

полосы прозрачности, в том числе частотные зависимости коэффициента усиления. Проведено численное моделирование процесса установления режима усиления на основе нестационарной теории и продемонстрировано, что вблизи высокочастотной границы полосы наличие достаточно мощного входного сигнала инициирует паразитное самовозбуждение усилителя на частоте, отличной от частоты сигнала.

*КС:* лампа бегущей волны, усиление, самовозбуждение, граница полосы пропускания

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Данная работа продолжает цикл статей [1—4], посвященных исследованию особенностей поведения ЛБВ у границы полосы прозрачности на базе модифицированного волнового подхода. В предыдущих работах дана формулировка исходных уравнений и граничных условий, позволяющая адекватно описать взаимодействие пучка и поля у границы полосы [1, 2], выполнен расчет конкретного прибора и установлено соответствие с результатами, полученными в рамках дискретного подхода [3], найдены условия самовозбуждения колебаний в ЛБВ у высокочастотной границы полосы в отсутствие входного сигнала [4].

В настоящей работе исследуются режимы линейного и нелинейного усиления, а также паразитное самовозбуждение ЛБВ, инициированное внешним сигналом. Как и в работах [1—4], анализ проводится без учета сил пространственного заряда и диссипации в замедляющей системе.

## 2. РЕЖИМЫ ЛИНЕЙНОГО УСИЛЕНИЯ

В линейном приближении усиление сигнала в ЛБВ, работающей у границы полосы прозрачности, описывается следующей краевой задачей:

$$\mp \frac{d^2 F}{d\xi^2} + \Omega F = iI,$$

$$\left( \frac{d}{d\xi} - iB \right)^2 I = iF,$$

$$I(0) = 0, \quad \frac{dI}{d\xi}(0) = 0,$$

(1)

$$\left[ \frac{dF}{d\xi} \pm i\alpha F \right]_{\xi=0} = E_{\text{вх}}, \quad \left[ \frac{dF}{d\xi} \mp i\alpha F \right]_{\xi=l} = 0,$$

$$\left[ \frac{dF}{d\xi} \pm i\alpha F \right]_{\xi=l} = E_{\text{вых}}.$$

Здесь верхний знак соответствует высокочастотной, а нижний — низкочастотной границе полосы; безразмерные переменные  $F$  и  $I$  — это комплексные амплитуды синхронной с пучком составляющей поля и высокочастотного тока;  $E_{\text{вх}}$  и  $E_{\text{вых}}$  — амплитуды входного и выходного сигналов;  $\xi$  — нормированная пространственная координата;  $l$ ,  $\Omega$ ,  $B$ ,  $\alpha$  — безразмерные параметры.

УДК 621.385.632

Л. В. Булгакова, А. П. Кузнецов,  
С. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев

### УСИЛЕНИЕ И ПАРАЗИТНОЕ САМОВОЗБУЖДЕНИЕ ЛБВ У ГРАНИЦЫ ПОЛОСЫ ПРОЗРАЧНОСТИ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

Представлены результаты анализа линейных и нелинейных режимов усиления сигнала в ЛБВ, работающей у границы

При обсуждении результатов будем использовать следующие параметры и их комбинации:  $l$  — безразмерная длина системы, пропорциональная корню четвертой степени из рабочего тока;  $\Omega l^2$  — безразмерная отстройка частоты сигнала от границы полосы;  $B l$  — безразмерная отстройка ускоряющего напряжения от точки синхронизма пучка с границей полосы. С точки зрения анализа режимов усиления нас будет интересовать область значений параметра  $B l$ , соответствующих предпочтительному синхронизму пучка с прямыми волнами: у низкочастотной границы это область  $B l < 0$ , а у высокочастотной —  $B l > 0$ ;  $\alpha l$  — безразмерный параметр граничных условий, которому можно придать смысл нормированного импеданса нагрузки. По оценкам, для реальных приборов  $\alpha l \approx 5 \dots 50$ .

Более подробное обсуждение безразмерных параметров и их связь с размерными величинами содержатся в работах [1, 3].

В качестве исходного пункта анализа рассмотрим свойства системы в отсутствие электронного пучка. Полагая в (1)  $I \equiv 0$ , можно найти зависимость коэффициента прохождения сигнала через «холодную» ЛБВ от частоты. Серия таких зависимостей у низкочастотной границы полосы прозрачности показана на рис. 1,а для  $\alpha l = 10; 20; 30$ . Внеполосная область заштрихована. (Случай высокочастотной границы получается изменением ориентации оси абсцисс). Кривые носят осциллирующий характер, причем амплитуда осцилляций нарастает при приближении к граничной частоте. На частотах собственных мод системы  $\Omega l^2 = m^2 \pi^2$  (см. [4]) наблюдается резонансное прохождение сигнала ( $G = 0$ ). Физическая причина этого эффекта состоит в том, что при указанном условии волны, отраженные от входного и выходного устройств, интерферируют в противофазе и гасят друг друга. Отметим, что частоты резонансного прохождения практически не зависят от параметра  $\alpha l$ . Полное прохождение сигнала имеет место также на частоте  $(\Omega l^2)_{\text{согл}} = \alpha^2 l^2$ , на которой система является полностью согласованной. Чем меньше величина  $\alpha l$ , тем частота согласования ближе к граничной и тем больше коэффициент прохождения сигнала в интервалах между резонансами.

Обратимся теперь к системе с электронным пучком. На рис. 1,б, в показаны найденные из решения краевой задачи (1) зависимости коэффициента усиления от частоты в ЛБВ, работающей у низкочастотной границы полосы. Из сравнения рис. 1,а и б можно видеть, как трансформируется частотная зависимость коэффициента передачи при увеличении рабочего тока, или, что то же самое, безразмерной длины  $l$ : один из пиков «холодного» резонансного прохождения начинает расти, и при значении тока, равном стартовому, коэффициент усиления на некоторой частоте обращается в бесконечность. Чем больше параметр  $\alpha l$ , тем более высокочастотными являются резонансы «холодной» системы, тем уже и

острее пики в частотной зависимости коэффициента усиления. При уменьшении  $\alpha l$  резонансные пики исчезают, и кривая сглаживается (рис. 1,в).

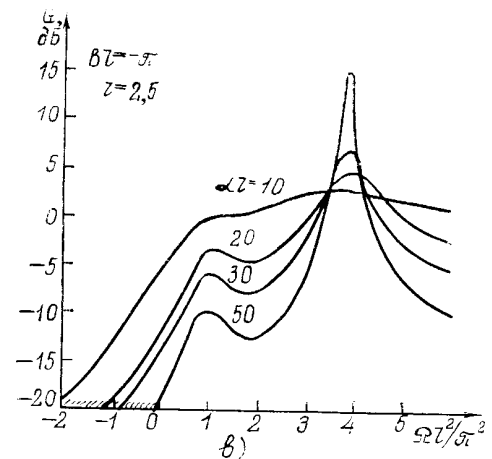
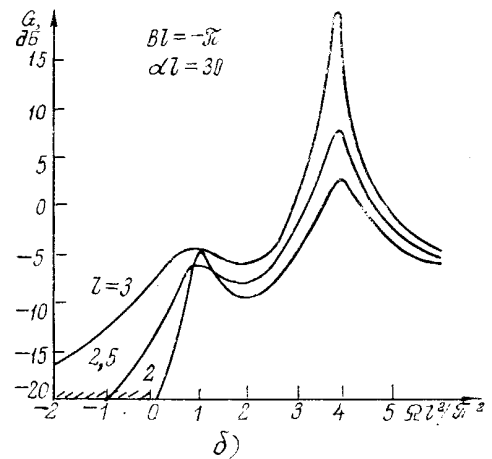
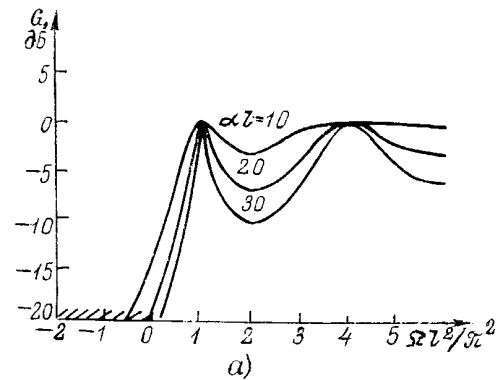


Рис. 1. Частотные зависимости коэффициента прохождения сигнала через ЛБВ вблизи низкочастотной границы полосы прозрачности при отсутствии электронного пучка (а) и наличии пучка в линейном режиме (б, в)

Внеполосная область заштрихована

При работе ЛБВ у высокочастотной границы полосы в случае больших значений  $\alpha l$  изменение вида частотных зависимостей коэффициента усиления с ростом тока в общих чертах аналогично наблюдаемому у низкочастотной границы. Однако если уменьшить параметр  $\alpha l$ , то возникает качественное отличие в поведении системы у разных границ полосы прозрачности. На рис. 2 представлены для сравнения зависимости коэффициента усиления вблизи низкочастотной и высокочастотной границ полосы при  $\alpha l = 10$ . У низкочастотной границы эти зависимости плавные, полоса усиления довольно широкая, при  $l \geq 3$  возможно внеполосное усиление. У высокочастотной границы полосы при увеличении тока кривая приобретает резкий максимум на частоте первой резонансной моды; внеполосного усиления нет. Причина такого поведения системы следующая. При  $\alpha l = 10$  высокой добротностью обладает лишь первая, ближайшая к границе полосы прозрачности мода. У низкочастотной границы эта мода находится в неблагоприятных условиях энергообмена

ний хорошо известен из традиционной нелинейной теории ЛБВ [5]. В результате имеем:

$$\mp \frac{d^2 F}{d\xi^2} + \Omega F = iI,$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = -\operatorname{Re}(F e^{i\theta}), \quad I = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0,$$

$$\theta|_{\xi=0} = \theta_0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = -B, \quad (2)$$

$$\left[ \frac{dF}{d\xi} \pm i\alpha F \right]_{\xi=0} = E_{\text{вх}}, \quad \left[ \frac{dF}{d\xi} \mp i\alpha F \right]_{\xi=l} = 0,$$

$$\left[ \frac{dF}{d\xi} \pm i\alpha F \right]_{\xi=l} = E_{\text{вых}},$$

где использованы те же самые безразмерные переменные и параметры, что и в уравнениях (1).

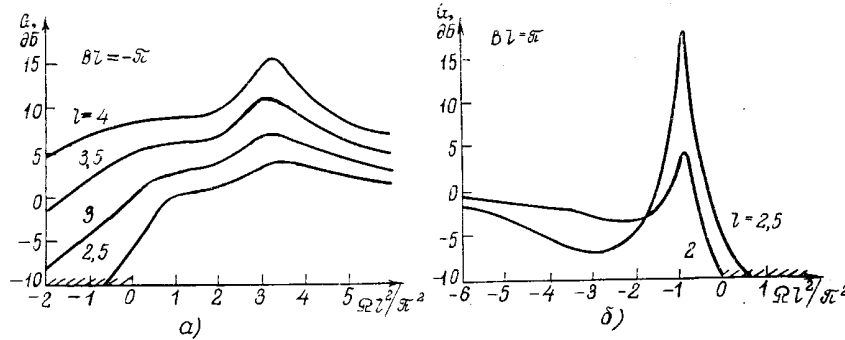


Рис. 2. Зависимости коэффициента усиления от частоты в ЛБВ, работающей у низкочастотной (а) и высокочастотной (б) границ полосы прозрачности при  $\alpha l = 10$ . Внеполосная область заштрихована

с пучком (см. [4]) и ее присутствие не проявляется в частотной зависимости коэффициента усиления. У высокочастотной границы полосы прозрачности первая мода эффективно забирает энергию у пучка и при сравнительно небольших значениях тока происходит ее самовозбуждение. Внеполосное усиление не реализуется, поскольку требуемые для него рабочие токи превышают стартовый ток самовозбуждения.

### 3. СТАЦИОНАРНЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕЖИМЫ УСИЛЕНИЯ

Чтобы исследовать стационарные режимы усиления большого сигнала у границы полосы, следует модифицировать краевую задачу (1), заменив линеаризованное уравнение для тока набором уравнений движения электронов и добавив выражение, связывающее фазовые координаты частиц  $\theta$  и высокочастотный ток  $I$ . Вид этих соотноше-

Для численного решения нелинейной краевой задачи (2) был применен итерационный метод, состоящий в следующем. Зададим некоторое начальное приближение для комплексной амплитуды сигнала на левом конце системы  $F_0 = F(0)$ , тогда из граничного условия  $\left[ \frac{dF}{d\xi} \pm i\alpha F \right]_{\xi=0} = E_{\text{вх}}$  можно определить и производную  $\frac{dF}{d\xi}(0)$ . Далее, решаем нелинейные уравнения с заданными начальными значениями  $F(0)$  и  $\frac{dF}{d\xi}(0)$  стандартным методом крупных частиц и в результате находим значения  $F(l)$ ,  $\frac{dF}{d\xi}(l)$  и невязку  $\Delta(F_0) = \left[ \frac{dF}{d\xi} \mp i\alpha F \right]_{\xi=l} = E_{\text{вых}}$ . Необходимо подобрать комплексную величину  $F_0$  так, чтобы невязка  $\Delta$  обратилась в ноль. Это достигается итерациями описанной процедуры, причем последовательные приближения для  $F_0$  находятся с помощью дву-

мерного метода Ньютона. Требуемые для этого производные для невязки  $\Delta$  определяются путем численного дифференцирования.

Расчеты проводились на микроЭВМ «Электроника ДЗ-28». Время, расходуемое на одну итерацию при количестве крупных частиц  $N=24$  и шагов по длине системы  $M=30$ , составляет около 2 мин. Число итераций в зависимости от характера режима — от 2 до 25.

На рис. 3 представлены результаты расчета зависимости коэффициента усиления от частоты в нелинейном режиме у низкочастотной и высокочастотной границ полосы прозрачности. Сплошной линией изображена зависимость, найденная из линейной теории. При выбранных параметрах система в режиме малого сигнала почти не проявляет резонансных свойств: коэффициент усиле-

улучшению (рис. 4,б). Следует отметить, что возникающее из-за нелинейных эффектов улучшение условий взаимодействия с колебаниями у высокочастотной границы может привести к самовозбуждению на частоте, отличной от частоты сигнала [6]. Такое самовозбуждение нельзя найти в рамках стационарной одночастотной теории и поэтому к результатам, полученным на ее основе, следует относиться с известной осторожностью.

#### 4. ПЕРЕХОДНЫЙ ПРОЦЕСС ПРИ УСТАНОВЛЕНИИ РЕЖИМА УСИЛЕНИЯ. ПАРАЗИТНОЕ САМОВОЗБУЖДЕНИЕ, ИНИЦИИРОВАННОЕ ВНЕШНИМ СИГНАЛОМ

Чтобы изучить переходные процессы, возникающие при подаче на вход ЛБВ внешнего сигнала,

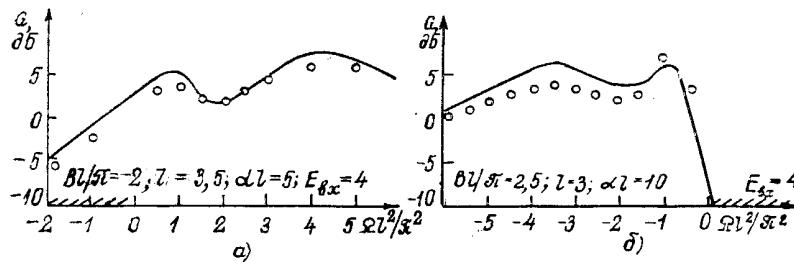


Рис. 3. Коэффициент усиления сигнала в зависимости от частоты в стационарном нелинейном режиме при  $E_{0x}=4$  (○○○) и в линейном режиме (сплошная кривая) для ЛБВ, работающей у низкочастотной (а) и высокочастотной (б) границ полосы прозрачности

ния является плавной функцией частоты, которая имеет лишь сглаженные максимумы в окрестности резонансов «холодной» системы. При переходе в режим большого сигнала коэффициент усиления уменьшается во всей показанной на рис. 3,а области частот у низкочастотной границы. Напротив, у высокочастотной границы нелинейные эффекты приводят в определенном частотном интервале ( $-\Omega l^2=0 \dots 1,5\pi^2$ ) к возрастанию коэффициента усиления (рис. 3,б). Причина такого проявления нелинейности состоит в том, что при работе у низкочастотной и высокочастотной границ полосы по-разному сказывается известный нелинейный эффект торможения пучка самосогласованным полем излучения. Действительно, в первом случае уменьшение средней скорости пучка в процессе взаимодействия приводит к ухудшению условий синхронизма на частотах, прилегающих к границе (рис. 4,а), а во втором — к их

обратимся к сформулированной в [1] нестационарной нелинейной краевой задаче:

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} \mp i \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} = -I,$$

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} = -\text{Re}[F e^{i\Theta}], \quad I = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0,$$

$$\Theta|_{\xi=0} = \theta_0, \quad \left. \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = -B, \quad (3)$$

$$\left[ \frac{\partial F}{\partial \xi} \pm i\alpha F \right]_{\xi=0} = |E_{\text{вх}}| e^{i\Omega \tau}, \quad \left[ \frac{\partial F}{\partial \xi} \mp i\alpha F \right]_{\xi=l} = 0,$$

$$\left[ \frac{\partial F}{\partial \xi} \pm i\alpha F \right]_{\xi=l} = E_{\text{вых}}$$

где  $\tau$  — безразмерное время, а остальные обозначения совпадают с введенными выше. Будем считать, что до включения внешнего сигнала в момент  $\tau=0$  система находилась в невозбужденном состоянии, т. е. имеет место начальное условие

$$F(\xi, \tau)|_{\tau=0} = 0.$$

Для численного решения нестационарной задачи (3), (4) разработан неявный конечно-разност-

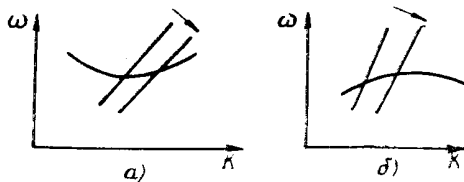


Рис. 4. Влияние эффекта торможения электронов на их синхронизм с волной вблизи низкочастотной (а) и высокочастотной (б) границ полосы

ный метод и составлена программа на языке фортран. Метод имеет второй порядок аппроксимации по пространственной координате и первый — по временной. Расчеты проводились при количестве крупных частиц на высокочастотный период  $N=20 \dots 30$ , число шагов по длине составляло  $M=30 \dots 50$ , время счета одного варианта на ЭВМ ЕС-1022 — 30...60 мин.

На рис. 5,а показаны зависимости амплитуды выходного сигнала от безразмерного времени при

стоты входного сигнала; разность этих частот определяется временным периодом осцилляций.

На рис. 6 приведен спектр выходного сигнала для одного из рассчитанных режимов паразитного самовозбуждения ЛБВ у высокочастотной границы полосы при  $B_l/\pi=2,8$ ,  $l=3,5$ ,  $\Omega l^2=-30,6$ ,  $\alpha l=20$ ,  $E_{вх}=10$ . Цифрами показан относительный уровень спектральных компонент в децибелах. Максимальную интенсивность имеет линия на частоте внешнего сигнала  $\Omega l^2$ . Основная паразит-

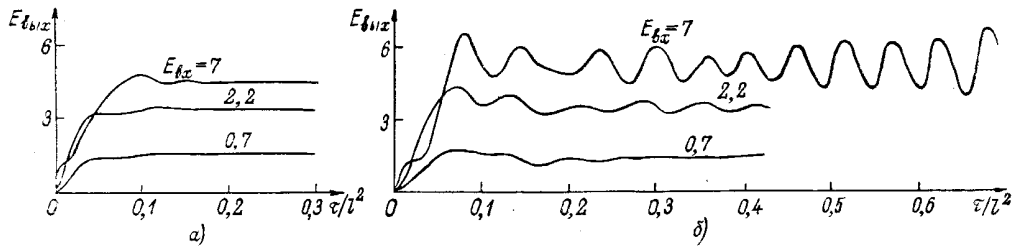


Рис. 5. Зависимости нормированной амплитуды выходного сигнала от безразмерного времени в ЛБВ-усилителе при подаче на вход монохроматического сигнала разного уровня у низкочастотной (а) и высокочастотной (б) границ полосы

Наличие незатухающих осцилляций на рис. 5,б при  $E_{вх}=7$  указывает на возникновение паразитной генерации

значениях параметров  $B_l/\pi=-3,5$ ,  $l=4,5$ ,  $\alpha l=20$  в ЛБВ, работающей у низкочастотной границы полосы прозрачности. Частота входного сигнала  $\Omega l^2=121$  выбрана так, чтобы осуществлялся точный синхронизм пучка с прямой волной (параметр теории Пирса  $b=0$ ). Представлены три кривые, которые отвечают разным уровням входного сигнала. На рис. 5,б приведены аналогичные зависимости для взаимодействия у высокочастотной границы полосы; параметры системы те же с точностью до знака ( $B_l/\pi=3,5$ ,  $l=4,5$ ,  $\alpha l=20$ ,  $\Omega l^2=-121$ ).

Как показывают расчеты, у низкочастотной границы полосы переходный процесс заканчивается установлением стационарного режима усиления, в котором выходной сигнал имеет постоянную амплитуду и частоту, равную частоте входного сигнала. Коэффициент усиления падает с ростом уровня входного сигнала и составляет соответственно 6,4; 3,7; -4,0 дБ, что согласуется со стационарной нелинейной теорией. Таким образом, у низкочастотной границы полосы нелинейные эффекты приводят лишь к уменьшению коэффициента усиления, как и предсказывалось стационарной теорией.

Иная ситуация реализуется при работе у высокочастотной границы полосы (рис. 5,б). При малом уровне входного сигнала переходный процесс по-прежнему заканчивается установлением режима стационарного усиления, однако при большом входном сигнале амплитуда на выходе не устанавливается на каком-либо постоянном уровне, а совершает незатухающие осцилляции. В этом проявляется эффект паразитного самовозбуждения сигнала на частоте, отличной от ча-

стоящая составляющая имеет частоту  $\Omega_1 l^2 \approx -9,9$ , близкую к собственной частоте первой резонансной моды «холодной» системы ( $\Omega l^2 = -\pi^2$ ). Остальные линии в спектре представляют собой комбинации двух указанных частот вида  $n\Omega + m\Omega_1$ , где  $n$  и  $m$  — целые числа.

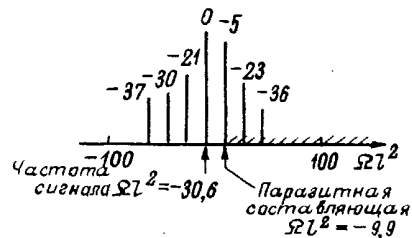


Рис. 6. Спектр выходного сигнала ЛБВ при наличии паразитной генерации, инициированной входным сигналом

Причина появления паразитного самовозбуждения связана с уже упоминавшимся нелинейным эффектом торможения электронов. Чтобы пояснить это более наглядно, рассмотрим плоскость параметров  $(B_l, l)$  с нанесенными линиями самовозбуждения, найденными из линейной теории [4] (рис. 7). Точками на рисунке отмечены значения параметров, отвечающие рассчитанным по нестационарной теории вариантам, которые обсуждались выше. У высокочастотной границы полосы прозрачности рабочая точка лежит вблизи левого нижнего края зоны генерации (рис. 7,б). В нелинейном режиме средняя скорость пучка, отдающего полю кинетическую энергию, убывает. Уменьшение скорости пучка эквивалентно изменению

параметра  $Bl$ , сдвигающему рабочую точку вправо. Как видно из рис. 7,б, она попадает при этом в зону самовозбуждения. У низкочастотной границы полосы (рис. 7,а) конфигурация зон самовозбуждения такова, что при выборе рабочей точки в области синхронизма пучка с прямыми волнами она оказывается вдали от этих зон. Более того, нелинейное торможение электронов эквивалентно смещению этой точки вправо, еще дальше от зон генерации. Поэтому при работе у низкочастотной границы паразитное самовозбуждение, инициированное внешним сигналом, отсутствует.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование позволило выявить ряд особенностей поведения ЛБВ-усилителя при работе у границ полосы прозрачности. Существенное влияние на характер реализующихся режимов оказывают собственные свойства «холодной» электродинамической системы. В частности, зависимость коэффициента усиления в определенной области параметров сохраняет такой же характер, как и в «холодной» системе, хотя и трансформируется при увеличении рабочего тока. При этом один из пиков резонансного прохождения

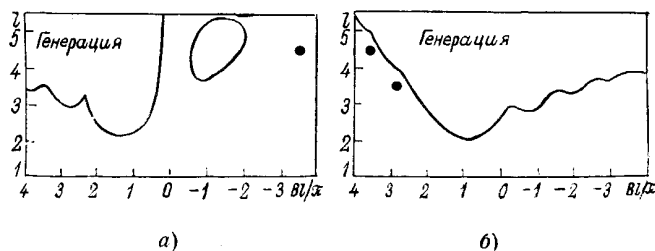


Рис. 7. Области самовозбуждения ЛБВ на плоскости параметров ( $Bl$ ,  $l$ ) у низкочастотной (а) и высокочастотной (б) границ полосы прозрачности

Точками отмечены значения параметров, для которых рассматривался процесс установления колебаний в ЛБВ-усилителе

сигнала начинает расти, и при значении тока, равном стартовому, коэффициент усиления слабого сигнала обращается в бесконечность. В нелинейном режиме у низкочастотной границы поло-

сы коэффициент усиления с ростом амплитуды сигнала уменьшается. В области частот, прилегающей к высокочастотной границе, коэффициент усиления, напротив, возрастает при переходе в нелинейный режим, что обусловлено улучшением условий синхронизма из-за торможения электронов, отдающих энергию полю.

Анализ переходного процесса при подаче на вход системы внешнего гармонического сигнала показывает, что при работе у низкочастотной границы устанавливается стационарный режим усиления. У высокочастотной границы полосы такой режим реализуется только при малом входном сигнале. При увеличении его уровня возникает паразитная генерация, что проявляется в незатухающих колебаниях амплитуды и частоты выходного сигнала. Спектр сигнала содержит при этом набор эквидистантных линий, причем наибольший уровень имеют составляющие на частоте сигнала и на резонансной частоте, ближайшей к границе полосы собственной моды «холодной» системы.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П. Нелинейные нестационарные уравнения взаимодействия электронного потока с электромагнитным полем вблизи границы зоны Бриллюэна // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. — 1984. — Т. 27, № 12. — С. 1575—1583.
2. Кузнецов А. П. Граничные условия в волновой теории ЛБВ вблизи частоты отсечки замедляющей системы // Электронная техника. Сер. 1, Электроника СВЧ. — 1984. — Вып. 7. — С. 3—7.
3. Сопоставление результатов волнового и дискретного подходов к расчету усиления ЛБВ вблизи границы полосы прозрачности / Л. В. Булгакова, М. В. Гаврилов, А. П. Кузнецов и др. // Электронная техника. Сер. 1, Электроника СВЧ. — 1985. — Вып. 6(378). — С. 33—36.
4. Кузнецов А. П., Рожнев А. Г. О самовозбуждении ЛБВ вблизи границы полосы пропускания // Электронная техника. Сер. 1, Электроника СВЧ. — 1985. — Вып. 9(381). — С. 3—6.
5. Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. — М.: Сов. радио, 1973. — 400 с.
6. Манькин И. А., Ушеревич Б. Л., Шильман Л. И. Самовозбуждение ЛБВ на цепочке связанных резонаторов при наличии входного сигнала // Электронная техника. Сер. 1, Электроника СВЧ. — 1986. — Вып. 5(389). — С. 73—74.

Статья поступила 10 марта 1987 г.