Были выявлены критические зависимости параметров α и γ, при которых происходят различные бифуркации нулевого состояния равновесия. При значениях параметра α, близких к критическим, построена нормальная форма и на ее основе были определены условия появления неоднородных состояний равновесия в одном случае и циклов в другом.

1. Gourley S.A., So J.W.-H., Wu J.H. *Journal of Mathematical Sciences* **124:4** (2004)

Цепочка локально связанных консервативных осцилляторов с инволюцией Топажа – Пиковского

Круглов В.П., Кузнецов С.П.

СФ ИРЭ РАН, Саратов; УдГУ, Ижевск

Пиковский и Топаж рассмотрели простую цепочку фазовых ротаторов [1]:

$$\dot{\phi}_j = \omega_j + \varepsilon \sin(\phi_{j+1} - \phi_j) + \varepsilon \sin(\phi_{j-1} - \phi_j), \tag{1}$$

где ϕ_j – фазы ротаторов ($j = 1, \ \dots \ N$), частоты которых распределены линейно вдоль цепочки ($\omega_{j+1} - \omega_j = 1$). Связь между соседними ротаторами описывается слагаемыми $\varepsilon \sin\psi$ и зависит только от разности фаз $\psi_j = \phi_{j+1} - \phi_j$, ε – параметр связи. На цепочку наложены свободные граничные условия $\phi_0 = \phi_1$ и $\phi_{N+1} = \phi_N$. Систему (1) легко преобразовать к системе $N-1$ уравнений для разностей фаз ψ_j [1].

Цепочка (1) обладает свойством обратимости динамики [1]. Динамическая система называется обратимой [2], если ее фазовое пространство инвариантно относительно преобразования, состоящего в обращении времени $t \to -t$ и инволюции $\mathbf{R}$. Инволюцией называют такое преобразование, что $\mathbf{R} \circ \mathbf{R} = id$. Оператор инволюции модели Топажа – Пиковского $\mathbf{R} : \psi_j \to \pi - \psi_{N-j}$. При различных значениях ε наблюдаются как почти консервативные режимы, так и режимы с симметричными аттракторами и репеллерами, в том числе и хаотические [1]. Цепочка Топажа – Пиковского, состоящая из четырех ротаторов, подробно исследована в работе [3].

Мы рассматриваем гамильтонову модель связанных осцилляторов, описывающую конденсат Бозе – Эйнштейна в периодическом ускоренном потенциале [4, 5]:

$$\begin{aligned}
\dot{I}_j = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \phi_j} &= -2\varepsilon\sqrt{I_{j+1}I_j}\,(I_{j+1} - I_j)\cos(\phi_{j+1} - \phi_j) - \\
&\quad - 2\varepsilon\sqrt{I_{j-1}I_j}\,(I_{j-1} - I_j)\cos(\phi_{j-1} - \phi_j), \\
\dot{\phi}_j = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial I_j} &= \omega_j + \beta I_j + \varepsilon\left\{3\sqrt{I_{j+1}I_j} - I_{j+1}\sqrt{\frac{I_{j+1}}{I_j}}\right\}\sin(\phi_{j+1} - \phi_j) + \\
&\quad + \varepsilon\left\{3\sqrt{I_{j-1}I_j} - I_{j-1}\sqrt{\frac{I_{j-1}}{I_j}}\right\}\sin(\phi_{j-1} - \phi_j).
\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь I – населенности потенциальных ям. Частоты распределены линейно. В случае, если все I равны друг другу, система (2) сводится точно к системе фазовых ротаторов (1)

Топажа – Пиковского с инволюцией и асимптотической динамикой на инвариантном многообразии. Гамильтонова система (2) вне инвариантного многообразия $I_j = \mathrm{const}$ обладает инволюцией $\mathbf{R} : I_j \mapsto I_{N-j+1}, \psi_j \mapsto \pi - \psi_{N-j}$.

Работа выполнена при поддержке РНФ, грант No 15-12-20035.

1. Topaj D., Pikovsky A. *Physica D* **170** (2002) 118–130.
2. Roberts J.A.G., Quispel G.R.W. *Physics Reports* **216** (1992) 63–177.
3. Gonchenko A.S., Gonchenko, S.V., Kazakov, A.O., Turaev D.V. *Physica D* **350** (2017) 45–57.
4. Thommen Q., Garreau J.C., Zehnlé V. *Physical review letters* **91** (2003) 210405.
5. Witthaut D., Timme M. *Physical Review E.* **90** (2014) 032917.

Экспериментальная установка для исследования больших ансамблей электронных генераторов с большим количеством связей

Кульминский Д.Д., Пономаренко В.И., Сысоев И.В., Прохоров М.Д

СФИРЭ РАН, Саратов

Тематика работы относится к весьма актуальному и важному направлению теории нелинейных колебаний и волн - исследованию сложной динамики ансамблей связанных осцилляторов [1-5]. В большинстве случаев для исследования больших сетей осцилляторов применяются теоретические и численные методы, а экспериментальным исследованиям уделяется значительно меньше внимания. Это объясняется сложностью постановки натурного эксперимента, которая быстро растет с увеличением размера сети и количества связей между ее элементами.

В данной работе нами разработана и создана оригинальная аналого-цифровая лабораторная установка для экспериментального исследования больших ансамблей генераторов со сложными связями, в основе которой лежит программный способ формирования сигналов, отвечающих за связь между генераторами. Предложенная установка позволяет задать произвольную архитектуру связей и реализовать практически любой вид связей между генераторами в радиофизическом эксперименте. Установка работает в режиме реального времени и позволяет при необходимости подстраивать в ходе эксперимента силу связей для управления коллективной динамикой генераторов.

Работоспособность установки продемонстрирована на примере ансамбля генераторов с запаздывающей обратной связью. С ее помощью проведена реконструкция сложной архитектуры связей, коэффициентов связей и собственных нелинейных функций генераторов с запаздыванием по их экспериментальным временным рядам.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ, проект МК-1199.2019.8 (дизайн экспериментальной установки) и РФФИ, проект No 19-02-00071 (исследование и реконструкция сети генераторов с запаздыванием).

1. Afraimovich V.S., Nekorkin V.I., Osipov G.V., Shalfeev V.D. *Stability, Structures, and Chaos in Nonlinear Synchronization Networks.* Singapore: World Scientific, 1995. 260
2. Boccaletti S., Latora V., Moreno Y., Chavez M., Hwang D.-U. *Phys. Rep.* **424** (2006) 175-308