

### 1.1.11. Плоскость собственных частот осцилляторов.

Представление результатов на плоскости «собственная частота – величина связи» является традиционным в задаче о взаимной синхронизации осцилляторов. Однако, увеличение числа осцилляторов делает возможным дать иллюстрации для еще одного сечения пространства параметров, имеющего полезную физическую интерпретацию. Это плоскость собственных частот автономных осцилляторов. В соответствии с исходными уравнениями (1.1), в качестве двух таких частотных параметров можно использовать пару  $(\Delta_1, \Delta_2)$ . Поскольку частота первого осциллятора фиксирована и устраняется перенормировкой, то мы имеем, фактически, плоскость собственных частот второго и третьего осцилляторов.

Ляпуновская карта фазовой системы (1.12) на плоскости  $(\Delta_1, \Delta_2)$  для значения параметра связи  $\mu = 0.6$  представлена на рис.1.14а. Можно видеть, что область полной синхронизации имеет вид параллелограмма. Этот факт легко обосновать аналитически. Действительно, найденные в разделе 1.1.3 линии (1.15), (1.16), отвечающие обращению в  $\pm 1$  синусов относительных фаз, на плоскости  $(\Delta_1, \Delta_2)$  образуют две показанные на рис.1.14б полосы. Их пересечение и дает область полной синхронизации в виде параллелограмма<sup>1</sup>. Из (1.15), (1.16) следует также, что размер этой области растет линейным образом при увеличении параметра связи  $\mu$ .

Точки пересечения линий (1.15), (1.16) на рис.1.14б отвечают ситуациям коразмерности два. Таких точек четыре, их легко находим, совмещая (1.15), (1.16):

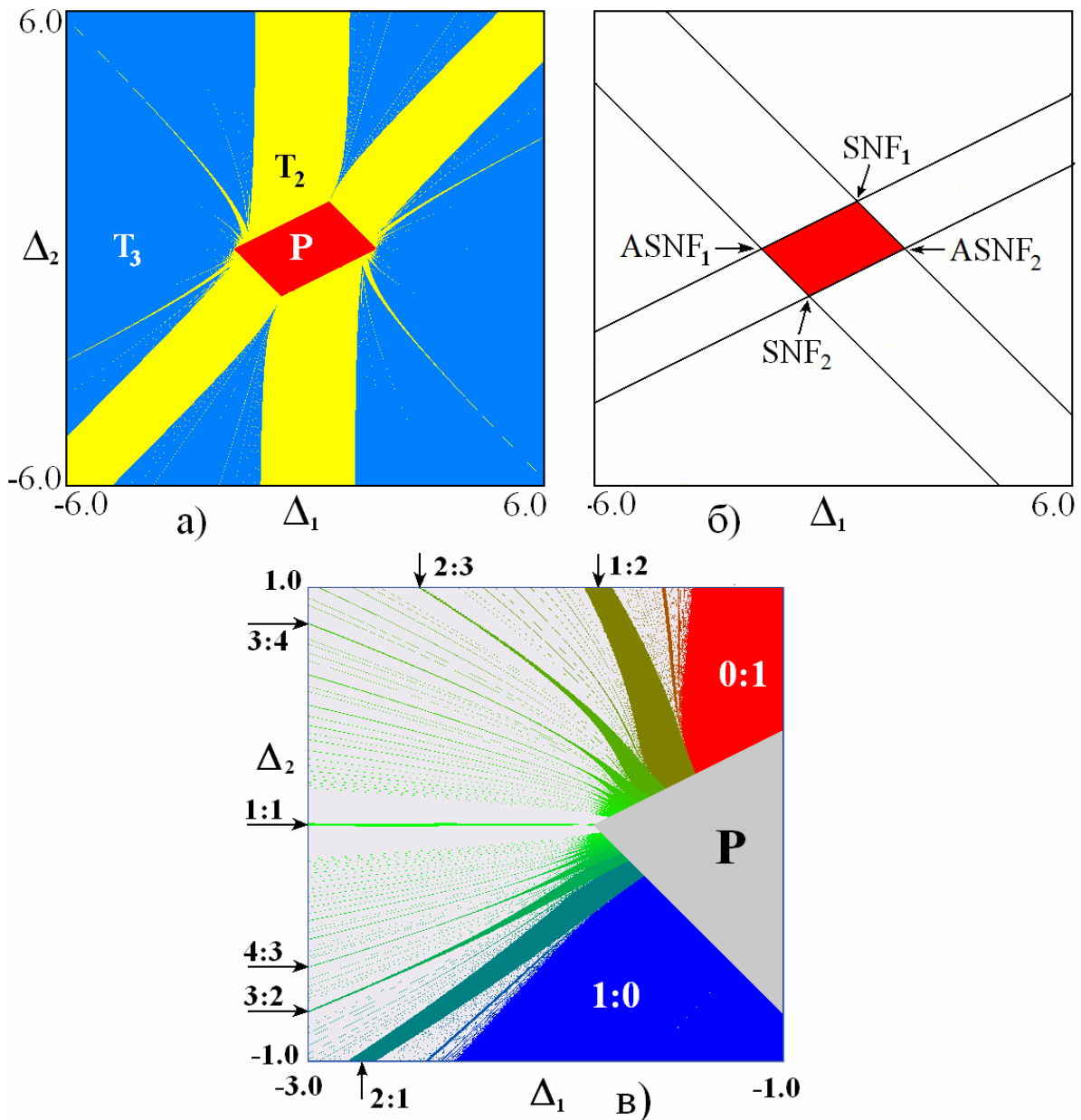
$$SNF_{1,2} : \Delta_1 = \mu, \Delta_2 = 2\mu; \Delta_1 = -\mu, \Delta_2 = -2\mu;$$

$$ASN_{1,2} : \Delta_1 = 3\mu, \Delta_2 = 0; \Delta_1 = -3\mu, \Delta_2 = 0.$$

Как видно из карты рис.1.14а, организация системы языков двухчастотных режимов такова, что две первые ассоциируются с точками *saddle node fans*. Вторая пара представляет собой точки *accumulation of saddle node fans*. Характерное для точки *accumulation of saddle node fans* устройство системы языков двухчастотных режимов хорошо видно на увеличенном фрагменте карты торов на рис.1.14в. В этом случае языки резонансных двухчастотных режимов не уменьшаются в размере при приближении к области полной синхронизации, а наоборот, расширяются.

---

<sup>1</sup> Тот факт, что область полной синхронизации трех фазовых осцилляторов в случае диссипативной связи имеет форму параллелограмма, был отмечен П.С. Ландой, 1980 [2].



**Рис.1.14.** а) Ляпуновская карта трех диссипативно связанных фазовых осцилляторов (1.12) на плоскости частотных параметров, б) конфигурация области полной синхронизации в рамках аналитического рассмотрения и точки коразмерности два, в) карта торов в окрестности точки  $ASNF$ . Значение параметра связи  $\mu = 0.6$ .

Отметим, что наиболее представительные области двухчастотных режимов на рис.1.14а имеют вид двух полос, на пересечении которых и располагается область полной синхронизации. Физически эти полосы отвечают частичной синхронизации двух разных пар осцилляторов и отвечают резонансным условиям  $\Delta_1 \approx 0$  и  $\Delta_1 \approx \Delta_2$ . В терминах исходной системы, в соответствии с (1.19), первое из этих условий означает совпадение собственных частот первого и второго осцилляторов, а второе – второго и третьего.