

УДК 621.385.632

## РЕЖИМЫ ПОЛНОГО ПОДАВЛЕНИЯ СИГНАЛА В ЛБВ, РАБОТАЮЩЕЙ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов

Исследованы режимы полного подавления сигнала вблизи границы полосы прозрачности в ЛБВ с позиций волнового подхода. Доказана возможность существования нескольких типов режимов подавления. Предсказан режим, названный авторами реактивным подавлением, при котором имеется чисто реактивное взаимодействие поля и тока.

1. Как известно, при подобранных специальным образом значениях тока пучка и ускоряющего напряжения в лампе бегущей волны (ЛБВ) реализуется режим полного подавления входного сигнала заданной частоты [1]. Этот режим удобно использовать для измерения параметров, так как он определяется исключительно взаимодействием пучка и поля и не зависит от условий согласования ввода и вывода энергии. (В этом отношении режим подавления является уникальным среди возможных режимов работы систем конечной длины.)

В данной статье обоснована возможность реализации нескольких типов режима подавления в ЛБВ, работающей вблизи границы полосы пропускания замедляющей системы. Поскольку некоторые из них соответствуют значениям параметров, при которых бесконечно длинная система абсолютно неустойчива [2], то возникает естественный вопрос о возможности реализации этих режимов, т.е. об их устойчивости. (Заметим, что при предельных значениях параметров найденные условия подавления могут превращаться как в условия срыва Компфнера, так и в стартовые условия лампы обратной волны (ЛОВ) без отражений.) Ответ заключается в том, что для экспериментального наблюдения подобных режимов может потребоваться подбирать такие условия на концах замедляющей системы, чтобы при токе, отвечающем режиму подавления, лампа еще не самовозбудалась.

2. Аппроксимируем дисперсионную характеристику замедляющей системы вблизи границы полосы пропускания первыми членами ряда Тейлора:

$$\omega = \omega_0 + (1/2)\omega''(\beta_0)(\beta - \beta_0)^2, \quad (1)$$

где  $\omega_0$  — частота отсечки,  $\beta_0$  — соответствующее ей волновое число.

Представим высокочастотный ток и синхронную с пучком составляющую продольного электрического поля в ЛБВ следующим образом:

$$\tilde{I} = \text{Re} [J(x, t) \exp(i\omega t - i\beta_0 x)], \quad \tilde{E} = \text{Re} [\mathcal{E}(x, t) \exp(i\omega_0 t - i\beta_0 x)]. \quad (2)$$

Закону дисперсии (1) соответствует следующее уравнение свободной волны:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + i \frac{\omega''(\beta_0)}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \mathcal{E}(x, t) = 0. \quad (3)$$

Как показано в работе [2], взаимодействие такой волны с высокочастотным током описывается уравнением

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \frac{i\omega''(\beta_0)}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \mathcal{E}(x, t) = -\frac{\omega_0 \beta_0 R(\beta_0)}{2} J(x, t), \quad (4)$$

где  $R(\beta_0)$  — коэффициент пропорциональности между квадратом амплитуды поля и плотностью запасенной энергии.

В случае гармонического входного сигнала ВЧ поле и ток пропорциональны  $e^{i\omega t}$ . Тогда следует положить  $\mathcal{E}(x, t) = \mathcal{E}(x) e^{i(\omega - \omega_0)t}$  и  $J(x, t) = J(x) e^{i(\omega - \omega_0)t}$ , при этом уравнение (4) принимает вид

$$\frac{d^2 \mathcal{E}(x)}{dx^2} + \frac{2(\omega - \omega_0)}{\omega''(\beta_0)} \mathcal{E}(x) = \frac{i\omega_0 \beta_0 R(\beta_0)}{\omega''(\beta_0)} J(x). \quad (5)$$

Это стационарное уравнение возбуждения комплексной амплитуды синхронного поля  $\mathcal{E}(x)$  заданным током  $J(x) e^{-i\beta_0 x}$ .

В кинематическом приближении взаимодействие волн тока с волнами поля описывается уравнением [1]

$$\left[ \frac{d}{dx} + i \left( \frac{\omega}{v_0} - \beta_0 \right) \right]^2 J(x) = i \frac{\omega_0 I_0}{2u v_0} \mathcal{E}(x). \quad (6)$$

Перейдем далее к безразмерным переменным:

$$\xi = \epsilon \beta_0 x, \quad \Omega = \frac{2(\omega - \omega_0)}{\epsilon^2 \beta_0^2 |\omega''(\beta_0)|}, \quad I = \frac{J}{I_0}, \quad F = \frac{\mathcal{E}}{2\beta_0 \mu \epsilon^2}, \quad (7)$$

$$\epsilon^4 = \frac{I_0 R(\beta_0)}{2u} \frac{\omega_0}{\beta_0^2 |\omega''(\beta_0)|}.$$

Предполагая, что параметр взаимодействия  $\epsilon$  мал ( $\epsilon \ll 1$ ), сохраним в (5) и (6) члены только первого не исчезающего порядка по  $\epsilon$ :

$$\mu (d^2 F / d\xi^2) + \Omega F = iI; \quad (8)$$

$$\{d/d\xi - iB\}^2 I = iF, \quad (9)$$

где  $B = (\beta_0 v_0 - \omega_0) / \epsilon \beta_0 v_0$  — параметр, характеризующий рассинхронизм пучка с волной критической частоты;  $\mu = \text{sign } \omega''(\beta_0)$ .

3. Система (8), (9) имеет четвертый порядок, следовательно, ее следует дополнить четырьмя граничными условиями. Установим вид этих условий для случая режима полного подавления сигнала.

Первые два условия очевидны — на входном конце прибора волны тока в пучке не возбуждены:

$$I(0) = 0, \quad I'(0) = 0. \quad (10)$$

Два оставшихся условия должны относиться к полю, и поэтому для выяснения их вида рассмотрим систему без пучка. Распределение поля в такой системе подчиняется уравнению

$$\mu (d^2 F / d\xi^2) + \Omega F = 0. \quad (11)$$

Так как на выходном конце прибора нет источников и отсутствует внешний сигнал, то уравнение второго порядка (11) следует дополнить однородным граничным условием. Общий вид этого условия следующий:

$$-a_1 F(l) + a_2 F'(l) = 0, \quad (12)$$

где  $l$  — безразмерная длина прибора,  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — коэффициенты, которые определяются только конструкцией вывода энергии и могут зависеть от частоты.

Граничное условие (12), очевидно, сохранит свой вид и для системы с пучком. Поскольку условием полного подавления сигнала является равенство нулю поля на выходном конце прибора,

$$F(l) = 0, \quad (13)$$

то, согласно (12), обращается в нуль и производная:

$$F'(l) = 0. \quad (14)$$

На языке распространяющихся волн условия (13), (14) означают равенство нулю амплитуд падающей и отраженной волн\*.

Как показано ниже, поставленная краевая задача имеет нетривиальные решения лишь при определенных значениях параметров  $l = l(\Omega)$  и  $B = B(\Omega)$ . Эти условия подавления, а также соответствующие распределения поля и тока по длине системы не будут зависеть от условий согласования ввода и вывода энергии, поскольку в постановке задачи не фигурирует ни один параметр, их характеризующий.

4. При наложении двух граничных условий (10) уравнения (9) имеют два линейно независимых решения, которые будем отмечать индексами 1 и 2. Эти решения удобно подчинить (наряду с (10)) следующим условиям:

$$F_1(0) = 0, \quad F_1'(0) = 1, \quad F_2(0) = 1, \quad F_2'(0) = 0. \quad (15)$$

Будем искать решение краевой задачи (9), (10), (13), (14) в виде

$$F = C_1 F_1 + C_2 F_2, \quad (16)$$

$$F' = C F_1' + C_2 F_2'.$$

Условия полного подавления сигнала (13), (14) выполняются в том и только в том случае, когда определитель системы уравнений (16)

$$D(\xi) = F_2(\xi) F_1'(\xi) - F_1(\xi) F_2'(\xi)$$

обращается в нуль при  $\xi = l$ . Решение краевой задачи дается тогда формулой

$$F(\xi) = C [F_2(l) F_1(\xi) - F_1(l) F_2(\xi)], \quad (17)$$

где  $C$  — произвольная постоянная.

Определитель  $D$  представляет собой функцию параметров  $l$ ,  $\Omega$  и  $B$ . При фиксированных  $l$  и  $\Omega$  уравнение  $D(l, \Omega, B) = 0$  определяет в комплексной  $D$ -плоскости некоторую замкнутую линию (годограф). Эта линия начинается (при  $B \rightarrow -\infty$ ) и кончается (при  $B \rightarrow \infty$ ) в точке  $(C, 1)$ , поскольку при  $|B| \gg 1$  пучок и волна не взаимодействуют, и величины  $F_1, F_1'$  и  $F_2, F_2'$  равны своим начальным значениям (15). Для  $l \ll 1$  годограф целиком располагается в окрестности точки  $(0, 1)$ . По этой причине можно утверждать, что если при некотором  $l = l_0$  годограф охватывает начало координат, то обязательно существуют значения параметров  $l = l_{\pi} < l_0$  и  $B = B_{\pi}$ , обращающие  $D$  в нуль. (Параметр  $\Omega = \Omega_{\pi}$  полагаем фиксированным.)

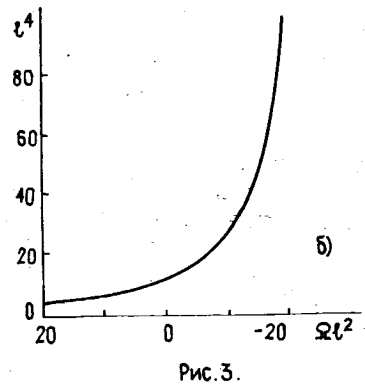
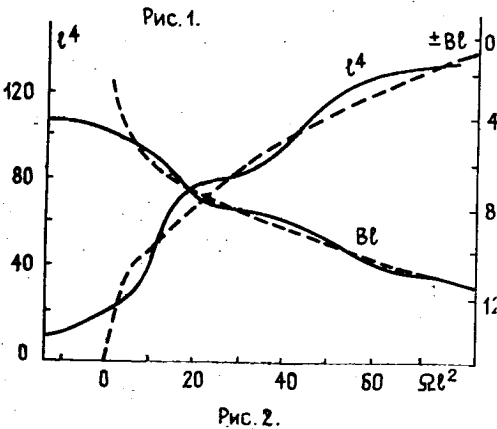
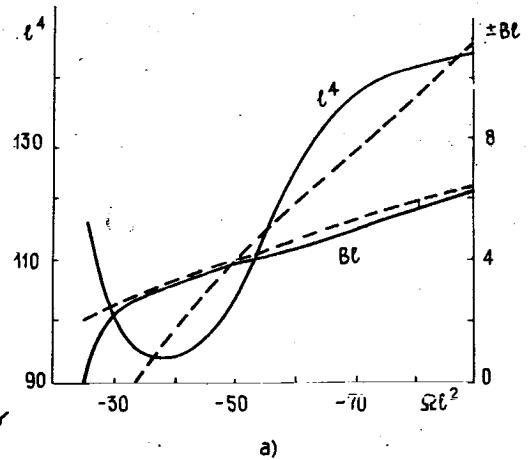
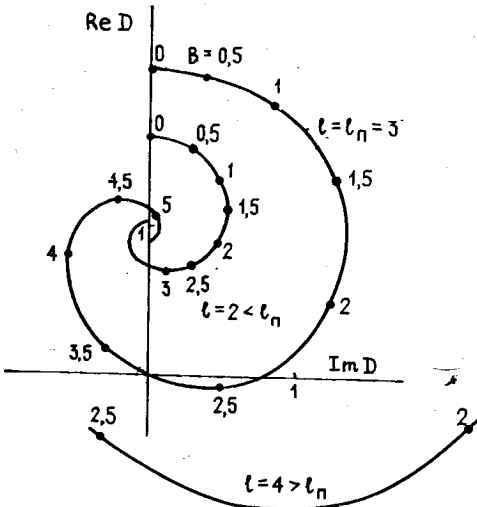
\* Более подробное обсуждение граничных условий проведено в Приложении.

Для построения годографа нужно найти решения 1 и 2. Первое отыскивалось путем численного решения соответствующей задачи Коши для уравнений (9). Поскольку второе решение, как нетрудно видеть, получается из первого дифференцированием, то его можно восстановить по формулам

$$F_2 = F_1', \quad F_2' = \mu(-\Omega F_1 + iI_1), \quad I_2 = I_1', \quad I_2' = 2iBI_1' + B^2I_1 + iF_1, \quad (18)$$

которые следуют из (9).

На рис. 1 показана конфигурация годографа в  $D$ -плоскости при  $\mu=1$ . (Так как годограф симметричен относительно действительной оси, то приведена только его часть, соответствующая  $B < 0^*$ .) Годограф имеет форму спирали, разматывающейся тем быстрее, чем больше  $l$ . Подбором параметра  $l$  для данного  $\Omega$  можно добиться того, чтобы годограф прошел через начало координат, и определить, таким образом, условия подавления. С ростом  $l$  через начало координат проходят последовательно первый, второй и т. д. витки спирали, что соответствует режимам подавления первого, второго и т. д. порядков.



Предложенный метод решения краевой задачи обладает доказательной силой, хотя и является численным.

\* Уравнения (8), (9) переходят сами в себя, если сменить знак  $B$  и выполнить комплексное сопряжение.

5. На рис. 2 и 3 приведены результаты расчета условий полного подавления. В качестве параметров использованы не величины  $l$ ,  $B$  и  $\Omega$ , а следующие их комбинации:  $l^4$ ,  $Bl$ ,  $\Omega l^2$ . Последние удобнее в том отношении, что  $l^4$  пропорционально току,  $Bl$  — напряжению, отсчитываемому от значения, отвечающего точному синхронизму пучка с волной критической частоты (т.е.  $Bl=0$  соответствует пересечению дисперсионных характеристик пучка и замедляющей системы точно на частоте отсечки),  $\Omega l^2$  пропорционально отстройке частоты внешнего сигнала от частоты отсечки ( $\Omega l^2 = 0$  соответствует точно частоте отсечки). Таким образом, на рис. 2 и 3 фактически показаны зависимости тока и напряжения подавления от частоты. На рис. 2 приведены соответствующие кривые для низкочастотной границы полосы, а на рис. 3 — для высокочастотной.

При  $|Bl| \gg 1$  (большие отстройки по напряжению от критической точки) найденные условия подавления соответствуют обычному срыву Компфнера ( $\mu B < 0$ ) или пусковым условиям ЛОВ без отражений ( $\mu B > 0$ ) — пунктирные линии на рис. 2 и 3. При приближении к частоте отсечки эти режимы несколько модифицируются. Особый характер носит режим подавления, реализующийся вблизи высокочастотной границы полосы пропускания при  $B = 0$  (рис. 3б). Он не имеет аналога в одноволновой теории и обусловлен чисто реактивным взаимодействием пучка и поля (нетрудно показать, что при  $B = 0$  сдвиг фаз между током и полем точно  $\pi/2$ ), и ему отвечает нулевой суммарный поток энергии во входной секции прибора.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

Как известно, полное электромагнитное поле в периодическом волноводе можно представить в следующем виде [3]:

$$E(x) = \sum_s C_s(x) E_s^0(x) e^{-i\beta_s x} + \sum_{-s} C_{-s}(x) E_{-s}^0(x) e^{-i\beta_{-s} x}, \quad (\text{П.1})$$

где  $E_{\pm s}^0$  — собственные функции волновода,  $\beta_{\pm s}$  — постоянные распространения прямых и обратных волн. Ограничимся учетом прямой и встречной волн одного типа:

$$E(x) = C_s(x) E_s^0(x) e^{-i\beta_s x} + C_{-s}(x) E_{-s}^0(x) e^{-i\beta_{-s} x}. \quad (\text{П.2})$$

Собственные поля  $E_{\pm s}^0(x)$  являются периодическими функциями координаты  $x$ , что позволяет разложить их в ряд Фурье, т.е. перейти к представлению поля в виде совокупности пространственных гармоник:

$$E(x) = C_s(x) \left[ \sum_n E_{sn} e^{-i\beta_{sn} x} \right] + C_{-s}(x) \left[ \sum_n E_{-sn} e^{-i\beta_{-sn} x} \right]. \quad (\text{П.3})$$

Пусть периодический волновод нагружен на некоторое выходное устройство, причем комплексный коэффициент отражения от этого устройства равен  $\Gamma(\omega)$ . Тогда

$$C_{-s}(L) \left[ \sum_n E_{sn} e^{-i\beta_{sn} L} \right] = \Gamma(\omega) C_s(L) \left[ \sum_n E_{-sn} e^{-i\beta_{-sn} L} \right], \quad (\text{П.4})$$

где  $L$  — длина прибора.

В случае подавления сигнала падающая волна на выходе прибора должна обращаться в нуль:

$$C_s(L) \left[ \sum_n E_{sn} e^{-i\beta_{sn} L} \right] = 0. \quad (\text{П.5})$$

Условия (П.4) и (П.5) совместны, лишь если

$$C_s(L) = 0, \quad C_{-s}(L) = 0. \quad (\text{П.6})$$

Это и есть условия полного подавления сигнала. Отметим, что соотношения (П. 6) означают обращение в нуль не только падающей волны, а и полного электромагнитного поля на выходе прибора.

Выделим теперь из полного поля  $E(x)$  синхронную с электронным потоком часть  $E_c(x)$ :

$$E = E_c(x) + E_{nc}(x), \quad (\text{П.7})$$

где

$$E_c(x) = C_s(x) E_{sm} e^{i\beta_{sm}x} + C_{-s}(x) E_{-sp} e^{-i\beta_{-sp}x}. \quad (\text{П.8})$$

Здесь  $m$  и  $p$  — номера смежных гармоник, синхронных с потоком; например, для системы с отрицательной дисперсией нулевой гармоники вблизи низкочастотной отсечки  $m=1, p=0$ .

Синхронное поле  $E_c(x)$  связано с входящей в уравнение (5) комплексной амплитудой  $\mathcal{E}(x)$  соотношением

$$\mathcal{E}(x) = E_c(x) e^{i\beta_0 x}, \quad (\text{П.9})$$

где  $\beta_0 = \beta_{sm}(\omega_0) = \beta_{-sp}(\omega_0)$  — волновое число на критической частоте. Поскольку  $\beta_{sm} = \beta_0 + \Delta\beta$ , а  $\beta_{-sp} = \beta_0 - \Delta\beta$ , то

$$\mathcal{E}(x) = C_s(x) E_{sm} e^{-i\Delta\beta x} + C_{-s}(x) E_{-sp} e^{i\Delta\beta x}. \quad (\text{П.10})$$

Формула (П. 10) дает разбиение амплитуды синхронного поля на амплитуды двух гармоник.

Обратимся к уравнению (8). Его можно разбить на два уравнения возбуждения безразмерных амплитуд  $F_+$  и  $F_-$  двух синхронных гармоник:

$$\begin{aligned} dF_+/d\xi + i\sqrt{\bar{Q}}F_+ &= -I/2\sqrt{\bar{Q}}, \\ dF_-/d\xi - i\sqrt{\bar{Q}}F_- &= I/2\sqrt{\bar{Q}}. \end{aligned} \quad (\text{П.11})$$

(Рассмотрен случай низкочастотной границы полосы пропускания,  $\mu=1$ .)

Амплитуды  $F_+$  и  $F_-$  связаны с соответствующими размерными амплитудами посредством соотношений (см. (2), (7), а также [2])

$$F_+ = C_s(x) \frac{E_{sm} e^{-i\Delta\beta x}}{2\beta_0 \mu \varepsilon^2}, \quad F_- = C_{-s}(x) \frac{E_{-sp} e^{i\Delta\beta x}}{2\beta_0 \mu \varepsilon^2}. \quad (\text{П.12})$$

Ясно, что условия (П.6) требуют обращения в нуль на выходе прибора безразмерных амплитуд  $F_+$  и  $F_-$ :

$$F_+(l) = 0, \quad F_-(l) = 0 \quad (\text{П.13})$$

( $l$  — безразмерная длина прибора). Сложим уравнения (П. 11). Получим

$$dF/d\xi + i\sqrt{\bar{Q}}(F_+ - F_-) = 0, \quad (\text{П.14})$$

где  $F = F_+ + F_-$ . Но тогда из (П. 13) следует, что  $(dF/d\xi)(l) = 0$ . Кроме того,  $F(l) = F_+(l) + F_-(l) = 0$ . Мы пришли к граничным условиям (13), (14).

Следует отметить, что проведенный здесь нами вывод граничных условий использует разбиение поля на прямую и встречную волны и поэтому не пригоден в случае точного равенства  $\omega = \omega_0$ . Он справед-

лив, однако, для частот, сколь угодно близких к критической (причем, как больших, так и меньших критической). Сама же формулировка граничных условий (13), (14) не содержит никаких особенностей на критической частоте и поэтому может быть распространена и на случай  $\omega = \omega_0$ . Вывод граничных условий, приведенный в основном тексте, свободен от указанного недостатка, но является несколько формальным.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шевчик В. Н., Трубецков Д. И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. — М.: Сов. радио, 1970.
2. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 9, с. 1104.
3. Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. — М.: Сов. радио, 1973.

Саратовский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
6 апреля 1983 г.,  
в окончательном варианте  
9 февраля 1984 г.

### REGIMES OF A COMPLETE SIGNAL DAMPING IN TWT NEAR THE BOUNDARY OF TRANSMISSION BAND

*A. P. Kuznetsov, S. P. Kuznetsov*

The regimes of a complete signal damping in TWT near the boundary of transmission band are investigated with the help of wave interaction linear theory. The unusual regime called reactive damping is predicted. In such a regime no energy exchange between electron beam and electromagnetic field takes place and interaction is fully reactive.

#### Аннотации депонированных статей

УДК 621.039.641.01

### К ТЕОРИИ ВОЗБУЖДЕНИЯ АЛЬФВЕНОВСКИХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

*П. И. Курилко, В. Е. Моисеенко*

В приближении магнитной гидродинамики получено аналитическое соотношение для антенны полувиткового типа, возбуждающей в неоднородной плазме локальные альфвеновские резонансы. Проведен спектральный анализ энергии бесстолкновительного поглощения. Показано, что в случае резко выраженной неоднородности  $r_1 \ll a$ , когда область нулевого градиента плотности мала по сравнению с радиусом плазмы  $a$ , основная доля поглощаемой энергии обусловлена первыми азимутальными гармониками  $|m| = 1$ .

Статья депонирована в ВИНТИ,  
рег. № 5470—84. Деп. от 27 июля 1984 г.