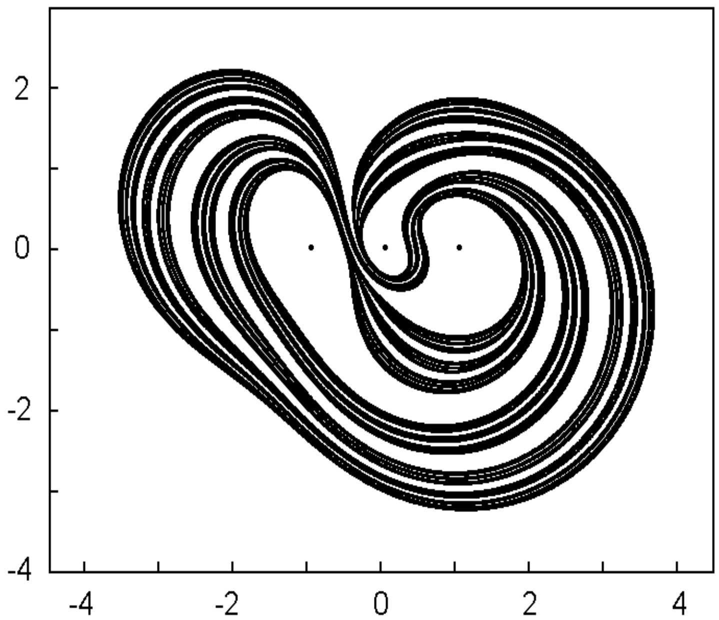
Введена в рассмотрение неавтономная система с гиперболическим аттрактором типа Плыкина, которая может послужить основой для последующей разработки реальных систем и устройств, демонстрирующих структурно устойчивую хаотическую динамику. Проведена компьютерная проверка гиперболической природы аттрактора, вычислены и проанализированы количественные характеристики хаотической динамики. Обоснована возможность реализации такого же типа динамики на основе системы двух связанных автоколебательных элементов с периодически зависящими от времени коэффициентами в дифференциальных уравнениях.

$$\frac{dX}{dt} = -2\varepsilon Y^2 \Omega_1(X,Y,t)\left(\cos(\tfrac{\pi}{4}\cos\tfrac{\pi}{2}t) - X\sin(\tfrac{\pi}{4}\cos\tfrac{\pi}{2}t)\right)$$
$$+ KY\Omega_2(X,Y,t)\left(\cos(\tfrac{\pi}{4}\sin\tfrac{\pi}{2}t) - X\sin(\tfrac{\pi}{4}\sin\tfrac{\pi}{2}t)\right)\sin\tfrac{\pi t}{2},$$
$$\frac{dY}{dt} = 2\varepsilon Y\Omega_1(X,Y,t)\left(X\cos(\tfrac{\pi}{4}\cos\tfrac{\pi}{2}t) + \tfrac{1}{2}(1-X^2+Y^2)\sin(\tfrac{\pi}{4}\cos\tfrac{\pi}{2}t)\right)$$
$$-K\Omega_2(X,Y,t)\left(X\cos(\tfrac{\pi}{4}\sin\tfrac{\pi}{2}t) + \tfrac{1}{2}(1-X^2+Y^2)\sin(\tfrac{\pi}{4}\sin\tfrac{\pi}{2}t)\right)\sin\tfrac{\pi t}{2},$$

где

$$\Omega_1(X,Y,t) = \frac{2X\cos(\tfrac{\pi}{4}\cos\tfrac{\pi}{2}t) + (1-X^2-Y^2)\sin(\tfrac{\pi}{4}\cos\tfrac{\pi}{2}t)}{\left(1+X^2+Y^2\right)^2},$$
$$\Omega_2(X,Y,t) = \frac{-2X\sin(\tfrac{\pi}{4}\sin\tfrac{\pi}{2}t) + (1-X^2-Y^2)\cos(\tfrac{\pi}{4}\sin\tfrac{\pi}{2}t)}{1+X^2+Y^2} + \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

K=1.9, ε=0.72

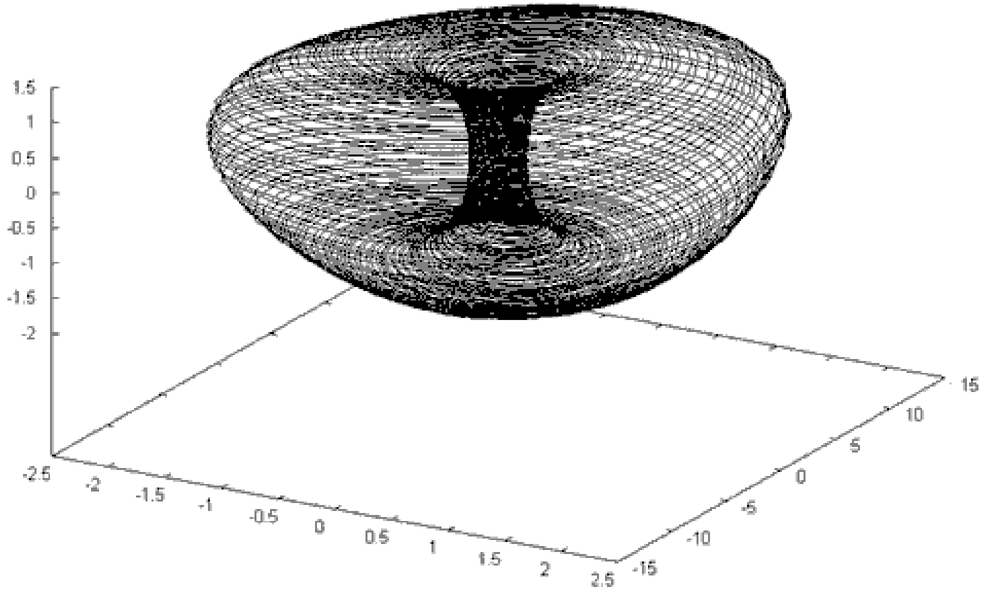


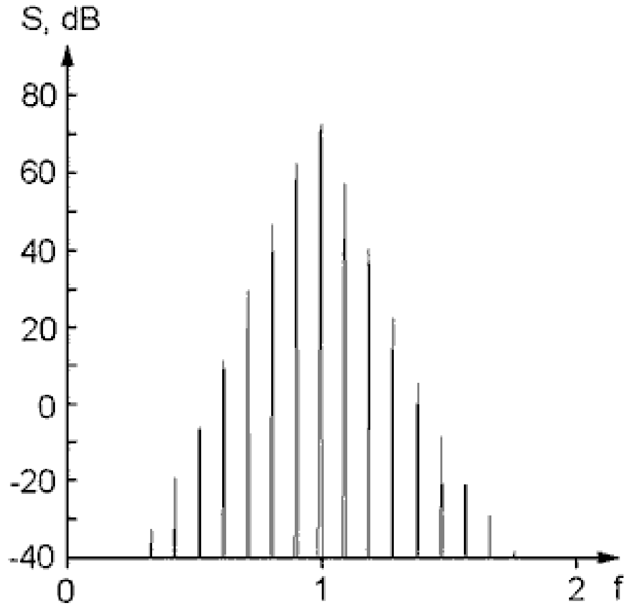
- S.P. Kuznetsov. A non-autonomous flow system with Plykin type attractor. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation,* **14**, 2009, 3487–3491.
- С.П. Кузнецов. Пример неавтономной системы с непрерывным временем, имеющей аттрактор типа Плыкина в отображении Пуанкаре. *Нелинейная динамика*, т.5, 2009, №3, 403-424.
- S.P. Kuznetsov. Plykin-type attractor in nonautonomous coupled oscillators. *CHAOS*, **19**, 2009, No 1, 013114.

Предложена модельная автономная динамическая система с квазипериодическим поведением и аттрактором в виде тора, вложенным в трехмерное фазовое пространство. Эта система характеризуется минимально возможной размерностью фазового пространства, равной трем. Помимо непосредственно квазипериодических режимов, в численных расчетах в автономной системе обнаружены характерные для синхронизации явления, в том числе внутренний резонанс, имеющий место в определенных областях на плоскости параметров (языки Арнольда), захват частот, переход от квазипериодической динамики к хаосу через разрушение инвариантной кривой в сечении Пуанкаре.

$$\ddot{x} - (\lambda + z + x^2 - \tfrac{1}{2}x^4)\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$\dot{z} = \mu - x^2$$





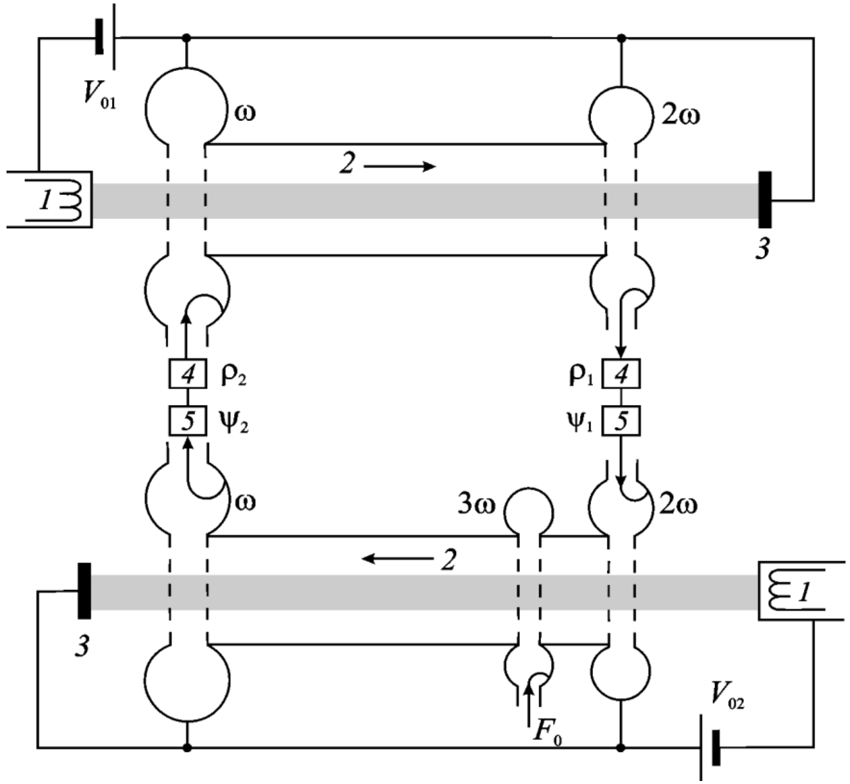
$\lambda = 0,\ \omega_0 = 2\pi,\ \mu = 0.5$

A.P. Kuznetsov, S.P. Kuznetsov, N.V. Stankevich. A simple autonomous quasiperiodic self-oscillator. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. Опубликовано в электронном виде: http://dx.doi.org/10.1016/j.cnsns.2009.06.027.

Предложен генератор хаотических колебаний сверхвысокочастотного диапазона на основе двух пролетных клистронов, соединенных в кольцевую цепь, причем в первом клистроне осуществляется удвоение частоты входного сигнала, а во втором происходит смешение сигнала второй гармоники с опорным сигналом в виде периодической последовательности импульсов с заполнением на частоте третьей. В результате трансформация фазы сигнала за период следования импульсов описывается растягивающим отображением окружности (отображением Бернулли) и демонстрирует хаотическое поведение. Результаты численных расчетов подтверждают реализацию в системе грубого, структурно устойчивого хаоса. (Совместно с лабораторией №1 НИИ ЕН СГУ).

$$\dot{A}_1^{2\omega} + \frac{\omega A_1^{2\omega}}{Q_1^{2\omega}} = 2\omega K_1^{2\omega} M_1^{2\omega} I_{01} J_2\left(2X_1^{\omega}\left(t - l_1/v_{01}\right)\right) e^{-2i\left(\theta_{01} - \varphi_1^{\omega}\left(t - l_1/v_{01}\right)\right)}$$

$$\dot{A}_2^{\omega} + \frac{\omega A_2^{\omega}}{2Q_2^{\omega}} = \omega K_2^{\omega} M_2^{\omega} I_{02} \sum_m i^m J_{3m+1}\left(X_2^{2\omega}\left(t - l_2/v_{02}\right)\right) J_{2m+1}\left(X_2^{3\omega}\right) e^{-i\left(3m+1+\theta_{02}\right)\varphi_2^{2\omega}}$$



$$\dot{A}_1^{\omega} + \frac{\omega}{2Q_1^{\omega}} A_1^{\omega} = \frac{\omega}{2Q_2^{\omega}\sqrt{2}} \rho_2 e^{i\psi_2} A_2^{\omega}$$

$$\dot{A}_2^{2\omega} + \frac{\omega}{Q_2^{2\omega}} A_2^{2\omega} = \frac{\sqrt{2}\omega}{Q_1^{2\omega}} \rho_1 e^{i\psi_1} A_1^{2\omega}$$

$$X_1^{\omega} = M_1^{\omega} \xi_1^{\omega} \theta_{01} / 2,$$

$$X_2^{2\omega} = M_2^{2\omega} \left|A_2^{2\omega}\right| \theta_{02} / 2V_{02},$$

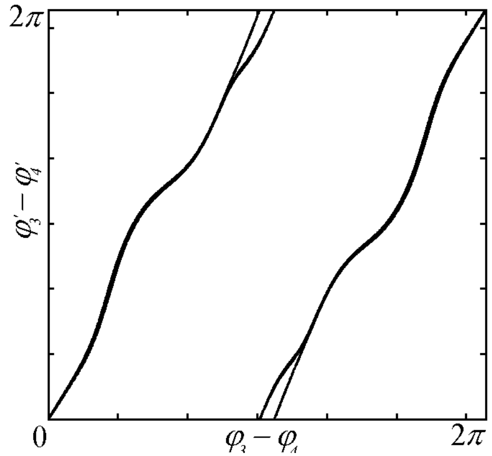
$$X_2^{3\omega} = M_2^{3\omega} A_2^{3\omega} \theta_{02} / 2V_{02}$$

В.В. Емельянов, С.П. Кузнецов, Н.М. Рыскин. Генератор гиперболического хаоса на основе связанных пролетных клистронов. Письма в ЖТФ, том 35, 2009, вып. 16, 71-78.

Предложена и исследована неавтономная система, генерирующая гиперболический хаос и построенная на основе четырех идентичных осцилляторов типа Ландау-Стюарта с нелинейной связью. Осцилляторы возбуждаются поочередно парами, в силу периодического изменения параметра, ответственного за бифуркацию рождения предельного цикла. Показано, что в зависимости от выбора способа введения связи между осцилляторами для разности фаз парных осцилляторов получаются разные варианты стробоскопического отображения типа Бернулли. Разработана классификационная схема, охватывающая рассмотренный тип систем, выделены и исследованы особо две ситуации, характеризуемые как «минимальный» и «максимальный» хаос. (Совместно с группой статистической физики и теории хаоса университета Потсдама, Германия.)

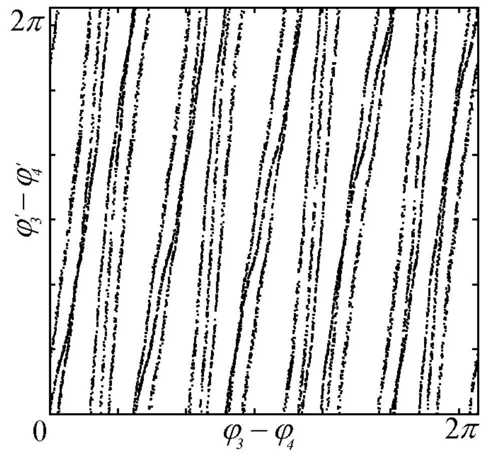
$$\frac{da_1}{dt} = a_1(\gamma_0 + \gamma_1 \cos(\Omega t) - |a_1|^2) + \varepsilon a_4^2 a_3^*,$$
$$\frac{da_2}{dt} = a_2(\gamma_0 + \gamma_1 \cos(\Omega t) - |a_2|^2) + \varepsilon a_3,$$
$$\frac{da_3}{dt} = a_3(\gamma_0 - \gamma_1 \cos(\Omega t) - |a_3|^2) + \varepsilon a_2,$$
$$\frac{da_4}{dt} = a_4(\gamma_0 - \gamma_1 \cos(\Omega t) - |a_4|^2) + \varepsilon a_1.$$

$$(\varphi_1' - \varphi_2') = 2(\varphi_1 - \varphi_2)$$
$$(\varphi_3' - \varphi_4') = 2(\varphi_3 - \varphi_4)$$



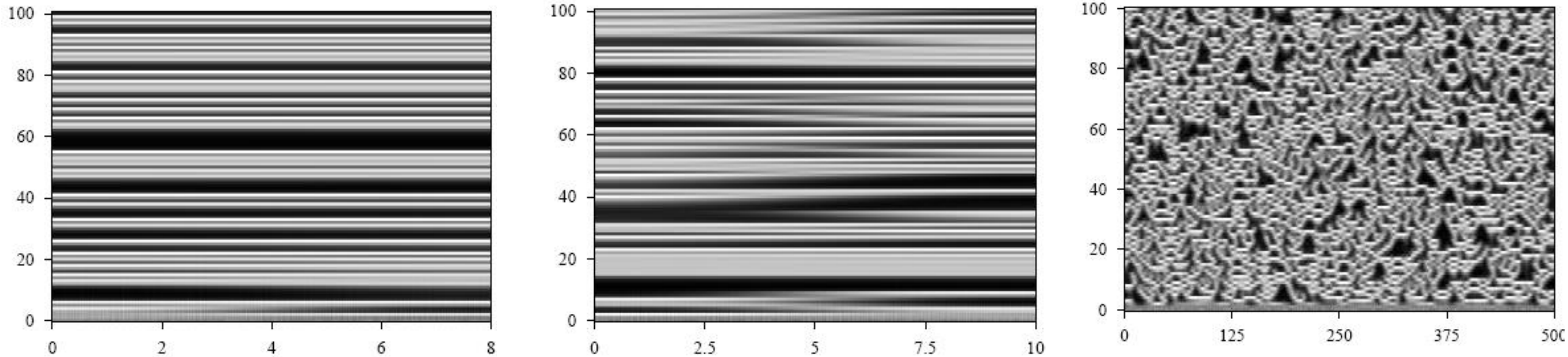
$$\frac{da_1}{dt} = a_1(\gamma_0 + \gamma_1 \cos(\Omega t) - |a_1|^2) + \varepsilon a_3^2 a_4^*,$$
$$\frac{da_2}{dt} = a_2(\gamma_0 + \gamma_1 \cos(\Omega t) - |a_2|^2) + \varepsilon a_4,$$
$$\frac{da_3}{dt} = a_3(\gamma_0 - \gamma_1 \cos(\Omega t) - |a_3|^2) + \varepsilon a_1^2 a_2^*,$$
$$\frac{da_4}{dt} = a_4(\gamma_0 - \gamma_1 \cos(\Omega t) - |a_4|^2) + \varepsilon a_1.$$

$$(\varphi_1' - \varphi_2') = 9(\varphi_1 - \varphi_2)$$
$$(\varphi_3' - \varphi_4') = 9(\varphi_3 - \varphi_4)$$



- Л.В. Тюрюкина, А.С. Пиковский. Гиперболический хаос в нелинейно связанных осцилляторах Ландау – Стюарта с медленной модуляцией параметров. Известия вузов – Прикладная нелинейная динамика, т.17, 2009, №2, 99-113.

Изучена трансформация поведения распределенной системы, составленной из локальных элементов с гиперболическим аттрактором, при изменении соотношения длины системы и пространственного масштаба, обусловленного диффузионной связью. Режим, в котором пространственные клетки колеблются синхронно, характеризуется одним положительным показателем Ляпунова и отвечает гиперболическому аттрактору. С ростом длины гиперболичность сохраняется в пространственно неоднородных режимах лишь до тех пор, пока не происходит переход через ноль третьего показателя Ляпунова, что сопровождается разрушением гиперболичности из-за появления одномерных касаний устойчивых и неустойчивых многообразий. При дальнейшем увеличении длины имеет место экстенсивное поведение, когда количество положительных показателей Ляпунова растет по линейному закону. (Совместно с кафедрой информатики Саратовской государственной академии права.)



- P.V. Kuptsov, S.P. Kuznetsov. Violation of hyperbolicity in a diffusive medium with local hyperbolic attractor. Phys. Rev. **E80**, 2009, 016205.