D, 2D и 3D кодом KARAT, предназначенным для решения широкого круга нестационарных электродинамических задач со сложной геометрией, в том числе моделирования микроволновых генераторов, плазменных устройств и явлений, с учетом ионизации и поверхностных взаимодействий. Код используется в России и за рубежом. Автор более 250 статей. Сотрудник ОИВТ РАН и МИФИ.

Россия, 125412 Москва, Ижорская, 13, стр.2
Объединенный институт высоких температур РАН
Россия, 115409 Москва, Каширское шоссе, 31
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
E-mail: karat@tarak.msk.su

*Р.М. Розенталь, О.Б. Исаева, Н.С. Гинзбург, И.В. Зотова,
А.С. Сергеев, А.Г. Рожнев, В.П. Тараканов*
Изв. вузов «ПНД», т. 26, № 3, 2018