

А.П.Кузнецов, С.П.Кузнецов, Л.А.Мельников

ФИЗИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ
для научных работников
младшего возраста

Учебное пособие

ИЗДАТЕЛЬСТВО САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

1998

УДК 53(076.1+079.1)
ББК 22.3я73
К89

Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Мельников Л.А.

К89 Физические задачи для научных работников младшего возраста:
Учеб. пособие.- Саратов: Изд-во Саратов.ун-та, 1998.- 32 с.:ил.
ISBN 5-292-02168-7

В сборник включены задачи студенческих олимпиад по физике, оптике, радиофизике и компьютерной физике. Представлены “нестандартные” задачи на оценки, подобие, метод размерностей, задачи для домашнего компьютера и др.

Сборник будет полезен студентам и аспирантам-физикам, а также всем, кто интересуется физикой.

Рекомендуют к печати:

Кафедра лазерной и компьютерной физики
Саратовского государственного университета.
Доктор физико-математических наук *Б.П.Безручко*

УДК 53(076.1+079.1)
ББК 22.3я73

Работа издана в авторской редакции

© А.П. Кузнецов, С.П.Кузнецов,

Оглавление

Предисловие	7
Оценки	8
Размерность	9
Подобие	11
Задачи для домашней лаборатории	12
Задачи для домашнего компьютера	14
Задачи-проблемы	17
Механика	18
Термодинамика и молекулярная физика	21
Электричество и магнетизм	23
Оптика	25
Колебания и волны	26
Радиофизика	29
Послесловие и комментарий	32

...Оказывается, некоторые из этих ребят занимались прелюбопытными вещами...

А.Стругацкий, Б.Стругацкий

...Условия сам назначу,
Задам тебе, враженюк, задачу...

А.С. Пушкин

Предисловие

Предлагаемый Вашему вниманию сборник задач основан на опыте проведения студенческих олимпиад по физике, радиофизике и компьютерной физике.

Первая часть сборника представлена не совсем обычными разделами. Здесь предлагаются задачи на оценки, подобие и метод размерностей, задачи для домашней лаборатории и компьютерных исследований, задачи-проблемы. Такая компоновка сборника задач создает атмосферу, приближенную к “живой” науке.

Большим мастером подобных задач был Петр Леонидович Капица, и его знаменитые “Задачи” оказали на авторов большое влияние.

Надеемся, что представленные задачи понравятся всем, кто любит физику, и помогут следовать завету П.Л. Капицы: “Наука должна быть веселая, увлекательная и простая. Таковыми должны быть и ученые”.

Каждый раздел сборника задач начинается соответствующим эпиграфом из известного произведения братьев Стругацких. Мы очень любим эту повесть, но в процессе преподавательской деятельности обнаружили, что большинство современных студентов, к сожалению, с ней не знакомо. Поэтому мы решили не только написать полезный олимпиадный сборник задач, но и познакомить “научных работников младшего возраста” со стилем этого известного произведения наших замечательных фантастов.

Данный сборник задач подготовлен при поддержке Федеральной целевой программой “Интеграция” (грант № 696.2).

Оценки

"...При трансгрессии только четырнадцать порядков..."

...- Сплошные натяжки, - сказал Витька....

А.Стругацкий, Б.Стругацкий

1. Оцените количество теплоты, выделяющееся при экстренном торможении современного грузового железнодорожного состава.
2. Оцените давление, оказываемое на землю кошкой.
3. Оцените массу воды в океане.
4. Оцените время падения кирпича с самого высокого в мире небоскреба.
5. Оцените мощность электроснабжения современного жилого дома.
6. Оцените массу современного жилого дома.
7. Оцените "удаленность" горизонта для человека среднего роста.
8. Оцените время соударения футбольного мяча со стенкой.
9. Оцените длину шкурки, которую снимают, очистив килограмм картошки. Килограмм какой картошки можно быстрее очистить: крупной или мелкой?
10. Оцените давление, оказываемое Волгой на берега из-за силы Кориолиса.
11. Оцените наиболее "комфортную" температуру у поверхности тела человека. Известно, что суточный рацион питания содержит около 3000 ккал, теплопроводность воды 0.5 Дж/К м.
12. Оцените скорость, до которой разгоняются электроны в кинескопе цветного телевизора.
13. Оцените температуру газа, при которой он превращается в плазму. Потенциал ионизации имеет порядок 10 В.
14. Оцените частоту вращения электрона в магнитном поле Земли ($B \approx 1$ Гс). Сравните ее с радиодиапазоном.
15. Оцените энергию покоя электрона.
16. Считая, что максимальная высота гор на Земле ограничена пределом прочности горных пород, оцените размер астероидов, начиная с которого они

имеют приближенно шарообразную форму. Считайте, что Земля и астероид сложены из одинаковых пород.

17. Оцените глубину модуляции светового потока лампочки накаливания в цепи переменного тока (температура нити около 3000 К, масса нити 0,1 г).

18. Ньютон был, по-видимому, первым, кто оценил расстояние до звезд. Он обратил внимание, что блеск некоторых звезд сравним с блеском Сатурна. Воспроизведите оценку Ньютона.

19. Считая известной скорость орбитального галактического движения Солнца (порядка 250 км/с), оцените суммарную массу звезд, расположенных внутри орбиты Солнца вокруг центра Галактики. Считая, что Солнце - типичная звезда Галактики, оцените число звезд в Галактике. Масса Солнца $2 \cdot 10^{30}$ кг.

20. Оцените плотность вещества во Вселенной, считая, что в ней содержится 10^{10} галактик, подобных нашей. Учитывайте только вещество, сосредоточенное в звездах.

21. Оцените критическую плотность вещества во Вселенной. Для этого считайте, что Вселенная представляет собой однородный шар, содержащий 10^{10} галактик. Критическому значению плотности соответствуют скорости галактик, равные второй космической для этого шара. Для оценки скоростей галактик используйте закон Хаббла. Сравните найденную величину с полученным ранее значением плотности вещества во Вселенной.

22. Температура реликтового излучения на 0,1% выше, если радиотелескоп направлен к созвездию Льва, и на столько же ниже, если он направлен к созвездию Водолея. По этим результатам оцените скорость движения Солнечной системы относительно системы координат, в которой температура реликтового излучения изотропна.

Размерность

... Корнеев ... посадил попугая на весы...

А.Стругацкий, Б.Стругацкий

1. В известном мультфильме длину Удава измеряют в попугаях. Какие параметры Попугая можно использовать в качестве эталона для введения основных единиц?

2. Методом размерностей определите вид зависимости периода колебаний пружинного маятника от коэффициента жесткости пружины и массы тела.

3. Скорость звука в газе зависит от давления газа и его плотности. Установите вид этой зависимости. Используя табличные данные для скорости звука при нормальных условиях, найдите значение безразмерной константы в этой формуле.

4. Имеются две геометрически подобные пружины, изготовленные из одинакового материала. Как соотносятся их коэффициенты жесткости? Упругость материала характеризуется модулем Юнга E , имеющим размерность Н/м².

5. Частота колебаний газового пузыря, образовавшегося в результате подводного взрыва, определяется энергией взрыва W , статическим давлением p и плотностью жидкости ρ . Найдите формулу для частоты. Во сколько раз увеличится частота, если энергия взрыва возрастет в 10 раз?

6. Для планеты из несжимаемой жидкости массы M и объема V , вращающейся с угловой скоростью ω , напишите формулу для давления в центре.

7. Скорость коротких волн на поверхности воды зависит от коэффициента поверхностного натяжения σ , длины волны λ и плотности жидкости ρ . Установите вид зависимости скорости волн от указанных параметров.

8. Частица с зарядом e движется со скоростью v параллельно плоской поверхности среды с диэлектрической проницаемостью ϵ и проводимостью σ на расстоянии d от нее. С помощью П-теоремы получите формулу для силы, тормозящей движение частицы.

9. В законе излучения Стефана-Больцмана $S = \sigma T^4$ получите методом размерностей выражение для постоянной σ через фундаментальные физические постоянные - постоянную Планка \hbar , скорость света c и постоянную Больцмана k . S - энергия, излучаемая единицей площади в единицу времени.

10. Методом размерностей покажите, что величина $\sigma T^4/c^3$ может быть проинтерпретирована как плотность "массы" равновесного теплового излучения. Оцените плотность, соответствующую реликтовому излучению, для которого $T=3K$. Сравните ее с плотностью вещества во Вселенной. Всегда ли было такое соотношение между плотностью вещества и излучения?

Подобие

...На столе появился маленький Витька Корнеев, точная копия настоящего, но величиной с руку. Он щелкнул маленькими пальчиками и создал микродубля еще меньшего размера. Тот тоже щелкнул пальцами. Появился дубль величиной с авторучку. Потом величиной со спичечный коробок. Потом - с наперсток...

А.Стругацкий, Б.Стругацкий

1. Икосаэдр со стороной 2 см весит 100 г. Сколько весит икосаэдр со стороной 8 см, изготовленный из того же материала?

2. Предположим, что все размеры стальной проволоки изменили в n раз. Во сколько раз изменится: а) объем? б) масса? в) площадь поверхности? г) коэффициент жесткости? д) разрывное напряжение?

3. Кости ног некоторого животного в n раза прочнее костей другого, принадлежащего тому же семейству и имеющего ту же форму. Каково отношение ростов этих животных?

4. Великан и лилипут устроили соревнование: кто большее число раз подтянется на перекладине. Кто выиграет и почему?

5. После того, как человек вышел из воды после купания, на его коже осталось около 200 г воды. Оцените, какой процент веса Дюймовочки ростом 2,5 см составит вода после купания.

6. После семи стирок линейные размеры куска мыла уменьшились вдвое, то есть вдвое уменьшились его ширина, длина и высота. На какое количество стирок его еще хватит?

7. Модель крана поднимает 10 бетонных плит, а с 11 плитами трос рвется. Сколько плит поднимет реальный кран, если все линейные размеры модели (включая, разумеется, и размер плит) увеличить в 10 раз?

8. Имеются два клубка, намотанные из одинаковой шерстяной нити. Один из них в n раз больше другого. Во сколько раз длиннее нить, из которой он намотан?

9. Жидкость, несмачивающая стенки, налита в пробирку радиуса r . Найдите критерий, обеспечивающий подобие формы поверхности жидкости в двух пробирках.

10. Имеются два геометрически подобных соленоида, первый больше второго в 2 раза. Как соотносятся индуктивности этих соленоидов? Как соотносятся магнитные поля в соленоидах при одинаковом токе?

11. Имеются два подобных друг другу гальванических элемента, все размеры которых отличаются в 2 раза. Как соотносятся электрические характеристики этих элементов (ЭДС, емкость, внутреннее сопротивление)?

12. Имеются два геометрически подобных объемных металлических резонатора. Как соотносятся их собственные частоты?

13. Источник, испускающий электроны с нулевой скоростью, помещен в однородное электрическое поле E и однородное магнитное поле B . Магнитное поле уменьшили в 2 раза. Будет ли траектория подобна исходной? Если да, найдите коэффициент подобия.

14. Атом водорода и однократно ионизированный атом гелия имеют подобные спектры. Во сколько раз отличаются частоты спектральных линий этих двух систем?

Задачи для домашней лаборатории

...Свой последний круг по площади я начал, поставив перед собой следующую задачу: "Кладя пятак рядом с тарелочкой для мелочи и по возможности препятствуя продавцу смешать его с остальными деньгами до вручения сдачи, проследить визуально процесс перемещения пятака в пространстве, одновременно пытаюсь хотя бы качественно определить изменение температуры воздуха вблизи предполагаемой траектории перехода"...

А.Стругацкий, Б.Стругацкий

1. Капните в стакан с водой небольшую каплю чернил. Пронаблюдайте, что будет происходить с этой каплей. Детально опишите ваши наблюдения.

2. Пронаблюдайте и опишите процесс закипания тонкого слоя воды (в экспериментах можно использовать сковородку).

3. Пронаблюдайте картину волн в потоке воды, образующемся на поверхности дощечки для нарезки овощей, помещенной в струю воды из-под крана и установленной под углом к горизонту. Опишите результаты ваших наблюдений.

4. Что вы увидите, если будете смотреть в два зеркала, поставленные под прямым углом друг к другу? Сначала продумайте этот вопрос, а затем проведите соответствующие наблюдения.

5. За какое время растает кубик льда, вынутый из холодильника?

6. Измерьте время, за которое на вашей плите выкипит определенное количество воды в кастрюле. Подсчитайте полезную мощность плиты.

7. Придумайте и реализуйте экспериментальный способ определения числа π .

8. В комнате находится лампочка без абажура. На каком расстоянии от лампочки можно поместить термометр, чтобы его показания не были "испорчены" за счет излучения от лампочки? Для ответа на этот вопрос изучите зависимость показаний термометра от расстояния до горячей лампочки.

9. Как в эксперименте наиболее оптимальным способом подобрать длину маятника, чтобы период его колебаний равнялся 1 с?

10. Оцените угловую амплитуду колебаний маятника, начиная с которой его колебания перестают быть изохронными (т.е. период колебаний начинает зависеть от амплитуды).

11. За какое время вода вытечет из полностью наполненной ванны? Сравните результаты ваших измерений с расчетом, основанным на использовании формулы Торричелли.

12. Получите экспериментально зависимость температуры от времени в стакане, в который налита горячая вода. Ньютон полагал, что остывание тел идет по экспоненциальному закону. Проверьте эту гипотезу.

13. Необходимо измерить неизвестное сопротивление (порядка нескольких кОм), имея амперметр с очень низкой точностью, сопротивления 1, 2, 3 кОм и источник напряжения. Как обработать результаты всевозможных измерений, чтобы определить неизвестное сопротивление с максимальной точностью? Реализуйте ваш метод.

14. Если цепочку подвесить за концы, то она примет форму линии, выражающейся уравнением $y = A \cosh Bx$, где A и B - некоторые постоянные ("цепная линия"). Проведите эксперименты, проверяющие это утверждение.

15. Сожмите металлическую линейку, приложив к ее концам некоторое усилие. Какую форму примет слегка изогнутая линейка? Проверьте предположения, что форма линейки задается: а) синусоидой, б) параболой.

16. Исследуйте вопрос о глубине погружения шара в жидкость. Проведите эксперименты с разными шариками и жидкостями разной плотности. Результаты экспериментов представьте в подходящих безразмерных координатах. (Плотность жидкости можно менять, подсыпая в воду соль.)

Задачи для домашнего компьютера

...Кристобаль Хунта, любивший во всем быть первым, взял за правило подключать по ночам машину к своей центральной нервной системе, так что на другой день у него в голове все время что-то явственно жужжало и щелкало...

А.Стругацкий, Б.Стругацкий

1. Составьте программу, печатающую треугольник Паскаля.

2. Нарисуйте на экране следующие кривые:

а) декартов лист $x^3+y^3=3axy$,

б) циссоиду Диоклеса $y^2=x^3/(a-x)$,

в) овал Кассини $(x^2+y^2)^2-2(x^2-y^2)=a^4-1$.

Построение проведите для нескольких характерных значений параметра a .

3. Наблюдатель находится в точке с координатами $(0,0,10)$ в декартовой системе координат. Два непрозрачных круга – синий и красный, имеющих равные диаметры в 2 единицы, перемещаются, оставаясь параллельными плоскости XOY . При перемещении центры кругов движутся так, что $x_1=4\cos(t)$, $z_1=4\sin(t)$, $x_2=4\cos(t+\pi/2)$, $z_2=4\sin(t+\pi/2)$, $y_1=y_2=0$. Составьте программу, рисующую картину, которую видит наблюдатель в проекции на плоскость XOY .

4. Куб, все грани которого окрашены в различные цвета, вращается вокруг главной диагонали, проходящей через вершины $(0,0,0)$ и $(1,1,1)$ (координатные оси расположены параллельно трем ребрам куба, выходящим из одной вершины). Составьте программу, рисующую на экране проекцию вращающегося куба, видимую на плоскости XOY наблюдателем, смотрящим вдоль оси Z .

5. Модель кубического кристалла состоит из красных и синих шариков диаметром 1 и 2 соответственно, расположенных в вершинах кубиков, составляющих решетку. Если двигаться по направлению любого из ребер куба, то красные и синие шарики чередуются. Нарисуйте на экране этот кристалл, если известно, что период решетки равен 4.

6. Оцените методом Монте-Карло (случайных испытаний) объем области, ограниченной поверхностью $x^6+y^4+z^2=1$. Оцените погрешность вашего результата.

7. Проведите численное моделирование задачи о случайном блуждании на двумерной решетке размера $N \times N$, считая, что на одном шаге по времени частица с равной вероятностью переходит в один из соседних (по вертикали и горизонтали) узлов или остается на месте.

а) Постройте на экране несколько траекторий.

б) Получите численно оценку среднего времени ухода на расстояние больше R от точки старта для $R=20, 40, 80, 160$. Предложите эмпирическую формулу для этой зависимости.

8. Составьте программу, реализующую модель Винера-Розенблюта на двумерной решетке $N \times N$. Каждая клетка может находиться в одном из трех состояний: покой 0, рефрактерность 1 и возбуждение 2. На следующем временном шаге клетка переходит в возбужденное состояние, если в предыдущий момент она была в состоянии покоя и имела хотя бы одну соседнюю в возбужденном состоянии. Из состояния возбуждения клетка всегда переходит в состояние рефрактерности, а из состояния рефрактерности в состояние покоя. Задайте начальное состояние решетки в виде:

```

.....
...0000000000000000...
...0000000000000000...
...0000000000000000...
...2222222200000000...
...1111111100000000...
...0000000000000000...
...0000000000000000...
.....

```

и продемонстрируйте временную эволюцию модели на экране, кодируя состояние клеток цветом. Соседними считаются клетки, расположенные рядом по горизонтали, вертикали и диагонали.

9. Напишите уравнения динамики космического аппарата в поле двух космических тел, вращающихся по круговым орбитам вокруг общего центра масс (плоская задача). Найдите точки, в которых аппарат может оставаться неподвижным относительно обоих тел (точки Лагранжа). Устойчивы ли они? Проведите численное моделирование динамики на компьютере. Исследуйте вопрос: если из произвольной точки в плоскости орбит отпускают без начальной скорости камень, на которое из двух космических тел он упадет в зависимости от параметров задачи?

10. В задаче П.Л.Капицы № 15 предлагается исследовать возмущение поверхности океана материальной точкой массы m , расположенной на высоте h над невозмущенным уровнем океана. Проведите компьютерное исследование этой задачи. Рассмотрите случай двух материальных точек.

11. Синтезируйте звуковое колебание, у которого частота уменьшается со временем, а в то же время высота тона растет.

12. Имеется бесконечная цепочка сопротивлений, показанная на рис. 1. Получите разностное уравнение, позволяющее определить величину сопротивления R_{n+1} цепочки, составленной из $n+1$ звеньев, по величине сопротивления R_n цепочки, составленной из n звеньев. Найдите неподвижную точку R этого уравнения. Проиллюстрируйте решение с помощью итерационной диаграммы. Сколько элементов должна содержать цепочка, чтобы ее сопротивление равнялось величине R с точностью до 1%? Задачу решите в случаях, когда $R_0=r$, $R_0=0,01r$, $R_0=100r$.

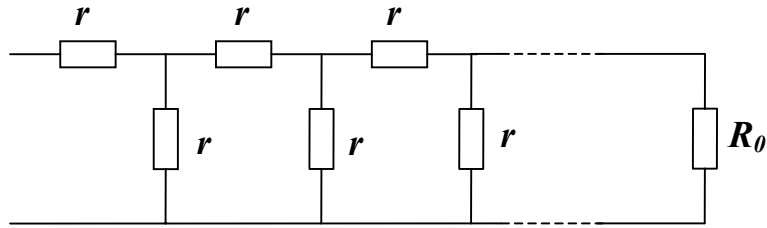


Рис. 1

13. В цилиндрическом сосуде (например, в чашке с кофе) можно наблюдать яркую линию с еще более ярким острием. Эта линия - каустика - представляет собой огибающую световых лучей, отраженных от цилиндрической поверхности (рис. 2). Проведите компьютерное исследование такой каустики.

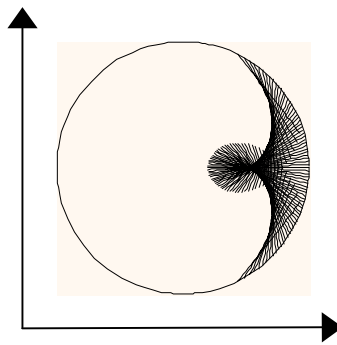


Рис. 2

14. Проведите компьютерное моделирование распространения луча света между двух зеркал, скрещивающихся под некоторым углом. Попробуйте рассмотреть другие различные системы зеркал.

15. Нарисуйте на экране картину, получающуюся при интерференции волн от двух источников, расположенных на расстоянии 6λ друг от друга, где λ - длина волны. Величину интенсивности в различных точках кодируйте тонами серого цвета.

Задачи-проблемы

...-Г-голубчики, - сказал Федор Симеонович озадаченно, разобравшись в почерках. - Это же п-проблема Бен Б-бецалеля. К-калиостро же доказал, что она н-не имеет р-решения.

- Мы сами знаем, что она не имеет решения, - сказал Хунта, немедленно оцетиниваясь. — Мы хотим знать, как ее решать...

А.Стругацкий, Б.Стругацкий

1. Исследуйте, как трансформируются траектории скольжения материальной точки по наклонной плоскости в зависимости от угла наклона, коэффициента трения, начальной скорости. Проведите компьютерное моделирование движения точки.

2. Имеются два проволочных кольца с радиусами R и r . Выясните, при каких значениях расстояния между кольцами h может существовать мыльная пленка, натянутая одновременно на оба кольца (рис. 3). Что произойдет с мыльной пленкой, если постепенно увеличивать h ? Проведите теоретическое рассмотрение, компьютерное моделирование и эксперименты.

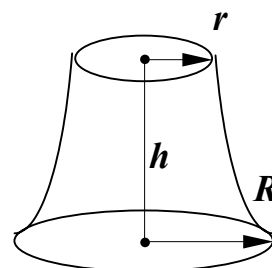


Рис. 3

3. Как установил Гюйгенс, для материальной точки, скользящей в поле тяжести без трения по проволочке в форме циклоиды, период колебаний не зависит от амплитуды. Решите аналогичную задачу в случае шарика, который может кататься по поверхности. Изготовьте такую поверхность из жести, измерьте период колебания и сопоставьте результаты теории и эксперимента.

4. В случае изохронного маятника Гюйгенса материальная точка совершает колебания в “потенциальной яме”, являющейся точно квадратичной функцией обобщенной координаты. Какую форму должна иметь поверхность из жести (см. предыдущую задачу), чтобы реализовались колебания, соответствующие потенциалу четвертой степени? Изготовьте такую систему и проведите с ней эксперименты.

5. Возьмите цепочку за концы, как показано на рис. 4. Слегка качните концы цепочки в горизонтальном направлении и снова зафиксируйте их. Пронаблюдайте возникшие колебания цепочки. Рассчитайте основную частоту колебаний и сравните ее с экспериментом. Как скажется на частоте основной моды изменение статической конфигурации цепочки?

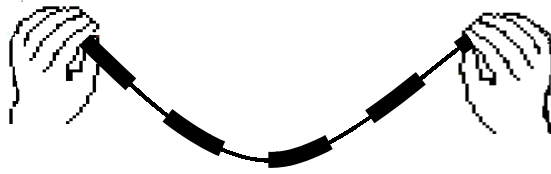


Рис. 4

6. Исследуйте устойчивые конфигурации, которые может принимать массивная цепочка, если ее вращать за один конец (рис. 5). Проведите предварительно эксперименты, изготовив цепочку из скрепок.

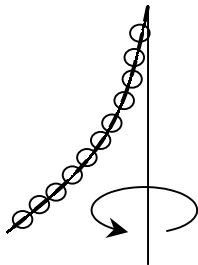


Рис. 5

7. На поверхности воды плавает шар. Исследуйте возможные колебания шара: найдите положение равновесия шара и изучите линейные, а затем нелинейные колебания. Оцените влияние диссипации. Проведите теоретическое, компьютерное и экспериментальное рассмотрение.

8. Исследуйте вопрос об устойчивости бруска прямоугольного сечения, плавающего на поверхности воды. Длина бруска много больше его высоты a и ширины b .

9. В атмосфере температура изменяется с высотой и, соответственно, изменяется показатель преломления. Проведите теоретическое и компьютерное исследование траекторий световых лучей в такой среде. Рассмотрите некоторые простейшие законы изменения температуры с высотой.

Механика

...Дотошный бакалавр немедленно задал вопрос о полиходовой темпоральной передаче...

А.Стругацкий, Б.Стругацкий

1. Космический корабль приближается к планете. Луч радара, следящего за кораблем, равномерно вращается с частотой ω . Корабль приближается к

планете так, что проекция его скорости на направление луча радара постоянна и равна v . Радар измеряет расстояние до корабля через равные промежутки времени, равные периоду его развертки $T=2\pi/\omega$. Каковы свойства последовательности значений расстояний, зафиксированной радаром?

2. Торпедный катер выходит на цель, двигаясь по параболе $y = -Cx^2$, где $C=0,01 \text{ м}^{-1}$. В какой точке следует выпустить торпеду, чтобы поразить неподвижную цель, имеющую координаты $x=100 \text{ м}$, $y=300 \text{ м}$. Сколько решений имеет задача? Дайте физическую интерпретацию каждому из них.

3. Материальная точка движется по закону $x = v_0t + \alpha \sin\omega t$ ($v_0>0$, $\alpha>0$). Установите, при каких значениях параметров точка все время движется только вперед, а при каких значениях параметров возможно ее движение как вперед, так и назад. Постройте графики зависимости координаты тела от времени для первой и второй ситуаций. Придумайте физический пример, которому может соответствовать такой закон движения.

4. При вращении цилиндрического стакана с водой вокруг оси с угловой скоростью ω поверхность воды принимает форму параболоида вращений $y = \frac{\omega^2 r^2}{2g}$, где y - абсцисса точки поверхности, r - ее расстояние от оси. В стакан радиуса R налили объем воды V . При какой угловой скорости вращения стакана обнажится дно? Стенки стакана достаточно высоки.

5. В толстостенный стакан массы M наливают жидкость с плотностью ρ (рис. 6). Постройте качественно график зависимости высоты центра масс системы от высоты h налитой в стакан жидкости. При каком значении уровня жидкости центр масс системы занимает наинизшее положение? Внутренняя часть стакана имеет форму цилиндра с площадью сечения S и высоты H . В пустом стакане центр масс располагается на расстоянии h от дна.

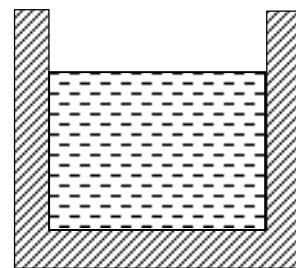


Рис. 6

6. Если на один кирпич положить сверху второй, то верхний кирпич можно сдвинуть на расстояние $x_1 = l/2$ (рис. 7). На какое расстояние x_2 можно сдвинуть третий кирпич? Получите соответствующую последовательность x_n . Чему равна длина такой стенки при $n \rightarrow \infty$?

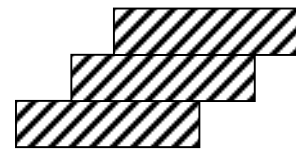


Рис. 7

7. Груз массы M подвешен на тросе. Как должна меняться толщина троса, чтобы в любом его сечении нагрузка на единицу площади сечения была одинаковой? Плотность материала троса ρ , площадь сечения в точке прикрепления груза S .

8. Резиновый шнур в недеформированном состоянии имеет длину l и характеризуется коэффициентом жесткости k . На какую длину растянется шнур под действием собственного веса, если его подвесить за один из концов? Масса шнура M .

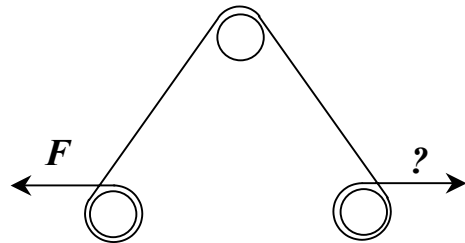


Рис. 8

9. Канат намотан на три цилиндрические тумбы так, как показано на рис. 8. Корабль натягивает канат с силой F . Какую силу должен приложить матрос, чтобы удержать корабль? Коэффициент трения троса о тумбу равен k . Радиусы тумб R , они расположены в вершинах равностороннего треугольника.

10. Упругую металлическую линейку длины l сжимают на концах так, что она немного изогнулась. Расстояние между

концами линейки h . Определите приближенно величину прогиба. Считайте, что изогнутая линейка имеет форму синусоиды.

11. Известно, что прочность балки прямоугольного сечения определяется выражением bh^2 , где b - ширина балки, h - ее высота. Как из цилиндрического бревна радиуса R сделать балку наибольшей прочности?

12. Вычислите силу гравитационного взаимодействия материальной точки массы m и однородного тонкого цилиндра длины l массой M . Цилиндр и точка лежат на одной линии так, что кратчайшее расстояние между ними равно R .

13. С поверхности планеты массы M и радиуса R вертикально вверх брошено тело с начальной скоростью v_0 . Определите закон изменения высоты подъема от времени. Покажите, что при небольшом значении начальной скорости получается обычная формула для движения в однородном поле тяжести. Уточните понятие "небольшое значение скорости". Атмосфера отсутствует.

14. По квадратному бильiardному столу движется шарик, испытывая почти идеальные упругие отражения от стенок (рис. 9). Трение отсутствует. За какое время скорость шарика уменьшится вдвое, если за один удар он теряет 1% энергии? Начальная скорость $v_0=5$ м/с, длина стороны стола равна $\sqrt{2}$ м.

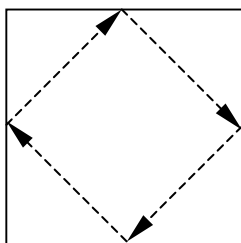


Рис. 9

15. На сколько переместится лодка, плавающая в неподвижной воде, если человек, первоначально находившийся на носу лодки, перейдет на корму? Сила трения лодки о воду прямо пропорциональна скорости.

16. Монете, лежащей на наклонной плоскости, сообщили скорость v_0 , параллельную ребру наклонной плоскости (рис. 10). Определить величину скорости монеты в тот момент, когда вектор скорости повернется на 45° . Угол наклона плоскости α , коэффициент трения K .

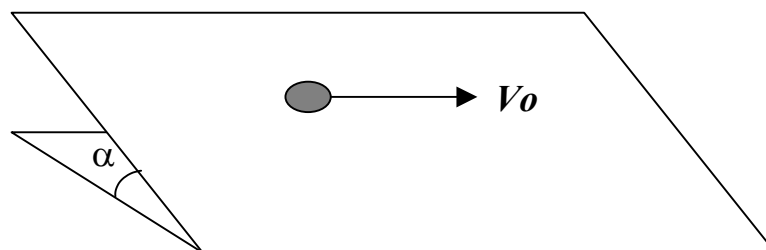


Рис. 10

17. По гладкому столу скользит с большой скоростью v кирпич размерами $a \times b$ (рис. 11). Найти, какую угловую скорость вращения вокруг своего центра масс приобретет кирпич после того, как сорвется со стола.

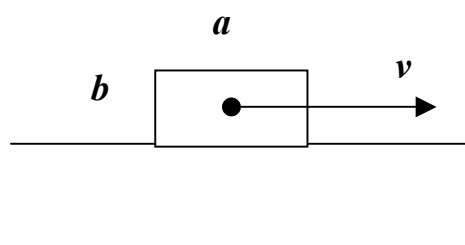


Рис. 11

Термодинамика и молекулярная физика

...Там в фосфорисцирующем тумане маячили
два макродемона Максвелла...

А.Стругацкий, Б.Стругацкий

1. Температура воздуха T изменяется с высотой h по линейному закону $T=T_0+ah$. По какому закону изменяется давление воздуха? Воздух считайте идеальным газом с молекулярной массой μ .

2. В безветренную погоду при температуре 17°C наблюдался туман, плотность которого на высоте 2 м была в два раза меньше, чем у поверхности земли. Оцените диаметр капелек воды, образовавших туман.

3. В межзвездном пространстве летит тело, нагретое до температуры 3000 К. Через 10^3 с его температура составила 300 К. За какое время температура уменьшится еще на порядок?

4. Имеются три не растворяющие друг друга жидкости с одинаковой плотностью. В объеме, наполненном жидкостью 3, плавают две небольшие

капельки из жидкостей 1 и 2. Капли соприкоснулись. Что с ними произойдет дальше? Коэффициенты поверхностного натяжения на соответствующих границах раздела σ_{12} , σ_{23} и σ_{13} .

5. В цилиндрическом горлышке колбы, заполненной идеальным двухатомным газом объема V_0 , помещен поршень площадью S и массой m , который может скользить вдоль стенок практически без трения (рис. 12). Найти среднеквадратичное отклонение поршня от положения равновесия из-за тепловых флуктуаций, если температура газа и окружающей среды T , атмосферное давление P_0 . Сделайте численную оценку, считая, что $V_0=20$ л, $S=5$ мм², $T=300$ К, $P_0=10^5$ Н/м², $m=1$ г, $g=9,80$ м/с².

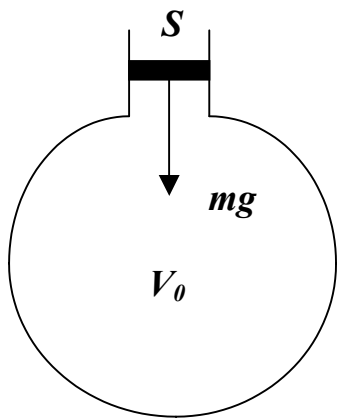


Рис. 12

6. Один моль идеального газа используется в качестве рабочего тела теплового двигателя. Зависимости давления газа и его объема от времени в процессе работы двигателя даются формулами

$$P(t) = P_0 \left(1 - \frac{1}{4} \cos \omega t\right) \text{ и } V(t) = V_0 \left(1 - \frac{1}{4} \sin \omega t\right). \text{ Найдите КПД двигателя.}$$

7. В пробирке находится взвесь в воде разного количества мелких частиц с массами m_1 и m_2 . Для их разделения пробирку полностью заполняют водой, встряхивают и помещают в центрифугу, в которой она вращается в угловой скоростью ω (рис. 13). После длительного центрифугирования жидкость из одной половины пробирки осторожно сливают, пробирку вновь заполняют водой, и процесс повторяется. Каково будет отношение концентраций частиц после десяти таких циклов? Расстояние от центра вращения до пробирки L гораздо больше, чем длина пробирки l .

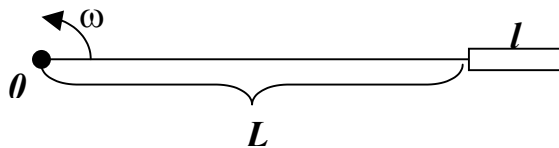


Рис. 13

8. Один моль идеального газа расширяется так, что его давление зависит от объема газа по закону $P=a-bV^2$ ($a>0$, $b>0$). Определите максимальную температуру газа.

Электричество и магнетизм

...Фарфуркис прочитал: " - У меня внутри...
гм... не... неонка."...

А.Стругацкий, Б.Стругацкий

1. Найти период колебания напряжения в схеме с неоновой лампочкой, показанной на рис. 14. ЭДС источника E , сопротивление R и емкость C известны. Напряжение зажигания неоновой лампочки равно $E/2$, а напряжение погасания близко к нулю. Сопротивление горячей лампочки мало, а погасшей бесконечно велико.

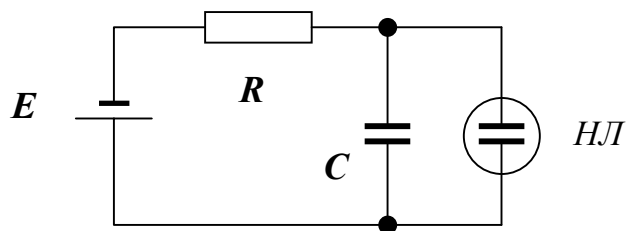


Рис. 14

2. Конденсатор емкости C замкнут на элемент, вольт-амперная характеристика которого дается следующим соотношением: $I = a(e^{bU} - 1)$, где a и b - положительные коэффициенты. Начальное напряжение на конденсаторе равно U_0 . Определите закон изменения напряжения на конденсаторе от времени.

3. Имеются два одинаковых кольца радиуса R , по которым равномерно распределен положительный электрический заряд Q . Кольца расположены на расстоянии a (рис. 15). Вдоль оси, проходящей через центры колец, может скользить точечный отрицательный заряд. При каких значениях расстояния a заряд может находиться в устойчивом равновесии?

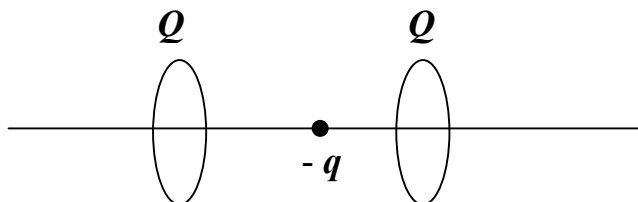


Рис. 15

4. На расстоянии l от плоского конденсатора напряженность электрического поля равна E_1 (рис. 16). Поле внутри конденсатора E_2 . Найдите объем конденсатора. Известно, что величина l много больше размеров конденсатора.

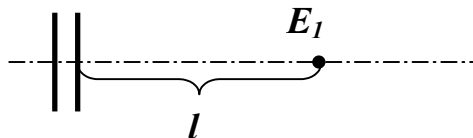
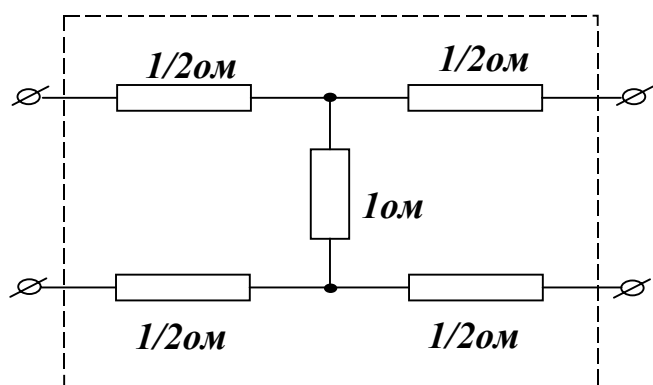


Рис. 16

5. Через холодную плазму с концентрацией электронов n с постоянной скоростью V_0 двигают идеально проницаемый для частиц плазмы плоский лист, заряженный с поверхностной плотностью σ . Направление движения перпендикулярно плоскости листа. Объясните возникновение силы сопротивления движению листа и найдите величину этой силы в расчете на единицу площади.

6. Замкнутая цепочка сопротивлений составлена из четного числа N



звеньев. Устройство отдельного звена показано на рис. 17. Покажите, что сопротивление, измеренное между точками А и В (рис. 18), равно:

$$R = \frac{\sqrt{3} (2 + \sqrt{3})^{N/2} - (2 - \sqrt{3})^{N/2}}{2 (2 + \sqrt{3})^{N/2} + (2 - \sqrt{3})^{N/2}} .$$

Рис. 17

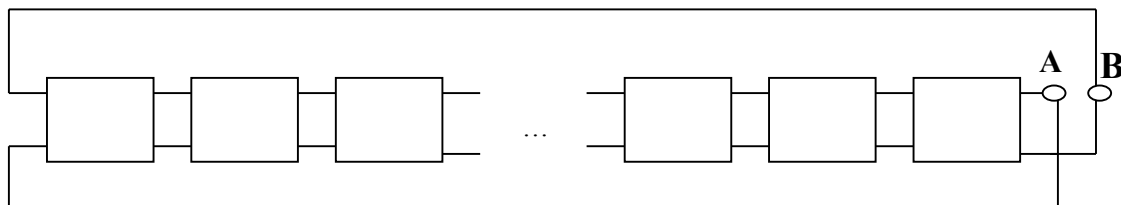


Рис. 18

7. В однородное магнитное поле с индукцией B помещена фигура в виде тонкой металлической пластинки толщиной d . Пластика имеет форму равностороннего треугольника со стороной l ($l > d$). Плотность материала пластинки ρ . К вершинам А и В треугольника (рис. 19) с помощью длинных и мягких проводов подключен источник ЭДС E с внутренним сопротивлением R_0 . Найдите ускорение пластинки. Массой и сопротивлением подводящих проводов, а также сопротивлением пластинки пренебrecь. Плоскость фигуры перпендикулярна магнитному полю.

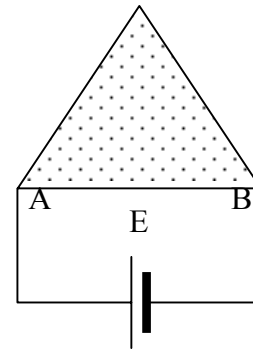


Рис. 19

Оптика

...Джинн в бутылки двигался и время от времени принимался протирать ладошкой стекло, запыленное снаружи...

А.Стругацкий, Б.Стругацкий

1. Интенсивность света, проходящего через вещество, изменяется по закону $I = I_0 e^{-\alpha x}$. Имеется цепочка из пластин (рис. 20), толщина которых изменяется по закону геометрической прогрессии с показателем β . Установите свойства последовательности I_0, I_1, I_2, \dots . Пройдет ли свет через бесконечную цепочку таких пластин? Если да, то чему будет равна его интенсивность? Толщина первой пластины d .

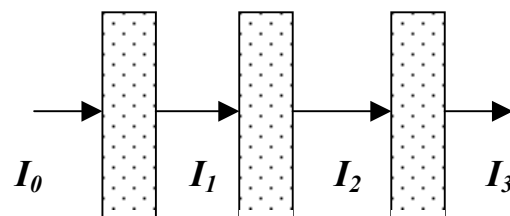


Рис. 20

2. Расположенное над горизонтом под углом α солнце освещает холм. Определите координаты точки, в которой наступает тень. Рельеф местности хорошо описывается функцией $y = h / \sqrt{x^2 / l^2 + 1}$, где $h = 200$ м, $l = 100$ м. Рассмотрите случаи $\alpha = 45^\circ$ и $\alpha = 30^\circ$.

3. Линза из материала с показателем преломления n образована плоской поверхностью и поверхностью, полученной вращением функции $y = kx^2$. Чему равно фокусное расстояние этой линзы?

4. Какую форму должна иметь поверхность, чтобы лучи, испущенные точечным источником света, после отражения от этой поверхности превратились в строго параллельный пучок?

5. Линзовая линия состоит из 1998 тонких линз с фокусным расстоянием F , расположенных на одинаковых расстояниях D друг от друга. Оптические центры линз находятся на оптической оси. Система дает изображение предмета, находящегося в фокусе первой линзы. Как будет сдвигаться изображение, если четвертая линза сместится от оси на малое расстояние d ?

6. Узкий параллельный пучок света попадает в оптический центр сферического зеркала, образуя угол α с оптической осью зеркала. Определите расстояния от центра зеркала до фокальных точек в плоскости падения и в перпендикулярной плоскости.

7. Линейно-поляризованная плоская световая волна отражается последовательно от трех взаимоперпендикулярных плоских зеркал так, что ее направление после трех отражений совпадает с первоначальным. Найдите состояние поляризации света в случае идеальных зеркал, когда коэффициент отражения зеркал одинаков для света, поляризованного в плоскости падения и в перпендикулярной плоскости. Как изменится поляризация волны, если зеркала имеют различные коэффициенты отражения для света с параллельной и перпендикулярной поляризацией?

Колебания и волны

...В лапах у него вдруг оказались массивные гусли - я даже не заметил, где он их взял. Он отчаянно ударил по ним лапой и, цепляясь когтями за струны, заорал еще громче...

А.Стругацкий, Б.Стругацкий

1. Мячик бросают вертикально вверх в комнате, в которой удары о пол и потолок абсолютно упругие. Изобразите на фазовой плоскости возможные типы траекторий мячика.

2. Между пластинами плоского конденсатора, соединенного с катушкой индуктивности, закреплен на пружине шарик массы m , который может совершать механические колебания вдоль оси, перпендикулярной пластинам, с частотой ω_0 , равной резонансной частоте LC-контура. Найдите частоты собственных колебаний системы в случае, когда шарик сообщен небольшой заряд q . Емкость конденсатора и расстояние между пластинами l считать известными.

3. Найдите период возможных малых колебаний материальной точки массой m , движущейся вдоль оси x , если зависимость потенциальной энергии от координаты x дается следующими формулами:

а) $U(x) = U_0 \sin(2\pi x/l)$;

б) $U(x) = U_0 [(x/l)^3 - 3x/l]$.

4. Найти период малых колебаний электронов, движущихся вместе с волной продольного электрического поля $E_0 \sin(\omega_0 t - k_0 x)$.

5. Имеются два маятника, связанных пружиной (рис. 21), причем угол отклонения может быть большим. Считая параметры маятников и пружины известными, найдите возможные состояния равновесия системы и исследуйте их на устойчивость.

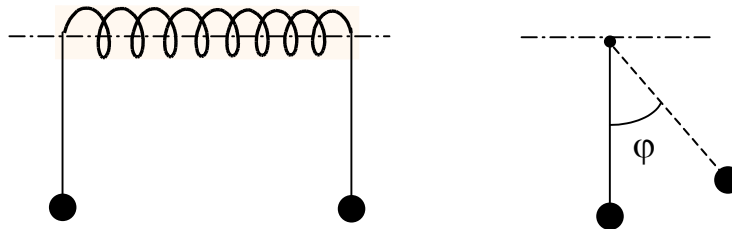


Рис. 21

6. В схеме, показанной на рис. 22, отрицательное сопротивление R изменяют от нуля до некоторой величины, при которой наступает самовозбуждение. Найдите эту величину и укажите частоту возникающих колебаний.

7. На гармонический осциллятор, находящийся в покое, в момент времени $t=0$ начинает действовать сила постоянной величины f_0 . В момент времени $t=\tau$ силу выключают. При какой длительности импульса τ осциллятор возбудится с максимальной амплитудой? Масса осциллятора M , собственная частота ω_0 .

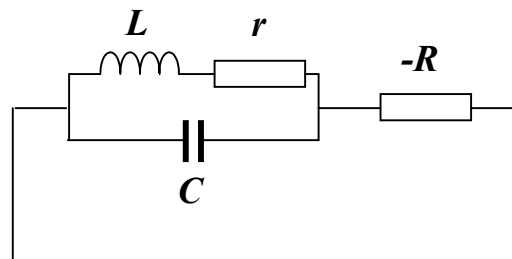


Рис. 22

8. Центр закрепленной на концах натянутой резиновой ленты длины l отклонили на расстояние h от положения равновесия и отпустили. Как соотносятся амплитуды колебаний первой и третьей резонансных мод? Как эффективно возбудить третью моду?

9. Маятник, стоящий торчком, толкнули с исчезающе малой скоростью.

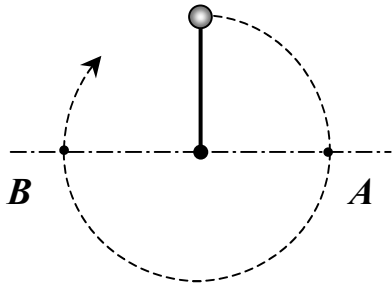


Рис. 23

Найдите время, которое маятник потратит на переход из точки А в точку В (рис. 23). Длина стержня l .

10. В книге Ф. Крауффорда «Волны» описан следующий опыт. Возьмем два камертона, соответствующие двум нотам с частотами 440 Гц и 523 Гц. Возбудив их, можно услышать не только две эти ноты, но и колебание, близкое по частоте к частоте некоторой третьей ноты. Частота третьей ноты 349

Гц. Объяснение этого эффекта состоит в нелинейности уха. Каков характер нелинейности, проявившейся в этом опыте?

11. Какой звуковой сигнал "богаче" Фурье-компонентами - музыка или скрип тормозящего автомобиля?

12. Грузик массы m прикреплен к пружине жесткости k и может двигаться по горизонтальной плоскости без трения. Грузику ударом сообщают скорость v . Расстояние от грузика до стенки l_0 , удары о стенку абсолютно упругие. Исследуйте зависимость спектра колебаний системы от величины v . По какому закону в нелинейном режиме колебаний спадают с ростом частоты далекие Фурье-компоненты? С какими особенностями нелинейности системы связан этот закон?

13. Четыре осциллятора, расположенные в вершинах квадрата (рис. 24),

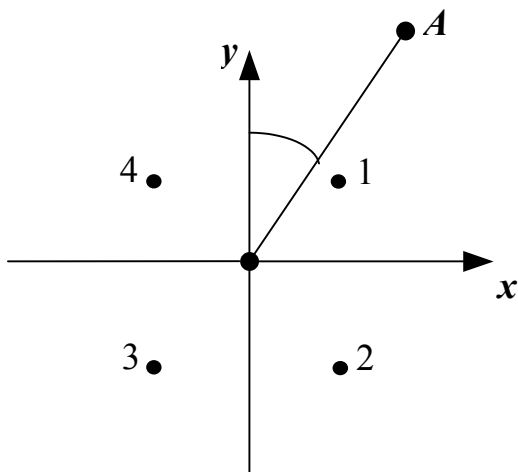


Рис. 24

колеблются по закону $A\sin(\omega t + \varphi_i)$, где i - номер осциллятора. Какими должны быть разности фаз $\varphi_2 - \varphi_1$, $\varphi_3 - \varphi_1$, $\varphi_4 - \varphi_1$, чтобы на большом расстоянии от осцилляторов максимум излучения достигался на оси А? Длина стороны квадрата равна длине волны испускаемого излучения.

14. С какой частотой надо возбуждать поверхность воды в тарелке, чтобы для возникших волн тарелка была «глубокой»? «мелкой»?

15. Какую форму имеют линии, вдоль которых наблюдаются максимумы интерференционной картины от двух точечных источников волн?

16. Найдите форму стационарной нелинейной волны, распространяющейся со скоростью $v < 1$ в среде, описываемой уравнением:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = f(\Phi),$$

где $f(\Phi)$ - функция, показанная на рис. 25.

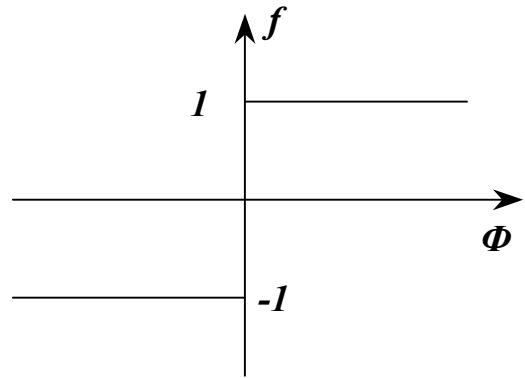


Рис. 25

Радиофизика

...Ротор поля наподобие дивергенции градуирует себя вдоль спина...

А.Стругацкий, Б.Стругацкий

1. На вход бесконечной цепи подан гармонический сигнал частоты ω и амплитуды U В (рис. 26). Найдите ток I .

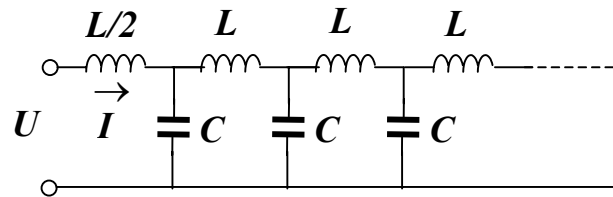


Рис. 26

2. Двухпроводная линия с погонной емкостью $C_0=1$ пф/см на одном конце замкнута, а на другом нагружена на емкость $C=100$ пф. Длина линии равна 1 м. Рассчитайте собственные частоты первых трех резонансных мод.

3. Две линии передачи, схемы которых показаны на рис. 27, соединяются друг с другом. Какова должна быть частота волны, чтобы она проходила без отражения на стыке?

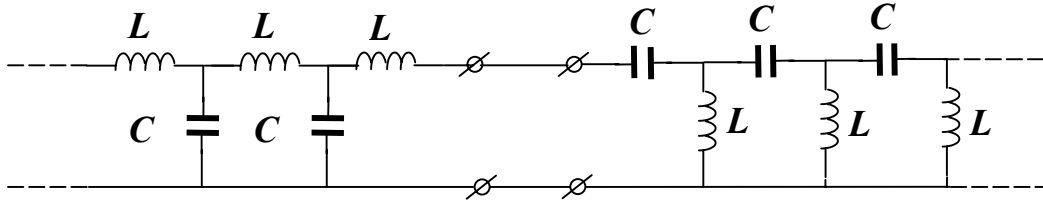


Рис. 27

4. Двухпроводная линия длиной 1 м, коротко замкнутая на концах, погружена наполовину в среду с не зависящей от частоты диэлектрической постоянной $\epsilon = 4$ (рис. 28). Найдите наименьшую собственную частоту такой колебательной системы.

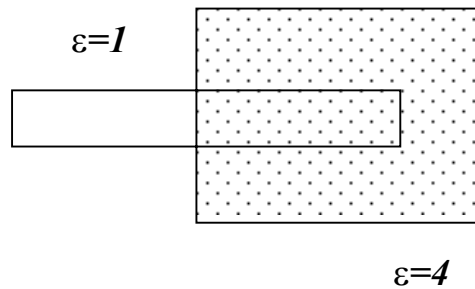


Рис. 28

5. Имеется цепочка из N одинаковых фильтров. Передаточная функция каждого фильтра $g(\omega)$ (рис. 29). Какой будет передаточная функция цепочки при очень большом N ? Какими параметрами отдельного фильтра определяются время задержки и эффекты “расплывания” при прохождении волнового пакета через цепочку? Какова ширина полосы пропускания цепочки?

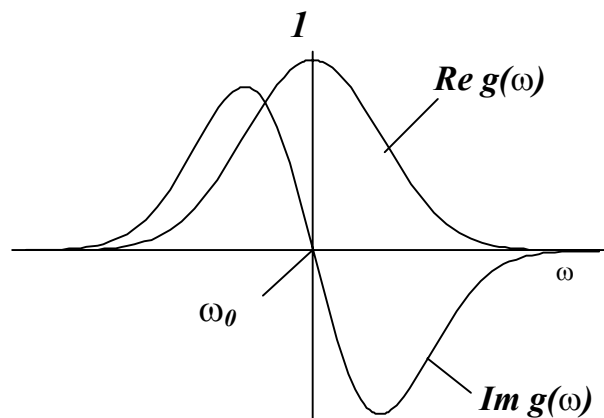


Рис. 29

6. Невозму-

щенный поток электронов, имеющий скорость v_0 , проходит через тонкий сеточный зазор (рис. 30), на который подано напряжение амплитуды U и частоты f . Оказалось, что после прохождения зазора электроны собираются в сгустки. Оцените расстояние, на котором формируются сгустки. Считайте, что $eU \ll mv_0^2$.

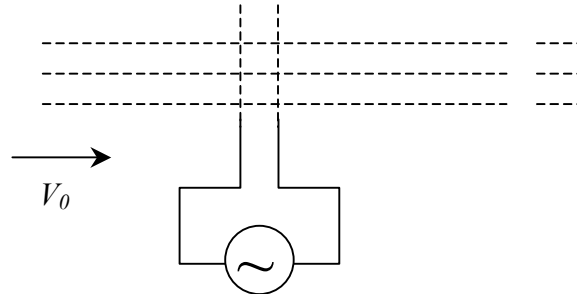


Рис. 30

7. Имеется колебательный контур из индуктивности L и емкости C . Найдите амплитуду колебаний напряжения, возникающих в контуре в результате пролета через конденсатор быстрого электрона.

8. Как изменится собственная частота резонатора, если внутри него в точку \vec{r} помещен электрон? Собственная функция $\vec{E}_s(\vec{r})$ известна.

9. В волноводе в точке \vec{r} находится электрон. Найдите, какая часть энергии, распространяющейся по волноводу волны с частотой ω , будет рассеяна электроном назад? Собственные функции волновода считать известными.

10. Имеется замедляющая система с дисперсионной характеристикой $\omega = \beta v_0$ и зависимостью сопротивления связи от волнового числа $K = K_0 e^{-|\beta|\alpha}$. Здесь v_0, K_0, α - постоянные. В систему влетает точечный заряд e и движется с постоянной скоростью v_0 вдоль ее оси. Найдите форму импульса электрического поля, который будет зарегистрирован на выходе системы. Длина системы равна l .

11. Решите предыдущую задачу для случая, когда скорость движения частицы $v = const$ отличается от v_0 .

12. Вдоль бесконечно длинной замедляющей системы с дисперсионной характеристикой $\omega = A\beta + B\beta^3$ движется с постоянной скоростью v точечный заряд e . Сопротивление связи равно K_0 . Определите, при каких значениях скорости заряд будет излучать? Вперед или назад? Найдите частоту и мощность излучения, а также силу, тормозящую движение заряда.

13. Если в ситуации, описанной в задаче 12, длина системы ограничена и равна l , то какова будет длительность импульса, регистрируемого на выходе системы?

14. Отрезок замедляющей системы из задачи 12, имеющий длину l , возбуждается периодической последовательностью точечных зарядов q , влетающих в систему друг за другом через интервалы времени τ . Скорость заря-

дов постоянна и равна v . Найдите амплитуду спектральной составляющей электрического поля на частоте $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$ на выходе системы. Объясните наличие резонанса.

Послесловие и комментарий

...Оказывается, кроме нашего привычного мира с метрикой Римана, принципом неопределенности, физическим вакуумом и пьяницей Брутом, существуют и другие миры с ярко выраженной реальностью...

А.Стругацкий, Б.Стругацкий

Профессия ученого-исследователя очень увлекательна. Она дает возможность почувствовать себя “магом”, который раскрывает тайны и загадки природы. Если Вы – настоящий исследователь, то для Вас, наряду с обычным миром проблем и катаклизмов, существует и другой: мир науки. Мир очень интересный, а главное, вполне реальный и весьма населенный.

Как попасть в этот мир? Опыт показывает, что для этого нужны не только и не столько блестящие знания и “стартовые” способности, но, прежде всего упорство и желание добиться своей цели. Очень важно попасть в какую-либо научную школу, которая активно работает и занимается исследованиями. Лишь атмосфера такой школы, ее традиции и внутренние законы развития сделают из Вас ученого.

Научная деятельность всех авторов этого сборника задач связана с одним научно-исследовательским институтом – Саратовским филиалом Института радиотехники и электроники Российской Академии наук. В этом институте ведутся интересные исследования в самых различных областях физики (и, пожалуй, в нем есть что-то от знаменитого НИИЧАВО АН СССР).

Мы будем рады видеть юных читателей этого сборника в своих научных лабораториях. Для этого Вам нужно поступить либо в Высший Колледж прикладных наук, либо на кафедру лазерной и компьютерной физики физического факультета Саратовского государственного университета, где мы преподаем и работаем со студентами.

Желаем успехов всем, кто интересуется наукой!

Учебное издание

**Кузнецов Александр Петрович
Кузнецов Сергей Петрович
Мельников Леонид Аркадьевич**

**ФИЗИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ
ДЛЯ НАУЧНЫХ РАБОТНИКОВ МЛАДШЕГО ВОЗРАСТА**

Учебное пособие

Отв. за выпуск *В.Л.Дербов*
Оригинал-макет подготовлен *Г.И.Мельниковой*
Технический редактор *Л.В.Агальцова*

Изд. лиц. ЛР №020305 от 19.02.97. Подписано в печать 10.08.98.
Формат 60x84 $\frac{1}{16}$. Бумага офсетная. Гарнитура Times. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 1,86(2). Уч. - изд. л. 1,6. Тираж 175 экз. Заказ

Издательство Саратовского университета.
410601, Саратов, ул. Университетская, 42.
Полиграфический центр «ИППОЛиТ».
410601, Саратов, ул. Астраханская, 77.