

УДК 621.385.633.1.001.2

К ТЕОРИИ ЛАМПЫ ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ С ПОПЕРЕЧНЫМ ПОЛЕМ

С. И. Кузнецов, А. И. Четвериков

Построена приближенная нелинейная теория лампы обратной волны с поперечным полем (ЛОВПП). Получено аналитическое решение для режима генерации и проведены численные расчеты режима усиления. Показана возможность создания ЛОВПП с электронным кд, более высоким, чем у обычной ЛОВО, и очень высоким техническим кд.

ВВЕДЕНИЕ

Проведенные исследования работы ламп прямой волны с поперечным полем (ЛПП) (например, [1—4]) показали, что они обладают высокими электронным и техническим кд. Это связано с особенностями механизма фазировки электронов: электронный поток в ЛПП приобретает очень малую модуляцию продольной скорости, и насыщение выходной мощности определяется только изменением кинетической энергии электронов и нарушением их синхронизма с волной. При этом разброс скоростей не зависит от амплитуды поля, в котором формируется электронный сгусток. Поскольку в лампах обратной волны с поперечным полем (ЛОВПП) должен действовать тот же самый механизм фазировки, можно ожидать, что они будут иметь кд, сравнимый с кд ЛПП прямой волны (хотя и меньше его, так как в лампах обратной волны максимумы амплитуд ВЧ-поля и ВЧ-тока сгруппированного пучка находятся на противоположных концах системы), т. е. более высокий, чем у обычных ЛОВО [5]. Поэтому представляется интересным изучение данного прибора.

1. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Как показано в [1], существуют два режима работы ламп с поперечным полем, используемых в качестве усилителей и генераторов. При малом уровне сигнала первый режим соответствует взаимодействию волны системы с медленной циклотронной волной электронного пучка ($v_\phi \approx v_0 / (1 + \omega_c / \omega)$), где v_ϕ — фазовая скорость волны в системе; v_0 — скорость электронов; ω_c — циклотронная частота), а второй — с синхронной волной, переносящей отрицательный поток мощности ($v_\phi \approx v_0$). В режиме большого сигнала мы по аналогии будем говорить о режиме циклотронного резонанса, если выполняется условие $v_\phi \approx v_0 / (1 + \omega_c / \omega)$, и о режиме синхронного резонанса, если $v_\phi \approx v_0$, а поляризация волны системы совпадает с поляризацией отрицательной синхронной волны.

Рассмотрим работу ЛОВПП в режиме синхронного резонанса. Занимем уравнение возбуждения линии передачи непрямолинейным электронным пучком, выведенное на основе [6] и работ Каца и Машькина [11]:

$$(1) \quad \frac{dE_\alpha}{dz} + j\beta_0 E_\alpha = \frac{\beta_0^2 K_{zz} J_0}{2} I_\alpha e^{-j\beta_0 z},$$

$$I_\alpha = \varphi_\alpha \sum_{\beta=x,y,z} \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{v_\beta K_{\alpha\beta}}{v_z K_{zz}} \varphi_\beta e^{-j u} du,$$

где $\alpha = x, y, z$; $\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k}$ — комплексная амплитуда поля монохроматического сигнала $\vec{\mathcal{E}} = \text{Re } \vec{E} e^{j\omega t}$; $\varphi_{x, y, z}$ — функции распределения соответствующих компонент электрического поля по поперечному сечению системы, которые в общем случае могут быть комплексными; $K_{\alpha\beta} = -A_\alpha A_\beta / 2\beta_0^2 P_0$; $u = u_0 + \theta$; $u_0 = \omega t_0$; θ — возмущение фазы электрона, вызываемое ВЧ-полем. Остальные обозначения соответствуют используемым в [6]. Уравнение движения электронов в кинематическом приближении имеет вид

$$(2) \quad \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \eta (\vec{\mathcal{E}} + [\vec{r} \vec{B}]),$$

где $\vec{B}(0, 0, B)$ — продольное фокусирующее магнитное поле. Заметим, что в литературе рассмотрена модель ЛНИ с пучком конечной толщины и с учетом кулоновских сил взаимодействия. Однако в [4] для анализа использовался метод крупных частиц, требующий в данном случае достаточно сложных расчетов на ЭВМ. В настоящей статье мы ограничиваемся рассмотрением кинематического приближения для бесконечно тонкого электронного пучка, в рамках которого удастся получить аналитическое решение задачи и достаточно четкое физическое представление о механизме взаимодействия электронов и электромагнитного поля в ЛОВПП.

Предположим, что поле системы имеет левую круговую поляризацию, необходимую для взаимодействия с синхронной волной с отрицательным потоком мощности [1]. Тогда, полагая ВЧ-смещения электронов малыми, в квазистационарном приближении нетрудно найти: $\varphi_x = 1$; $\varphi_y = -j$; $\varphi_z = -j\beta_0(x - jy)$ *. Так как в режиме синхронного резонанса фазовая скорость волны близка к скорости пучка, то воспользуемся адиабатическим приближением $|dx/dt| \ll \omega_c x$; $|dy/dt| \ll \omega_c y$; $\omega_c = \eta B$ и перейдем в (2) к безразмерным переменным:

$$(3) \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = \text{Re}(jFZ^* e^{j\theta}),$$

$$(4) \quad \frac{\partial Z}{\partial \xi} = jF e^{j\theta},$$

где $\xi = \beta_c D z$ — нормированная продольная координата;

$$Z = \beta_e \left(D \frac{\omega}{\omega_c} \right)^{-1/2} (x + jy) e^{-j\omega t}$$

— нормированное ВЧ-смещение электронов в поперечной плоскости (x, y — поперечные координаты электронов); $b = (\beta_0 - \beta_c) / \beta_c D$ — параметр рассинхронизма;

$$D = \left(\frac{\omega}{\omega_c} \frac{J_0 K_{zz}}{2V_0} \right)^{1/2} \ll 1; \quad E_{x, y, z} = (2J_0 V_0 D \beta_c^2 K_{zz})^{1/2} F \varphi_{x, y, z} e^{-j\beta_e z}.$$

Если при $\xi = 0$ пучок немодулированный и бесконечно тонкий, то следует положить

$$(5) \quad Z|_{\xi=0} = 0; \quad \theta|_{\xi=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = 0.$$

* В случае лампы прямой волны подобное приближение рассмотрено в [2].

Из (3)–(5) вытекает, что величины Z и θ не зависят от начальной фазы u_0 . Отсюда следует, во-первых, что под действием поперечной составляющей поля каждый электрон смещается от оси в направлении, определяемом его начальной фазой ($x+jy \sim Ze^{ju_0}$). При этом, однако, все электроны попадают в одинаковое продольное поле и отдают волне одинаковые количества кинетической энергии. Эта идеальная фазировка обусловлена не образованием сгустков, как в обычной ЛОВ, а является следствием механизма пространственной сортировки, действующего в ЛПП [7]. Во-вторых, сделанное замечание позволяет существенно упростить запись уравнения возбуждения (1), которое в новых переменных принимает вид

$$(6) \quad \frac{dF}{d\xi} + jbF = jZe^{-j\theta}.$$

К системе уравнений (3), (4), (6) следует добавить граничные условия, которые выражаются при $\xi=0$ формулами (5) и при $\xi=L$ соотношениями $F|_{\xi=L}=0$ в режиме генерации и $F|_{\xi=L}=F_{\text{вх}}$ в режиме усиления. Здесь $L = \beta_e D l = 2\pi DN$ – безразмерная длина лампы. Интегрируя (3) с учетом (4) и (5), получим закон сохранения энергии:

$$(7) \quad 2 \frac{d\theta}{d\xi} = F_0^2 - |F|^2 - 2 \int_0^\xi d|F|^2 d\xi = |Z|^2,$$

где $F_0 = F|_{\xi=0}$; $d = \text{Im } b$ – параметр распределенных потерь. С учетом

$$v_z = v_0 \left(1 - \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right)$$

отсюда следует, что желательный энергообмен в ЛОВПП достигается за счет торможения электронов и передачи полю части их кинетической энергии, что возможно лишь при отклонении в поперечном направлении электронов от статической траектории.

Продифференцируем (6) по ξ ; тогда, учитывая (4) и (7), пренебрегая потерями и вводя $f = Fe^{j\theta}$, будем иметь

$$(8) \quad \frac{d^2 f}{d\xi^2} - j \left[b - \frac{1}{2} (F_0^2 - |f|^2) \right] \frac{df}{d\xi} + f = 0.$$

2. РЕЖИМ СЛАБЫХ СИГНАЛОВ

Линеаризуя (8), получим

$$(9) \quad \frac{d^2 f}{d\xi^2} - jb \frac{df}{d\xi} + f = 0.$$

Уравнение (9) совпадает по форме с уравнением для амплитуды поля в ЛОВМ. Эта аналогия отражает тот факт, что группировка электронов в обоих случаях является линейной по порядку резонанса и оптимальна при $b=0$, хотя в первом случае полю отдается кинетическая энергия, а во втором – потенциальная.

Решение уравнения (9), удовлетворяющее записанным граничным условиям, при $b=0$ имеет вид

$$F = F_{\text{вх}} \frac{\cos \xi}{\cos L}.$$

Для оптимального коэффициента усиления ЛОВПП-усилителя имеем

$$(10) \quad G_{06} = 20 \lg [\cos \beta_c D l].$$

Пусковые условия ЛОВПП-генератора записываются следующим образом:

$$(11) \quad b_n = 0; \quad L_n = (2\pi DN)_n = \frac{\pi}{2}; \quad l_n = \frac{\pi}{2\beta_c} \left(\frac{\omega}{\omega_c} \frac{J_0 K_{zz}}{2V_0} \right)^{-1/2}.$$

При рабочих параметрах лампы, соответствующих $D \ll 1$, пусковая длина ЛОВПП сравнима с пусковой длиной ЛОВО при $C \ll 1$ [8].

3. РЕЖИМ БОЛЬШИХ СИГНАЛОВ

Умножим уравнение (8) на $df^*/d\xi$ и сложим полученное выражение с комплексно сопряженным. После очевидных преобразований будем иметь

$$(12) \quad \left| \frac{df}{d\xi} \right|^2 + |f|^2 = F_0^2.$$

Здесь учтено, что

$$|f(0)|^2 = F_0^2 \quad \text{и} \quad \left| \frac{df}{d\xi} (0) \right|^2 = 0$$

(последнее следует из определения f , (6) и условия $Z(0) = 0$). Обозначим $f = F_0 A e^{j\nu}$, где A и ν — действительные. Тогда из (12) получим

$$\left(\frac{dA}{d\xi} \right)^2 + A^2 \left(\frac{d\nu}{d\xi} \right)^2 + A^2 = 1,$$

а из (8), отделяя мнимую часть уравнения и поделив его на $dA/d\xi$,

$$A \frac{d}{dA} \left(\frac{d\nu}{d\xi} \right) + 2 \frac{d\nu}{d\xi} - b + \frac{1}{2} F_0^2 (1 - A^2) = 0.$$

Решая последнее дифференциальное уравнение относительно $d\nu/d\xi$ и замечая, что при $A \rightarrow 1$ $d\nu/d\xi \rightarrow 0$, находим

$$\frac{d\nu}{d\xi} = \frac{1 - A^2}{A^2} \left[\frac{F_0^2}{8} (1 - A^2) - \frac{b}{2} \right].$$

С учетом последнего соотношения получаем

$$(13) \quad \left(\frac{dA}{d\xi} \right)^2 + \frac{(1 - A^2)^2}{A^2} \left[-\frac{b}{2} + \frac{1}{8} F_0^2 (1 - A^2) \right]^2 + A^2 = 1.$$

В общем случае аналитическое решение уравнения (13) имеет весьма громоздкий вид, однако в режиме генерации оно проводится довольно просто. Действительно, чтобы (13) сохраняло смысл вблизи коллекторного конца лампы при $A \rightarrow 0$, с необходимостью должно выполняться соотношение $F_0^2 = 4b$, которое представляет собой фазовое условие генерации. При этом (13) переписывается так:

$$(14) \quad \left(\frac{dA}{d\xi} \right)^2 + \frac{1}{64} F_0^4 A^2 (1 - A^2)^2 + A^2 = 1.$$

Проводя в (14) замену $A = \cos(\varphi/2)$, после преобразований будем иметь

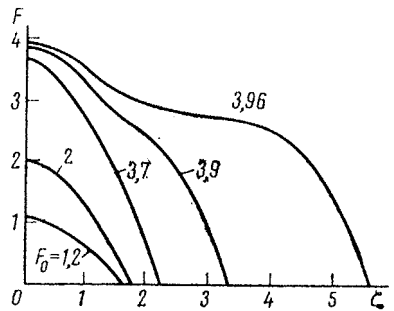
$$(15) \quad |F| = \frac{F_0 \operatorname{sn} \xi}{\sqrt{1 - \left(\frac{F_0}{4} \operatorname{sn} \xi\right)^4}}$$

Полагая $A=0$, получим выражение, связывающее безразмерную длину и амплитуду выходного сигнала:

$$(16) \quad L = K\left(\frac{F_0^2}{16}\right),$$

где $K(F_0^2/16)$ — полный эллиптический интеграл первого рода. Графики распределения поля в генераторном режиме представлены на рисунке.

Для расчета поля в усилительном режиме было проведено численное интегрирование уравнения (13). Результаты представлены в таблице. Прежде чем приступить к объяснению полученных результатов, остановимся подробнее на особенностях механизма насыщения выходного сигнала в ЛОВПП. Известно, что в обычных приборах бегущей волны с продольным взаимодействием существуют два механизма насыщения [9]. Первый связан с нарушением синхронизма между электронным потоком и волной системы и обычно реализуется в ЛБВ. Второй связан с рассыпанием электронного сгустка из-за приобретенной пучком сильной модуляции по скорости. Сильная модуляция по скорости является характерным признаком взаимодействия электронов и волны в ЛОВО, где сгусток формируется в мощном поле выходного сигнала. Как следует из результатов [5], второй механизм насыщения является более «быстродействующим», чем первый. Этим и объясняется значительное уменьшение кид ЛОВО по сравнению с кид ЛБВ. В лампах с поперечным полем как прямой, так и обратной волны модуляция по скорости очень мала. Поэтому и в ЛПП и в ЛОВПП реализуется лишь первый механизм



Распределение амплитуды поля по длине лампы в режиме генерации

**Результаты численного расчета усилительного режима ЛОВПП
(в режиме генерации F_0 не может быть больше 4)**

F_0	b	$G_{дБ}$	η/D	F_0	b	$G_{дБ}$	η/D
0,9	0	25,1	0,81	4,5	2	4,6	13,03
2,8	0	5,4	5,44	4,5	4	19,1	19,78
3,1	2	14,8	9,3	6	4	4,6	24,4

насыщения мощности. Следовательно, кид ЛОВПП должен быть сравним с кид ЛПП, который, как показано в [2, 3], достаточно высок и выше кид ЛОВО. Эти качественные рассуждения подтверждаются проведенными расчетами. Из рисунка видно, что пусковая длина лампы равна $\pi/2$. Для получения больших F_0 необходимо увеличение рабочего тока пучка (уменьшение магнитного поля нежелательно из-за возможной расфокусировки пучка), причем генерация сигналов с $F_0 > 4$ невозможна. Это объясняется тем, что для получения значительных выходных сигналов электро-

ны должны отдавать поло большое количество кинетической энергии, для чего необходим предварительный рассинхронизм пучка и волны системы ($b > 0$). Однако произвольно большой рассинхронизм делать нельзя, иначе прекратится энергообмен между потоком и волной системы. Этот эффект накладывает ограничение на электронный кпд ЛОВПП. Максимально достижимый кпд в режиме генерации $\eta_{\text{макс}} = DF_{\text{омакс}}^2$ равен $16D$ (заметьте, что результаты верны лишь при $D \ll 1$).

Из результатов, представленных в таблице, следует, что при малых F_0 и b ЛОВПП-усилитель имеет достаточно высокий коэффициент усиления, однако кпд его при этом мал из-за быстрого нарушения синхронизма скоростей электронного потока и волны системы. Для повышения кпд и уровня выходной мощности нужно увеличить начальную скорость электронов, однако при этом падает коэффициент усиления. Таким образом, режимы, оптимальные с точки зрения коэффициента усиления, неоптимальны с точки зрения кпд. В режимах оптимального кпд при $D \ll 1$ теоретический электронный кпд $\eta = D(F_0^2 - F^2)$ был получен от $0,81D$ до $24,4D$, что выше, чем у обычной ЛОВО в режиме усиления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ позволяет сделать вывод, что ЛОВПП в режиме синхронного резонанса должна обладать более высоким, чем обычная ЛОВО, электронным кпд. В режиме генерации максимально достижимый кпд $\eta = 16D$, а в режиме усиления — до $24,4D$ (при $D \ll 1$). Применение рекуперации позволит получить в данном приборе вследствие очень малого разброса скоростей высокий технический кпд.

ДОПОЛНЕНИЕ

Проведенный выше анализ легко распространить на исследование работы ЛОВПП в режиме циклотронного резонанса. Так как МЦВ обладает правой круговой поляризацией, то необходимо чтобы и поле системы имело ту же поляризацию при работе в режиме циклотронного резонанса, т. е. в этом случае $\Phi_x = 1$; $\Phi_y = j$; $\Phi_z = -j\beta_0(x + jy)$. Введем $R = re^{-j\omega ct}$; тогда в режиме циклотронного резонанса

$$(17) \quad \left| \frac{dR}{dt} \right| \ll \omega_c |R|,$$

и уравнения движения перепишутся в виде

$$(18) \quad \frac{\partial Z}{\partial \xi} = -jF^* \exp \left\{ -j \left(1 + \frac{\omega_c}{\omega} \right) \theta \right\},$$

$$(19) \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = \left(1 + \frac{\omega_c}{\omega} \right) \text{Re} \left[jFZ \exp \left\{ j \left(1 + \frac{\omega_c}{\omega} \right) \theta \right\} \right].$$

Здесь

$$Z = \beta_e R \left(D \frac{\omega}{\omega_c} \right)^{-1/2} \exp \left\{ ju_0 \left(1 + \frac{\omega_c}{\omega} \right) \right\};$$

$$E_{x,y,z} = (2J_0 V_0 D \beta_e^2 K_{zz})^{1/2} F \Phi_{x,y,z} \exp \left\{ -j\beta_e \left(1 + \frac{\omega_c}{\omega} \right) z \right\}.$$

Остальные обозначения имеют прежний смысл. Заметим, что использование условия (17) означает, по существу, усреднение по циклотронному периоду, что вполне обосновано при рассмотрении режима циклотронного резонанса. Уравнение возбуждения в нормализованных переменных запишется следующим образом:

$$(20) \quad \frac{dF}{d\xi} + j b F = j \left(1 + \frac{\omega_c}{\omega} \right)^2 Z^* \exp \left\{ -j \left(1 + \frac{\omega_c}{\omega} \right) \theta \right\},$$

где

$$b = \frac{\beta_0 - \beta_c \left(1 + \frac{\omega_c}{\omega} \right)}{\beta_c D}.$$

В (20) учтено, что так же, как и в случае синхронного резонанса, Z и θ не зависят от начальной фазы u_0 . Интегрируя (19) с учетом (18) и (20), получим закон сохранения энергии:

$$(21) \quad 2 \left(1 + \frac{\omega_c}{\omega} \right) \frac{d\theta}{d\xi} = |F_0|^2 - |F|^2 - 2 \int_0^\xi d|F|^2 d\xi = \left(1 + \frac{\omega_c}{\omega} \right)^2 |Z|^2.$$

Из закона сохранения энергии следует, что в данном случае продольная кинетическая энергия пучка переходит в энергию поля и энергию вращательного движения (поперечную кинетическую энергию пучка). С физической точки зрения в режиме циклотронного резонанса ЛОВИИ представляет собой мазер на циклотронном резонансе, индуцирующий магнитотормозное излучение в условиях аномального эффекта Доплера [10]. Преобразовав уравнения (18)–(21), нетрудно получить дифференциальное уравнение для амплитуды поля системы:

$$(22) \quad \frac{d^2 f}{d\xi^2} - j \left[b - \frac{1}{2} (F_0^2 - |f|^2) \right] \frac{df}{d\xi} + \left(1 + \frac{\omega_c}{\omega} \right)^2 f = 0.$$

Решение этого уравнения аналогично решению уравнения (8). Отметим, что КПД прибора в этом режиме ниже, чем в режиме синхронного резонанса, из-за преобразования некоторой части продольной кинетической энергии пучка в энергию вращательного движения. Для повышения КПД в этом случае необходимо иметь устройство, обеспечивающее обратный переход энергии, например, реверс магнитного поля у коллектора.

Авторы выражают глубокую признательность Д. И. Трубецкову за постоянное внимание к работе и ценные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Е. Siegman, J. Appl. Phys., 1960, 31, 1, 17.
2. R. I. Briggs, J. Appl. Phys., 1971, 42, 7, 2662.
3. В. И. Юрьев, В. Н. Добрыниченко, В. А. Шестищеров, У. А. Нигматуллин, Радиотехника и электроника, 1972, 17, 4, 830.
4. В. А. Ванке, С. К. Лесота, В. М. Лопухин, У. А. Нигматуллин, В. Л. Саввин, А. М. Хапаев, В. И. Юрьев, Радиотехника и электроника, 1976, 21, 1, 149.
5. Г. Н. Рапопорт, Докл. АН СССР, 1957, 117, 3, 411.
6. А. В. Гапонов, Изв. вузов МВССО СССР (Радиофизика), 1959, 2, 3, 443.
7. А. В. Гапонов, ЖЭТФ, 1960, 39, 2 (8), 326.
8. В. Н. Шевчик, Д. И. Трубецков, Аналитические методы расчета в электронике СВЧ, Изд. Советское радио, 1970.
9. Л. А. Вайнштейн, В. А. Солнцев, Лекции по сверхвысокочастотной электронике, лекция 7, Изд. Советское радио, 1973.
10. А. В. Гапонов, М. И. Петелин, В. К. Юлшатов, Изв. вузов МВССО СССР (Радиофизика), 1967, 10, 9–10, 1415.
11. А. М. Кац, Е. М. Ильина, И. А. Мацькин, Нелинейные явления в СВЧ-приборах О-типа с длительным взаимодействием, Изд. Советское радио, 1975.

Поступила в редакцию
15 IV 1976