

## Предисловие

Наряду с периодическими и хаотическими движениями в нелинейных системах, как консервативных, так и диссипативных, встречаются квазипериодические колебания, когда возврат системы к исходному состоянию с некоторой точностью происходит регулярно, но с периодом, увеличивающимся при повышении требуемой точности. Квазипериодические колебания можно мыслить как наложение двух или более колебательных составляющих, частоты которых находятся в иррациональном отношении, и они характеризуются дискретным спектром Фурье. В диссипативных динамических системах образом квазипериодических колебаний в пространстве состояний служат аттракторы в виде торов размерности два или выше, в зависимости от числа участвующих в динамике колебательных составляющих с несоизмеримыми частотами.

Квазипериодические колебания встречаются во многих областях науки и техники. Их исследование имеет долгую историю, кстати сказать, намного более долгую, чем, скажем, у такого популярного предмета, как динамический хаос. В этой связи можно вспомнить о задачах небесной механики, таких как анализ движения планет Солнечной системы. Многочастотные колебания естественным образом возникают в приложениях, связанных с радиотехникой, электроникой, а также лазерной физикой и нелинейной оптикой.

Имеется ряд глубоких, хотя проработанных в разной степени, идей и представлений, связанных с квазипериодическими колебаниями. Например, фундаментальное значение имеет теория Колмогорова–Арнольда–Мозера (КАМ), содержание которой на физическом языке состоит в установлении возможности квазипериодической динамики в системе слабо взаимодействующих нелинейных осцилляторов. Другая фундаментальная идея, вовлекающая квазипериодические колебания – это выдвинутый в свое время Ландау и Хопфом сценарий возникновения гидродинамической турбулентности, подразумевающий последовательное рождение новых колебательных составляющих с несоизмеримыми частотами при увеличении параметра, отвечающего за степень неравновесности системы (число Рейнольдса). Можно вспомнить и о знаменитой проблеме Ферми–Паста–Улама, когда при одной из первых попыток численного моделирования динамики многомерной нелинейной механической системы авторы неожиданно столкнулись с возникновением квазипериодических колебаний вместо предполагавшегося установления равновесного состояния в соответствии с представлениями статистической физики.

К проблеме квазипериодических колебаний примыкает круг вопросов, связанных с синхронизацией. Речь может идти о синхронизации колебаний в системе при воздействии на нее внешней силы или о внутренней синхронизации колебательных составляющих, вовлеченных в квазипериодическую динамику, при изменении каких-либо параметров системы.

Математическое исследование квазипериодических колебаний оказалось очень сложной проблемой, требующей кропотливого и нетривиального анализа с привлечением новых подходов. Хотя на этом пути достигнуты важные результаты (например, намечены контуры теории бифуркаций квазипериодических движений), до построения сколько-нибудь полной математической теории, как предоставляется, еще достаточно далеко.

В такой ситуации заслуживает внимания подход, развиваемый авторами данной книги. В его основе лежат несколько ключевых моментов, позволяющих существенным образом продвинуться в построении и понимании картины феноменов, сопровождающих существование и эволюцию квазипериодических режимов в нелинейных системах.

Во-первых, это принципиальное выдвигание на первое место конкретных физически мотивированных и допускающих физическую реализацию модельных систем, конструируемых целенаправленным образом, и подвергаемых аналитическому и численному исследованию.

Во-вторых, это методология исследования, опирающаяся на построение и интерпретацию карт динамических режимов на плоскости параметров, получаемых путем сканирования (перебора параметров) и анализа типа динамики в каждой точке. (Разновидностями таких карт являются карты показателя Ляпунова и карты чисел вращения на торе фаз осцилляторов.) Если классический бифуркационный анализ можно сравнить с кропотливой работой топографов, составляющих карту, проходя складки местности, дорожки и овраги, то построение карты режимов – это вид той же местности с птичьего полета, когда мы, возможно, теряем какие-то детали, но зато сразу получаем общее представление о присутствии и взаимном расположении различных объектов.

В-третьих, это привлечение аналитических подходов описания в рамках методов медленных амплитуд и фазовой динамики. При этом авторы смотрят на них не только как на способ приближенного описания, но и как на способ построения специального класса моделей, заслуживающих изучения с точки зрения качественного поведения в зависимости от параметров, с последующим

сопоставлением наблюдаемых феноменов с теми, что имеют место в исходных системах.

В книге собран обширный материал, существенно обогащающий наши представления о поведении нелинейных систем, способных демонстрировать квазипериодические колебания и другие феномены сложной динамики. Книга прекрасно иллюстрирована, многие картинки представляются достойными занять место классических иллюстраций в курсах теории колебаний и нелинейной динамики. Авторы придерживаются достаточно популярного стиля изложения, что делает книгу доступной для широкого круга читателей, знакомых с основами теории колебаний, в том числе для студентов и аспирантов соответствующих специальностей.

Книга выходит в рамках серии, выпускаемой, как приложение к известному российскому научному журналу «Известия высших учебных заведений – Прикладная нелинейная динамика». Это естественно и логично, поскольку она близка по стилю к этому журналу. Кроме того, надо отметить, что значительная часть представленных в книге результатов впервые опубликована именно на его страницах.

Кузнецов С.П.,

доктор физико-математических наук, профессор,

член редакционной коллегии журнала

«Известия высших учебных заведений – Прикладная нелинейная динамика»