

СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА РАСПРЕДЕЛЕННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ

*Д.И. Трубецков, С.П. Кузнецов, Н.М. Рыскин,
А.Е. Храмов*

1. Сверхвысокочастотная электроника глазами нелинейной динамики (общий взгляд)

Когда-то С.М. Рытов определил радиофизику как “физику для радио и радио для физики”. Право С.М. Рытову давать определения подтвердил тогда академик Минц, сказав, что “радиофизика — это то, чем занимается С.М. Рытов”. Но термин родился в Нижнем Новгороде, тогда еще в Горьком. В “Избранных очерках о зарождении и взрослении радиофизики в горьковско-нижегородских местах” М.А. Миллер отмечает, что В.И. Гапонов писал в “Горьковской правде”: “Радиофизика держится на трех китах: теории колебаний, электродинамике и электронике”. Тема этих лекций – третий кит – электроника.

Правда, сегодня, согласно опять же М.А. Миллеру, “радиофизика. . . вымахала за пределы, отпущенные ей при рождении: она проникла в акустику, в гидро-, гео- и астрофизику, в газо- и плазмодинамику, в твердотелье и уж конечно во все видимые и невидимые диапазоны электромагнетизма”. Добавим сюда и науку о живом.

Радиофизика стала нелинейной, причем, нелинейность стала понятием первичным. Появилось то, что называют нелинейной динамикой или синергетикой, то, что можно назвать современной наукой о колебаниях и волнах.

По Ю.Л. Климонтовичу “синергетика – не самостоятельная научная дисциплина, но новое междисциплинарное направление; цель синергетики – выявление общих идей, общих методов и общих закономерностей в самых разных областях естествознания, а также социологии и даже лингвистики; более того в рамках синергетики происходит кооперирование различных специальных дисциплин”.

Представляется, что на отдельные дисциплины разумно взглянуть глазами нелинейной динамики. Эти лекции – подобный взгляд на вакуумную сверхвысокочастотную (СВЧ) электронику, точнее на ее отдельные объекты.

Что связывает нелинейную динамику и СВЧ электронику, какие общие физические процессы и явления они изучают? Их много: са-

мовозбуждение колебаний в неравновесной среде, возникновение и эволюция динамического хаоса, излучение в неоднородной среде – усиление и параметрические явления, нелинейные волны, образование паттернов, процессы синхронизации.

Нелинейная динамика изменила СВЧ электронику в первую очередь благодаря решению нестационарных задач. Хокни и Банеман эмоционально писали применительно к магнетрону: "... вместо того, чтобы искать этот вечно ускользающий стационарный режим, можно следить за пространственно–временной эволюцией системы...".

И, конечно, новый толчок исследованиям, дало открытие сложной динамики в нелинейных системах и особенно, динамического хаоса, а также фрактальной геометрии.

Далее кратко рассмотрим глазами нелинейной динамики "коллекцию" примеров в рамках пяти идей, создавших СВЧ электронику. Более подробно остановимся на некоторых экземплярах коллекции, в частности, на лампе обратной волны как распределенной автоколебательной системе, демонстрирующей сложную динамику и хаос. Кроме того, опишем образование паттернов и их взаимодействие в СВЧ устройствах с виртуальным катодом.

Начнем с напоминаний об особенностях СВЧ электроники по сравнению с электроникой низких частот. В любом электронном приборе взаимодействие переменного электромагнитного поля (электромагнитных колебаний или волн) с электронами (свободными или связанными) является основным в его работе. Поле воздействует на электронный поток, создает в нем переменный ток, который, в свою очередь, изменяет поле. Конечно, для конкретных расчетов нужно детализировать устройство электронного прибора, но всегда имеется связка поле – электроны (см. рис. 1).

Следуя [1], сформулируем, какими свойствами обладают низкочастотные лампы (например, вакуумный триод), в потом проследим, выполняются ли эти свойства на СВЧ (0.3–3000 ГГц).

Для низкочастотных ламп справедливо следующее.

1) Переменные поля в лампе не должны проявлять волновых свойств, в частности, вводы и выводы, выполненные в виде проводов, не должны существенно влиять на свойства лампы и ее цепи. Если D – характерный размер лампы, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны, то волновые свойства не проявляются при $kD \ll 1$, или $D \ll \lambda$.

2) Электроны в лампе не должны проявлять своей инерционности (время пролета их между электронами $t_{пр}$ пренебрежимо мало по сравнению с периодом T колебаний поля). Это условие можно записать так: $\omega t_{пр} \ll 1$ или $t_{пр} \ll T$. Оба приведенных условия мож-



Рис. 1: Колебания, волны и электроны в электронных приборах.

но переписать единообразно: если ввести $t_{\text{расп}} = D/c$ – время распространения волны через лампу и ее цепь (c – скорость света в пустоте), то оба приведенных выше неравенства можно представить следующим образом: $\omega t_{\text{расп}} \ll 1$. В СВЧ электронике свойства, сформулированные выше, нарушаются и нужно написать, что

$$D \sim \lambda, \quad t_{\text{пр}} \sim T \quad \text{или даже} \gg T,$$

кроме того, вводы и выходы энергии существенно влияют на работу лампы. Именно эти особенности привели к появлению пяти основных идей, создавших СВЧ–электронику, которые кратко изложим, выделяя основные колебательно-волновые явления и эффекты.

Идея первая. Модуляция электронов по скорости и группирование электронов в пространстве дрейфа.

Как известно, этой идее соответствует одна простая модель, в которой вдоль оси x движется поток невзаимодействующих частиц так, что в эйлеровых переменных (x, t) их скорость удовлетворяет уравнению

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

В электронике СВЧ это уравнение описывает в рамках так называемой кинематической теории поведение электронного потока в трубе дрейфа приборов клистронного типа (детали можно найти, например, в [2]). Различие в скоростях электронов приводит в трубе дрейфа к образованию электронных уплотнений – группированию электронов потока.

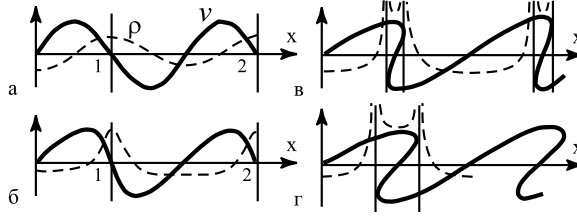


Рис. 2: Эволюция во времени синусоидального возмущения в пучке невзаимодействующих частиц. Здесь сплошными линиями обозначена скорость, штриховыми – плотность. (а) Начальное состояние, соответствующее синусоидальному возмущению скорости; (б) образование электронных уплотнений (группирование частиц около точек 1 и 2); (в, г) опрокидывание волны скорости и образование удвоенного числа особенностей на кривой $\rho = \rho(x)$

Пусть в момент времени $t = 0$ поток оказывается возмущенным по скорости по закону $a \sin kx$, где $k = \omega/v_0$ – волновое число, соответствующее волне скорости малой амплитуды с частотой ω ; $v_0 = const$. В системе координат, движущейся со скоростью v_0 ($v = v_0 + u$) уравнение $dv/dt = 0$ примет вид: $\partial u/\partial t + u\partial u/\partial x = 0$, решение которого имеет вид простой волны $u = U(t - x/u)$, где выражение для U определяется начальным возмущением. Рис. 2 иллюстрирует процесс эволюции потока на фазовой плоскости (u, x) .

Начальное состояние потока – синусоида $a \sin kx$ на плоскости (u, x) ; здесь же штриховой линией показана зависимость плотности объемного заряда потока от x (рис. 2а). С течением времени происходит искажение профиля волны: частицы с $u > 0$ уходят вперед, а с $u < 0$ отстают от волны. Одновременно образуются сгущения частиц вблизи точек 1 и 2, где $u = 0$, и происходит группирование потока (рис. 2б). Волна постепенно становится все круче, и в конце концов производная $\partial u/\partial x$ на ее переднем фронте обращается в бесконечность (в бесконечность обращается в этой точке и плотность $\rho(x)$ объемного заряда потока). В следующий момент происходит опрокидывание волны, и функция $u(x, t)$ перестает быть однозначной (рис. 2 в, г): у нее появляется точка поворота, т.е. образуются встречные пучки. После опрокидывания волны функция $\rho(x)$ имеет удвоенное число особенностей (рис. 2 в, г).

В СВЧ электронике для описания процесса группирования электронов отказываются от переменных Эйлера (x, t) и переходят к переменным Лагранжа (t, t_0) или (x, t_0) , где t_0 – начальный момент влета электронов в трубу дрейфа. Наглядное представление о группирова-

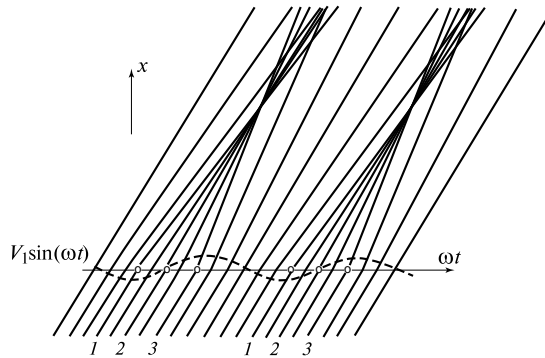


Рис. 3: Пространственно–временная диаграмма группирования электронов в пространстве дрейфа: 1 – электрон, который тормозится полем, 2 – электрон, не испытывающий воздействия со стороны поля, 3 – электрон, который ускоряется полем

нии в трубе дрейфа дает так называемая пространственно временная диаграмма на плоскости $(x, \omega t_0)$ на рис. 3.

Из рис. 3 видно, что за период высокочастотного воздействия траектории сходятся (образуются уплотнения частиц) или расходятся (образуется разрежения частиц), что и иллюстрирует процесс группирования.

Сравнивая “волновой” и “корпускулярный” подходы к описанию группирования, можно сделать вывод, что процесс опрокидывания волны соответствует явлению обгона одних частиц другими.

Рассмотренная модель сильно идеализирована, поскольку не учитывает сил кулоновского взаимодействия между частицами. В частности, для волн малой амплитуды в системе дисперсии нет. Поскольку в модели, учитывающей влияние сил пространственного заряда дисперсия появляется, естественным становится предположение о возможности существования в электронном потоке уединенных волн и даже солитонов. В большинстве работ, посвященных нелинейным волнам пространственного заряда (ВПЗ) исходные уравнения путем “насильственных” упрощений сводились к уравнению Кортевега-де-Вриза (КдВ), на основе чего делался вывод о возбуждении в электронном потоке КдВ-солитонов. В работе [3] были найдены точные решения в виде уединенных волн, определены условия их устойчивости и проведено численное моделирование процессов в электронном потоке. Показано, что при эволюции широкого класса начальных возмущений образуются одна или несколько уединенных волн и “осцил-

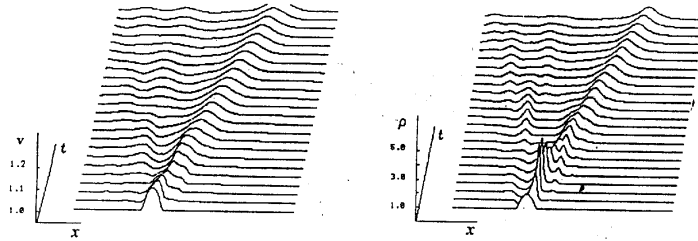


Рис. 4: Образование уединенной волны и осциллирующего хвоста при эволюции возмущения: *а* – скорость электронов, *б* – плотность заряда.

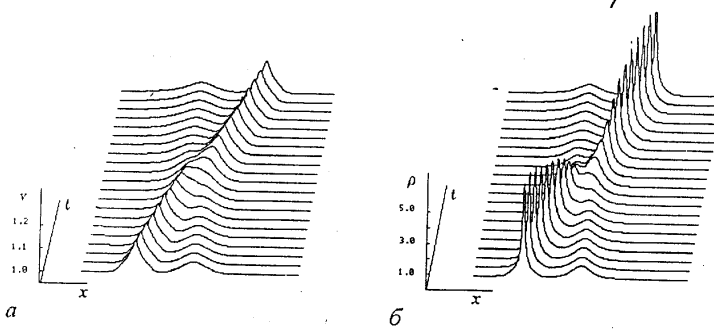


Рис. 5: Взаимодействие двух быстрых уединенных волн с сильно различающимися амплитудами: *а* – скорость электронов, *б* – плотность заряда.

лирующий хвост” малой амплитуды. Пример такой эволюции иллюстрирует рис. 4, на котором приведены зависимости скорости (*а*) и плотности заряда (*б*) от координаты в различные моменты времени.

Расчеты показали, что столкновение попутных волн является упругим с достаточно большой степенью точности (см. рис. 5).

Существует качественное отличие между взаимодействием волн с сильно различающимися и близкими амплитудами: в последнем случае столкновение происходит без образования одиночного пика. Столкновение встречных волн (т.е. быстрой и медленной) является существенно неупругим.

Особую группу приборов с динамическим способом управления электронным потоком (скоростная модуляция с последующим группированием) составляют генераторы со сверхпредельными токами (виркаторы), работа которых основана на формировании в пространстве взаимодействия виртуального катода (ВК) – области с потенциалом

поля пространственного заряда, близким к потенциалу источника электронов. Одной из простейших моделей виркаторов на пролетном токе является модель диода Пирса, в которой поток электронов, статический пространственный заряд которого скомпенсирован фоном неподвижных ионов, поступает в эквипотенциальное дрейфовое пространство (подробное математическое описание модели и результатов численного эксперимента приведено ниже в самостоятельном разделе статьи). Применение современных методов нелинейной динамики (расчет размерностей восстановленных аттракторов колебаний ВК, вычисление максимальных ляпуновских характеристических показателей, определение взаимных корреляций между колебаниями плотности заряда в различных сечениях потока) позволило обнаружить области хаотических колебаний ВК в пространстве управляющих параметров системы.

Анализ физических процессов в электронном потоке проводится при помощи построения пространственно-временных диаграмм. Типичный результат для одного периода колебаний виртуального катода представлен на рис. 6. Каждая кривая показывает изменение местоположения x крупной частицы – электрона с течением времени t . На одном периоде колебаний можно выделить два сгущения кривых, которым соответствуют два сгустка, формирующихся в электронном потоке. Эти сгустки возникают при любых начальных условиях и представляют собой автоструктуры. Первый сгусток соответствует ВК. При его распаде поступающий в систему поток модулируется полем первого сгустка и в результате превращения модуляции по скорости в модуляцию по плотности формируется второй сгусток. Возникновению хаотических колебаний соответствует критическое значение плотности заряда во втором сгустке, при котором часть потока начинает отражаться от него, оказывая воздействие на формирование ВК на следующем периоде колебаний, что приводит к формированию распределенной обратной связи в системе.

Таким образом, возникновение хаотических колебаний в электронном потоке с ВК связано с усилением связи между структурами (возникновением распределенной внутренней обратной связи по потоку).

Идея вторая. Взаимодействие электронного потока, движущегося в скрещенных статических электрическом и магнитном полях, с ВЧ электромагнитном полем (магнетронное взаимодействие).

Нет сомнения в том, что спицы пространственного заряда в магнетроне представляют собой динамические автоструктуры, эволюция которых по-прежнему не понята до конца (см. “о трех загадках в магнетроне” [2, Лекция 7])). И лишь в последние годы представления и методы нелинейной динамики позволяют продвинуться в понимании

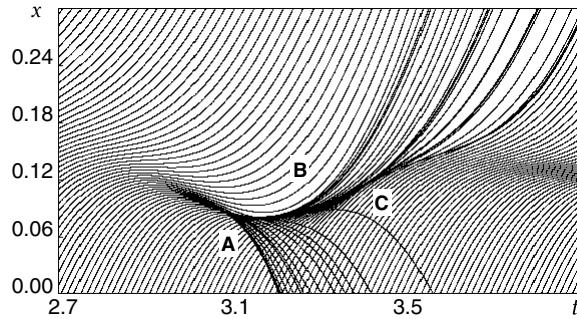


Рис. 6: Пространственно–временная диаграмма движения электронов в диоде Пирса, демонстрирующая образование двух взаимодействующих электронных структур

сложных процессов в облаке пространственного заряда и объяснении, например, больших шумов в магнетроне. Так, Г.Г. Моносовым [4] в компьютерном эксперименте обнаружен процесс хаотической модуляции в магнетроне. Качественно этот процесс можно описать следующим образом. Наложённое на однородный статический электронный поток высокочастотное поле резонаторной системы сначала приводит к образованию выпуклости, на которую постепенно накручиваются новые слои электронов, образуя локальную вращающуюся втулку. Когда верхние слои этой втулки поднимаются достаточно близко к аноду, они под действием высокочастотного поля резонаторной системы отрываются от локальной втулки и постепенно в виде сгустков импульсами оседают на аноде. После оседания сгустка локальная втулка постепенно восстанавливается и описанный процесс продолжается вновь. Нерегулярность этого процесса связана с тем, что время образования локальной втулки не связано со временем прохождения втулки от одной щели к другой. Поэтому процесс отрыва порций заряда от локальной втулки каждый раз начинается при новом исходном состоянии втулки. Вследствие этого от втулки каждый раз отрываются разные порции заряда. Такая хаотическая автомодуляция может являться одной из причин возникновения шумового пьедестала в частотном спектре сигнала, генерируемого магнетроном.

Сложная, в том числе хаотическая, динамика имеет место в усилителе обратной волны со скрещенными полями (амплитроне) и определяется возникающей обратной связью между входом и выходом прибора ([5], см. также [2]).

Идея третья. Взаимодействие электронного потока с замедленной бегущей электромагнитной волной (лампа с бегущей волной - ЛБВ).

Интересно, что нелинейная теория ЛБВ началась с поиска решений в виде нелинейных стационарных волн в работе Л. Бриллюена (J. Appl. Phys. 1949, v. 20, № 12, p. 1196). Для СВЧ электроники режимы возбуждения стационарных нелинейных волн, по крайней мере сегодня, интереса не представляют. Обзор теории нелинейных волн в электронных потоках и системах электронный поток – электромагнитное поле представлен в работе [6], где детально обсуждены вопросы, связанные с возможностью возбуждения и распространения в указанных системах уединенных волн, в частности – солитонов.

Истории было угодно, чтобы ЛБВ-генератор с запаздывающей обратной связью (шумотрон), предложенный В.Я. Кисловым, стал первым СВЧ-генератором мощных шумовых (как впоследствии выяснилось, хаотических) сигналов (см., например, [7], а также [2]). Именно в натуральных экспериментах с шумотроном обнаруживались те или иные сценарии динамического хаоса и проводилось сопоставление с теорией.

Идея четвертая. Взаимодействие электронного потока с обратной с обратной электромагнитной волной (лампа с обратной волной - ЛОВ или карсинотрон).

Сложная динамика различных вариантов ЛОВ как распределенной автоколебательной системы исследована весьма полно как теоретически, так и экспериментально (см. [2], лекции 12, 13 и библиографию к ним). Тем не менее исследования продолжают и обнаруживаются все больше и больше новых особенностей и тонкостей. Изложению основных результатов нестационарной теории ЛОВ посвящена отдельная часть статьи.

Идея пятая. Взаимодействие криволинейных электронных потоков с электромагнитными полями. Мазеры на циклотронном резонансе (МЦР).

Эта идея как бы с самого начала принадлежала не только СВЧ электронике, но и нелинейной динамике: основополагающая статья называлась “Индукцированное излучение возбужденных классических элетронов-осцилляторов и его использование в высокочастотной электронике” [8]. Наиболее удобной средой для будущих приборов оказался поток электронов-осцилляторов, вращающихся в магнитном поле. При взаимодействии таких осцилляторов с электромагнитным полем имеет место фазовая группировка, возникающая из-за неизохронности электронов-осцилляторов, т.е. вследствие релятивистской зависимости циклотронной частоты вращения от энергии электронов.

Для МЦР изучены такие нелинейные явления как конкуренция и синхронизация мод, автомодуляция и хаос.

Конечно, этот краткий обзор связи основных идей СВЧ электроники с нелинейной динамикой далеко не полон: в частности, даже не упомянут параметрический способ управления электронным потоком, используемый в лазерах на свободных электронах; не обсуждена идея использования эффекта сверхизлучения ансамбля классических электронов-осцилляторов для генерации сверхмощных импульсов СВЧ излучения.

"Коллекцию" примеров можно пополнять. Однако, перейдем к более подробному обсуждению любимых "экземпляров коллекции".

2. Сложная динамика и хаос в ЛОВ (см. [2], лекции 12 и 13 и библиографию к ним)

2.1. ЛОВ как динамическая система. Основные компоненты нестационарной нелинейной теории. В лампе обратной волны (ЛОВ) электронный пучок взаимодействует с волной в специальной электродинамической структуре (замедляющей системе), причем фазовая скорость волны близка к скорости электронов, а групповая скорость направлена навстречу пучку (рис. 7а). Благодаря первому условию, электроны подвергаются эффективному, накапливающемуся действию поля волны. По мере движения пучка вдоль системы, в нем образуются сгустки, и возникает высокочастотная составляющая тока. Благодаря тому, что распространение испущенного сгустками излучения (в смысле направления потока энергии) происходит навстречу пучку, обеспечивается наличие в системе внутренней обратной связи и возможность автоколебаний. В этом отличие ЛОВ от лампы бегущей волны (ЛБВ), в которой перенос энергии волной осуществляется в направлении движения пучка и которая используется как усилитель.

В этом разделе обсуждаются ключевые составляющие нестационарной нелинейной теории ЛОВ типа О, основанной на методе медленно меняющихся амплитуд. Естественно начать анализ с простейшего случая, когда динамика определяется единственным управляющим параметром. Таковым является параметр нормированной длины, появляющийся уже в простейшей модели ЛОВ, в которой не учитываются такие дополнительные факторы как релятивистские эффекты, пространственный заряд, диссипация, отражения и др., $L = 2\pi CN$, где C - известный в электронике прибор с длительным взаимодействием параметр Пирса. Принцип длительного взаимодействия подразумевает, что длина системы l выбирается большой по сравнению

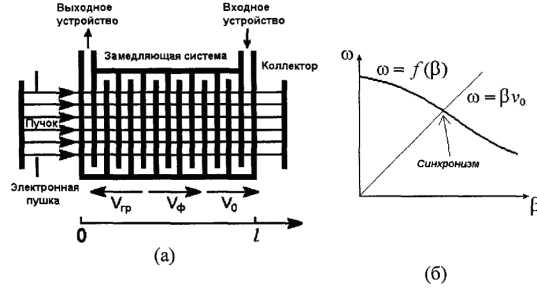


Рис. 7: Схематическое изображение лампы обратной волны типа О в "классическом" низковольтном варианте (а) и характерное расположение дисперсионных характеристик на диаграмме Бриллюэна, отвечающих синхронному взаимодействию электронного пучка с обратной волной — ЛОВ (б)

с замедленной длиной волны, т.е. $N = l/\lambda_{\text{зам}} \gg 1$, а взаимодействие пучка и волны достаточно слабое. В этой ситуации существенно воздействовать на электронный пучок на протяжении всей длины системы и эффективно возбуждаться им могут только спектральные составляющие поля, фазовые скорости которых близки к скорости движения электронов. Из-за характерной конфигурации взаимного расположения дисперсионных характеристик замедляющей системы и электронного пучка (рис. 7б), это имеет место в узком интервале частот и волновых чисел вблизи точки пересечения (ω_0, β_0) на диаграмме Бриллюэна. На пространственно-временном языке, узость спектра волновых чисел и частот означает медленность изменения амплитуды высокочастотного поля, соответственно, в пространстве и во времени. Вводя комплексную амплитуду $\tilde{E}(x, t)$, для взаимодействующей с электронным пучком составляющей поля волны, полагаем

$$E(x, t) = \text{Re} \tilde{E}(x, t) e^{i\omega_0 t - i\beta_0 x} \quad (1)$$

Характерный пространственный масштаб изменения комплексной амплитуды $\tilde{E}(x, t)$ будет соответствовать по порядку величины длине системы L , а временной масштаб — характерному времени обхода сигнала с электронным пучком и волной по петле обратной связи. Оно дается соотношением $T_{\text{хар}} = L/v_0 + L/v_{\text{гр}}$, где v_0 — скорость пучка, а $v_{\text{гр}}$ — групповая скорость волны в точке пересечения дисперсионных характеристик: $v_{\text{гр}} = |d\omega(\beta_0)/d\beta|$. Высокочастотный ток, возникающий в электронном пучке в результате воздействия на него поля волны, представляется в виде

$$I(x, t) = \text{Re}[I_1(x, t) e^{i\omega_0(t-x/v_0)} + I_2(x, t) e^{2i\omega_0(t-x/v_0)} + \dots], \quad (2)$$

где $I_1(x, t), I_2(x, t), \dots$ – медленно меняющиеся амплитуды, соответственно, первой, второй и следующих гармоник. Только первая гармоника будет эффективно возбуждать электромагнитное поле, поскольку соответствующая ей волна тока находится в синхронизме с волной в замедляющей системе.

Уравнение Ньютона для продольного движения электрона под действием поля электромагнитной волны (1) имеет вид

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{e}{m_0} \operatorname{Re} \tilde{E}(x, t) e^{i\omega_0 t - i\beta_0 x} \quad (3)$$

Перепишем его в эквивалентной форме относительно функции $t(x, t_0) = t_0 + x/v_0 + \tilde{t}(x, t_0)$, которая определяет время прибытия в точку x электрона, влетевшего в пространство взаимодействия в момент t_0 . Преобразование производной в левой части уравнения движения дает $d^2x/dt^2 = -(\partial t/\partial x)_{t_0}^{-3} (\partial^2 t/\partial x^2)_{t_0}$. Из-за медленности изменения комплексной амплитуды во времени и малости изменения скорости электронов в процессе взаимодействия мы вправе заменить в правой части $\tilde{E}(x, t(x, t_0))$ на $\tilde{E}(x, t_0 + x/v_0)$ и $(\partial t/\partial x)_{t_0}^3$ на v_0^{-3} . Тогда уравнение движения примет вид

$$(\partial \tilde{t}/\partial x^2)_{t_0} = -(e/mv_0^3) \operatorname{Re} \tilde{E}(x, t_0 + x/v_0) e^{i\omega_0(t_0 + \tilde{t}(x, t_0))} \quad (4)$$

при этом на входе в пространство взаимодействия должно выполняться условие

$$\tilde{t}|_{x=0} = 0, \quad \partial \tilde{t}/\partial t|_{x=0} = 0, \quad (5)$$

Для вычисления комплексной амплитуды высокочастотного тока, которая будет фигурировать в уравнении возбуждения, необходимо отслеживать группу электронов, интервал времен влета которых в пространство взаимодействия отвечает одному высокочастотному периоду: $\omega_0 t_0 = 0 \div 2\pi \pmod{2\pi}$.

При взаимном расположении дисперсионных характеристик, показанном на рис. 7б, основной нестационарный эффект, с точки зрения волн в замедляющей системе, – распространение огибающей с групповой скоростью. Оно учитывается при аппроксимации дисперсионной характеристики прямой линией, наклон которой определяется групповой скоростью в точке пересечения. Прочие частотные зависимости (непостоянство групповой скорости, зависимость сопротивления связи от частоты) можно не принимать во внимание из-за узости спектра частот и волновых чисел. В итоге, требуемое уравнение можно “сконструировать” из принятого в СВЧ электронике в стаци-

онарной теории, просто добавив член, ответственный за групповой перенос. Для комплексных амплитуд уравнение записывается так

$$v_{\text{rp}}^{-1} \partial \tilde{E} / \partial t - \partial \tilde{E} / \partial x = -\beta_0^2 K_0 \tilde{I}_1 / 2 \quad (6)$$

где K_0 - сопротивление связи замедляющей системы для рабочей пространственной гармоники на частоте точного синхронизма ω_0 . Для дальнейшего удобно переписать уравнение в переменных $(x, t_0 = t - x/v_0)$. Тогда, используя правила вычисления производных, уравнение (6) представляется в виде

$$(v_{\text{rp}}^{-1} + v_0^{-1})(\partial \tilde{E} / \partial t_0)_x - (\partial \tilde{E} / \partial x)_{t_0} = -\beta_0^2 K_0 \tilde{I}_1 / 2 \quad (7)$$

На правом конце пространства взаимодействия входной сигнал отсутствует, поэтому должно выполняться краевое условие

$$\tilde{E}(l, t) = 0. \quad (8)$$

Представим комплексную амплитуду первой гармоники тока пучка через функцию $t(x, t_0)$, фигурирующую в уравнении движения. Обозначая чертой усреднение за высокочастотный период, можно записать

$$I_1(x, t) = \overline{2I(x, t)e^{-i\omega_0(t-x/v_0)}} = \frac{1}{\pi} \int I_0 e^{-i\omega_0(t_0 + \tilde{t}(x, t_0))} d(\omega_0 t) \quad (9)$$

где интегрирование ведется по периоду $2\pi/\omega_0$, и при преобразовании интеграла принято во внимание соотношение $|I(x, t)dt| = |I_0 dt_0|$, вытекающее из закона сохранения заряда. Введем следующие безразмерные переменные и параметры:

$$\xi = x/L, \quad \tau = \frac{t_0}{l/v_0 + l/v_{\text{rp}}} = \frac{t - x/v_0}{l/v_0 + l/v_{\text{rp}}},$$

$$\theta = \omega_0(t_0 + \tilde{t}(x, t_0)) \pmod{2\pi}, \quad F(\xi, \tau) = \frac{\tilde{E}}{2\beta_0 U C^2},$$

$$C = \sqrt[3]{\frac{I_0 K_0}{4U}} \text{ (параметр Пирса)}, \quad L = \beta_0 l C = 2\pi C N.$$

Тогда уравнения (4), (5), (7), (8) перепишутся в виде

$$\frac{\partial^2 \xi^2}{\partial \theta} = -L^2 \text{Re} F \exp[i\theta], \quad \partial F / \partial \theta - \partial F / \partial \xi = -\frac{L}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0, \quad (10)$$

$$\theta|_{\xi=0} = \theta_0, \quad \partial \theta / \partial \xi|_{\xi=0} = 0, \quad F|_{\xi=1} = 0. \quad (11)$$

Заметим, что параметр Пирса обычно мал, $C \ll 1$. Можно показать, что это неравенство является основным условием применимости метода медленно меняющихся амплитуд. В дальнейшем мы будем ссылаться на уравнения (10)–(11) как на *основную теоретическую модель ЛОВ*. Для учета дополнительных факторов, таких как релятивистские эффекты, поле пространственного заряда, потери при распространении волн в замедляющей системе, отражения на концах и т.п., следует определенным образом модифицировать основную модель.

Имея уравнения (10)–(11), мы можем говорить о ЛОВ, как о динамической системе. Представим себе какое-либо эволюционирующее во времени решение нестационарной краевой задачи (10)–(11). Траектуя τ , как время, имеем при каждом τ некоторое распределение поля по длине ξ , описываемое комплексной функцией $F(\xi)$. Если она задана в некоторый момент τ , то и при любом $\tau' > \tau$ в результате решения уравнений распределение поля определяется однозначно. По терминологии, принятой в теории динамических систем, множество комплексных функций $F(\zeta)$, удовлетворяющих естественному для комплексных амплитуд требованию гладкости и условию $F(1) = 0$, есть фазовое пространство данной модели ЛОВ. Каждой точке этого пространства, т.е. функции $F(\zeta)$, отвечает определенное состояние системы. Когда состояние меняется во времени в соответствии с уравнениями динамики системы (10) и (11), изображающая точка движется в пространстве функций по некоторой "фазовой траектории". Фазовое пространство модели бесконечномерное, тем не менее, использование соответствующей терминологии оправдано, так как характерные для ЛОВ режимы и феномены оказываются соотнесенными с общими понятиями теории динамических систем. Соответствующие геометрические образы, например, фазовые портреты, которые можно интерпретировать как проекции аттрактора из бесконечномерного пространства на плоскость, полезны для наглядного представления и распознавания различных режимов регулярной и хаотической динамики. Более того, их несложно наблюдать также и в эксперименте.

2.2. Нелинейная динамика ЛОВ: от порога самовозбуждения до хаоса. Как уже говорилось, модель ЛОВ, заданная уравнениями (10)–(11), содержит единственный параметр, от которого может зависеть характер динамических режимов, -нормированную длину $L = 2\pi CN$. На практике ее обычно регулируют изменением тока электронного пучка I , варьируя напряжение на специальном управляющем электроде в электронной пушке, при этом $L \propto I_0^{1/3}$. Для электронной системы L играет роль основного управляющего параметра, подобную той, которая при анализе возникновения турбулент-

ности отводится числу Рейнольдса в гидродинамических задачах. Обсудим динамические режимы и бифуркации в ЛОВ, реализующиеся при увеличении нормированной длины системы.

Начнем с того, что при малых значениях параметра L реализуется устойчивое тривиальное решение $F = 0$. Ему отвечает в фазовом пространстве неподвижная точка или состояние равновесия, ассоциирующееся с предгенерационным режимом ЛОВ. Из линейного анализа известно, что это состояние теряет устойчивость, начиная с $L - L_{ст} = 1.97327$. Соответствующее значение тока пучка называют стартовым или пусковым током ($I_{ст}$). При превышении стартового тока одна из мод линеаризованной задачи становится нарастающей во времени (две моды для $L > 3,69286$, три для $L > 4,79078$). Если начальный уровень колебаний очень мал, то процесс на некотором этапе описывается асимптотикой решения линеаризованной задачи $F = C_1 F_1(\xi) e^{\kappa \tau}$, где C_1 – постоянный коэффициент, $F_1(\xi)$ – собственная функция линейной задачи, κ – комплексное собственное число, отвечающие наиболее быстро растущей первой моде. Численное решение уравнений на компьютере показывает, что при не слишком большом превышении L над $L_{ст}$ в итоге переходного процесса устанавливается режим с постоянной амплитудой и частотой сигнала, $F(\xi, \tau) = F^0(\xi) e^{i\Phi \tau}$, где $\Phi(L) = \Delta\omega l/v_0 < 0$ характеризует сдвиг частоты относительно точки синхронизма.

По мере увеличения параметра L характер переходного процесса меняется таким образом, что выход амплитуды на стационарный уровень сопровождается осцилляциями затухающими все более медленно. Наконец, при $L > L_M \approx 2,937$ эти осцилляции становятся незатухающими, и при достаточно большом времени наблюдения устанавливается режим с периодической модуляцией сигнала по амплитуде и фазе. Численные расчеты свидетельствуют, что характеристики этого режима, в том числе форма модуляции, ее период и спектр, не зависят от начальных условий, так что его следует квалифицировать как автоколебательный. Будем использовать применительно к режимам такого рода термин автомодуляция. Согласно результатам расчетов, период автомодуляции вблизи порога ее возникновения составляет $\Delta\tau_M \approx 1,5$ и слабо меняется при вариации параметра L . В размерных величинах это соответствует $T_M = 1.5(l/v_0 + l/v_{гр})$.

Главную роль в возникновении автомодуляции играют два момента. Во-первых, распределенный механизм обратной связи: перенос возмущений осуществляется пучком со скоростью v_0 , и навстречу — с волной, со скоростью $v_{гр}$. Во-вторых, возникновение перегруппировки электронов. Амплитуда высокочастотного тока в пучке, движущемся в достаточно интенсивном поле волны, нарастает, начиная от входа

в пространство взаимодействия, достигает максимума, затем убывает, потом снова начинает нарастать, вновь достигает максимума, уже меньшей величины, и так далее. Такой характер зависимости связан с формированием электронных сгустков и их рассыпанием из-за различия скоростей электронов, попавших в разные фазы поля, что и имеют в виду, говоря о перегруппировке. Чем больше амплитуда воздействующего поля, тем ближе к входу в пространство взаимодействия она достигается.

На рис.8а показана пространственно-временная диаграмма, поясняющая механизм автомодуляции. Пусть в некоторый момент (I) амплитуда высокочастотного поля на левом конце системы, где встречается электронный пучок, относительно велика. Это приводит к перегруппировке электронов в пучке вдоль линии (характеристики) $x - v_0 t = const$: распределение амплитуды высокочастотного тока по длине выглядит, как показано на нижней вставке. В результате амплитуда тока у правого конца в момент (II) оказывается относительно малой. Тогда на линии, отвечающей распространению волнового пакета справа налево с групповой скоростью - характеристике $x - v_0 t = const$, амплитуда поля будет меньше, поэтому в момент $t \cong L/v_0 + L/v_{гр}$ амплитуда сигнала на левом конце минимальна (III). Меньшее поле более эффективно группирует пучок (верхняя вставка), поэтому на соответствующей характеристике достигается максимум тока у правого конца системы (IV). В результате новый максимум поля (V) на левом конце возникнет через время $T \cong 2(L/v_0 + L/v_{гр})$. Это дает вполне удовлетворительную оценку периода автомодуляции: согласно численным расчетам фактор в этом соотношении оказывается 1,5 вместо 2.

При дальнейшем увеличении параметра L можно наблюдать усложнение характера автомодуляции, и в области $L \geq 4$ в определенных интервалах параметра она оказывается непериодической. Наконец, при достаточно больших величинах $L \geq 6$, соответствующих превышению тока над стартовым значением в 30 и более раз, изменение амплитуды и фазы сигнала во времени становится явно нерегулярным, хаотическим. Даже при наблюдении в течение очень большого времени не наблюдается никакой тенденции к установлению режима с постоянной или периодически меняющейся амплитудой. Однако усредненные за время τ порядка нескольких единиц квадрат амплитуды $|F|^2$ и скорость изменения фазы сигнала становятся примерно постоянными, что позволяет говорить о достижении установившегося режима в статистическом смысле. Режим с теми же самыми статистическими характеристиками возникает и при других начальных условиях, так что его следует классифицировать

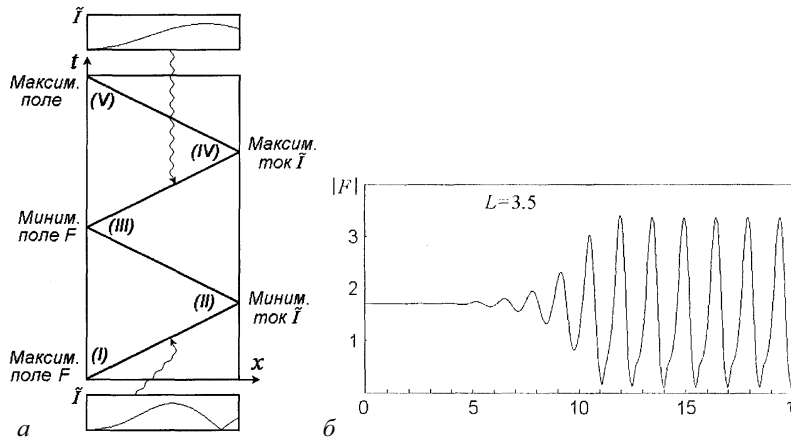


Рис. 8: (а) Пространственно-временная диаграмма, поясняющая механизм автомодуляции (пояснения см. в тексте); (б) развитие неустойчивости стационарной одночастотной генерации в ЛОВ по отношению к малым возмущениям, приводящее в итоге к автомодуляционному режиму

как *хаотические автоколебания*. Как уже говорилось, при малых L реализуется устойчивое состояние равновесия, $F \equiv 0$. Возникновение режима генерации при $L = L_{\text{ст}} = 1,97327$ соответствует *бифуркации Андронова-Хопфа*. Неподвижная точка теряет устойчивость, и рождается предельный цикл. Имеет место режим генерации сигнала с постоянной амплитудой, величина которой зависит от превышения над порогом генерации по стандартному для бифуркации Андронова-Хопфа закону квадратного корня: $|F^0(0)| \propto \sqrt{L - L_{\text{ст}}}$. На плоскости $(\text{Re}F(0, \tau), \text{Im}F(0, \tau))$ портрет аттрактора представлен окружностью - проекцией предельного цикла системы на данную плоскость из бесконечномерного фазового пространства.

На рис. 8б показано, как развитие неустойчивости стационарного состояния приводит в итоге к автомодуляционному режиму.

О дальнейших бифуркациях, наблюдаемых при увеличении параметра L , даст представление диаграмма, показанная на рис. 9а. Для ее построения на компьютере при каждом значении L в установившемся режиме откладывались на графике значения максимумов амплитуды выходного сигнала.

Обсуждавшиеся до этого момента "простые" автомодуляционные режимы представлены одиночной линией вблизи левого края бифуркационной диаграммы. При $L = L_1 \approx 4,0$ эта линия раздваивается, что соответствует *бифуркации удвоения периода автомодуляции*:

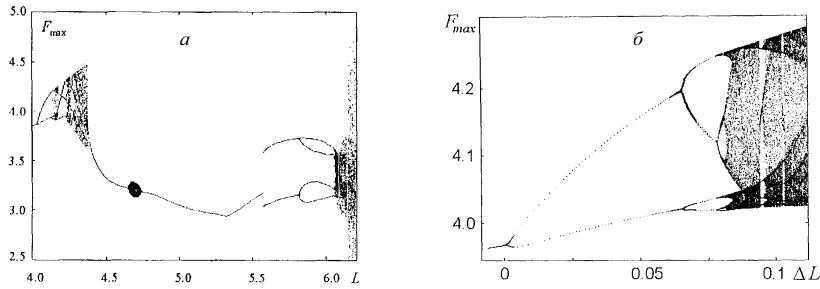


Рис. 9: (а) Бифуркационная диаграмма модели ЛОВ. По оси абсцисс отложен параметр нормированной длины L , но оси ординат – значения максимумов амплитуды выходного сигнала, которые достигаются в установившемся режиме. (б) Фрагмент бифуркационной диаграммы, отвечающий области перехода к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода автомодуляции. По оси абсцисс отложена величина $\Delta L = L - L_1$, где $L_1 \approx 4.0$ отвечает первой бифуркации удвоения

форма "пиков" повторяется через раз. Далее в узкой области изменения параметра $4 < L < 4,1$ имеют место дальнейшие бифуркации удвоения периода автомодуляции L_2, L_3, \dots и переход к хаосу. Соответствующий фрагмент бифуркационной диаграммы показан в увеличенном виде на рис. 9б

Вид бифуркационного дерева на рисунке 9б с точностью до многочисленных деталей воспроизводит картину, известную для широкого класса нелинейных диссипативных систем, как *сценарий перехода к хаосу по Фейгенбауму через бесконечный каскад бифуркаций удвоения периода*. Предельная точка этой последовательности - критическая точка Фейгенбаума соответствует порогу возникновения хаоса. В закритической области можно видеть области хаоса и окна периодичности (например, хорошо заметны окна периода 5 и 7). Вблизи критической точки выполняются универсальные количественные закономерности, присущие сценарию Фейгенбаума, например, оценка по первым бифуркационным значениям L константы сходимости $\delta = (L_k - L_{k-1}) / (L_{k+1} - L_k)$ дает примерно 4,9, что близко к универсальному числу Фейгенбаума 4,6692. Отношения амплитуд субгармоник, возникающих в результате последовательных бифуркаций, близки к теоретическому значению 13,4 дБ.

Хаос, возникающий в результате последовательности бифуркаций удвоения периода автомодуляции, оказывается в известном смысле "не развитым", "слабым". Во-первых, он занимает весьма узкую об-

ласть по параметру L . Во-вторых, зависимость амплитуды от времени выглядит как приблизительное повторение однотипных, близких по размеру “пиков” через примерно равные интервалы времени, а интенсивность шумовой составляющей в спектре невелика. Пространственное распределение поля не обнаруживает богатого разнообразия форм, какое должно было бы быть характерно для развитого хаоса — “турбулентности”.

Вслед за областью удвоений периода автомодуляции, в интервале $4.15 < L < 4.33$ присутствует большое количество окон периодичности в хаосе. В первом из этих окон имеет место автомодуляционный режим, в котором высота и форма максимумов повторяется через каждые три пика. В следующих окнах период повторения шаг за шагом увеличивается на единицу. (Такая последовательность “прибавлений периода” характерна для многих нелинейных систем, например, вблизи ситуации, ассоциирующейся с наличием петли седлофокуса и применимостью теоремы Шильникова.) На рис. 10а показан фрагмент бифуркационной диаграммы, соответствующий “области прибавлений периода”. Выход из этой области с увеличением L сопровождается переходом от хаотической автомодуляции к периодической через перемежаемость. Зависимость амплитуды выходного сигнала от времени имеет вид прерываемых нерегулярными всплесками цугов почти периодической модуляции, длительность которых неограниченно растет по мере увеличения параметра L с приближением к критической величине $L_c \approx 4,33$. Зависимость средней длительности ламинарной фазы (в относительных единицах) от параметра L хорошо описывается функцией $T_{\text{лам}} \propto (L_c - L)^{-1/2}$, что характерно для перемежаемости 1-го рода по Пома и Манневиллю. Заметим, что переход через перемежаемость сопровождается значительным смещением частот в спектре. Безразмерная частота автомодуляции (разность между основной частотой и частотой спутника) до перехода остается почти постоянной, $\Omega_a \approx 1.33\pi$, затем скачком изменяется до $\Omega_a \approx 1.6\pi$, и далее монотонно увеличивается с ростом L .

В результате бифуркации при $L_c \approx 4,33$ хаотическая автомодуляция сменяется периодической. Затем она становится квазипериодической (в интервале примерно от 4,6 до 4,75), и потом снова периодической. По-видимому, странный аттрактор в фазовом пространстве превращается здесь в метастабильное хаотическое множество. Об этом свидетельствует тот факт, что в ходе переходного процесса фазовая траектория на начальном участке ведет себя достаточно сложным, нерегулярным образом. Переходный процесс, предшествующий установлению регулярного автомодуляционного режима, может занимать

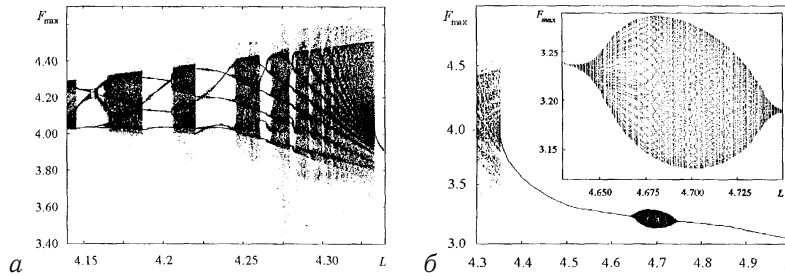


Рис. 10: Фрагменты бифуркационной диаграммы, отвечающие “области при-
бавления периода” (а) и квазипериодической динамики (б)

длительное время, во много раз превышающее характерный период автомодуляции.

На рис. 10б представлен фрагмент бифуркационной диаграммы для области квазипериодической автомодуляции. В этом режиме в спектре выходного сигнала присутствует дополнительная независимая частотная составляющая, не находящаяся в простом рациональном отношении с другими частотами. Однако существуют области квазипериодической автомодуляции и области, где наблюдается внутренняя синхронизация с образованием резонансных циклов на торе, когда частоты в спектре автомодуляции оказываются в рациональном соотношении. Наконец, при $L > 6$ наблюдаются режимы развитого хаоса, “турбулентная” динамика. При этом на проекции фазового портрета уже не различается какая-либо внутренняя структура. Спектр выходного сигнала становится сплошным, степень изрезанности формы спектра быстро убывает с ростом L .

В современной нелинейной динамике хорошо известно, что главным атрибутом динамического хаоса служит наличие чувствительности фазовых траекторий к малым вариациям начальных условий. На рис. 11 представлены результаты численного эксперимента, иллюстрирующего ее присутствие в динамике модели ЛОВ в области развитого хаоса. На графике наложены два десятка зависимостей амплитуды выходного сигнала от времени, полученных при задании в качестве начальных условий распределений амплитуды доля с малой случайной добавкой. Видно, что на начальном участке они совпадают, а с течением времени расходятся друг относительно друга все сильнее и сильнее: картина “замазывается”.

Для режима развитого хаоса характерно, что зависимость амплитуды выходного сигнала от времени содержит нерегулярную последовательность “пичков” — максимумов разной высоты и формы. Из

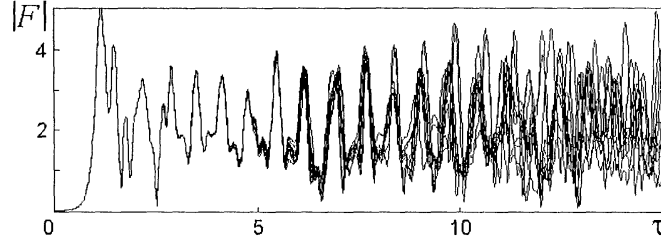


Рис. 11: Иллюстрация свойства чувствительности динамики к малому возмущению начальных условий: на графике наложены два десятка зависимостей амплитуды выходного сигнала от времени при $L = 6, 1$, причем в качестве начальных условий задавалось распределение амплитуды поля на уровне 0,01 со случайной добавкой порядка 0,001

динамики распределения поля и тока по длине, после “ухода” (вследствие распространения с групповой скоростью) каждого очередного максимума возникает распределение поля по длине, характеризующееся сравнительно небольшой и быстро осциллирующей амплитудой. Это поле наведено электронами, поступившими во время прохождения по системе максимума. Они оказываются сильно перегруппированными, и, соответственно, излученное ими поле имеет амплитуду, относительно быстро меняющуюся вдоль системы. Мелкие детали этого распределения существенно влияют на высоту и время образования следующего максимума, формирующегося из одного из оставшихся “горбов”. Таким образом, динамика оказывается чувствительной к малым вариациям начальных условий, что обуславливает хаотическую природу наблюдаемого режима.

2.3. Релятивистские эффекты. Если ограничиться случаем $C \ll 1$ ($C = \sqrt{\frac{I_0 K_0}{2U \gamma_0 (1 + \gamma_0)}}$, $\gamma_0 = 1/\sqrt{1 - v_0^2/c_0^2}$ – релятивистский масс-фактор электронов на входе в пространство взаимодействия), то полная система уравнений принимает вид:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \xi} = \frac{\nu}{2} \operatorname{Re} F e^{j\theta}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\epsilon^{-2} - 1}{\nu}, \quad \frac{\partial F}{\partial \tau} - \frac{\partial F}{\partial \xi} = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0,$$

$$\theta|_{\xi=0} = \theta_0, \quad \partial \theta / \partial \xi|_{\xi=0} = 0, \quad F|_{\xi=L} = 0,$$

где введены следующие безразмерные переменные и параметры:

$$\xi = \beta_0 C x, \quad \tau = \omega_0 C (1 - x/v_0) (1 + v_0/v_{\text{гp}})^{-1},$$

$$F(\xi, \tau) = \frac{\tilde{E}}{2\beta_0 UC^2 \gamma_0 (1 + \gamma_0)},$$

$$L = \beta_0 l C = 2\pi C N, \quad \nu = 2C\gamma_0^2 = \frac{\gamma_0^2 L}{\pi N}, \quad \epsilon = 1 \left/ \sqrt{1 + \nu \frac{\partial \theta}{\partial \xi}} \right.$$

В уравнения присутствуют два независимых параметра — нормированная длина L и коэффициент ν , отвечающий за относительную величину релятивистских эффектов. При анализе динамики системы в качестве второго параметра, однако, предпочтительно использовать комбинацию ν/L , не зависящую от тока пучка, или приведенный релятивистский масс-фактор $\Gamma_0 = \gamma_0/\sqrt{N} = \sqrt{\nu\pi/L}$, где N — число волн на длине пространства взаимодействия.

При $\nu \ll 1$ безразмерная форма уравнения движения такая же, как в нерелятивистской теории. Однако, выполнение этого условия само по себе еще не означает перехода к нерелятивистскому пределу, оно может быть справедливым и для релятивистской ЛОВ. В самом деле, параметр $\nu = 2C\gamma_0^2$ будет малым даже при больших значениях масс-фактора γ_0^2 , если достаточно мал модифицированный параметр Пирса ($C \ll \gamma_0^{-2}$). Данное замечание позволяет отнести теоретические результаты, полученные в рамках основной модели, к релятивистским ЛОВ, работающим в режимах с малым КПД, и создает основу для физического моделирования процессов в таких устройствах на нерелятивистских макетах (см. [2] и библиографию к лекции 13).

На рис. 12 показана карта динамических режимов системы. По горизонтальной оси отложена нормированная длина L , по вертикальной — приведенный релятивистский масс-фактор γ_0/\sqrt{N} . Эти величины служат критериями подобия релятивистских ЛОВ и асимптотике больших N .

Граница области отсутствия колебаний на карте динамических режимов изображается вертикальной прямой, поскольку в принятой нормировке стартовое значение нормированной длины не зависит от релятивистского фактора, оставаясь таким же, как и в нерелятивистской теории, $L = L_{\text{ст}} = 1.97327$.

При этом, однако, в левом верхнем углу карты имеется область жесткого возбуждения, показанная чередующимися полосами белого и серого цвета. При задании начальных условий малой амплитуды колебания затухают, однако при достаточно большой амплитуде устанавливается стационарный режим генерации. Если представить себе систему, параметры которой можно медленно изменять, то будет наблюдаться гистерезис. При входе в “полосатую” область слева направо колебания будут отсутствовать, — они возбуждятся только при дости-



Рис. 12: Карта динамических режимов релятивистской ЛОВ на плоскости параметров L и γ_0/N , являющихся критериями подобия системы в асимптотике больших N . Белая область в левой части рисунка отвечает отсутствию генерации, чередующимися полосами белого и серого цвета показана область жесткого возбуждения. В белой области в правой верхней части диаграммы имеет место нарушение условий применимости уравнений ("остановка электронов").

жении стартового значения параметра $L_{ст}$, а при входе справа налево будет сохраняться режим генерации.

Причина этого эффекта связана с нелинейностью, обусловленной релятивистской зависимостью массы от скорости. На начальном этапе процесса группирования половина частиц в пучке ускоряется и "тяжелеет", а вторая тормозится и уменьшает свою массу. "Легкие" электроны становятся более подвижными, что способствует росту эффективности группирования и относительному увеличению амплитуды высокочастотного тока. Иными словами, в системе присутствует нелинейный эффект, способствующий увеличению эффективности взаимодействия с ростом амплитуды.

Как можно заметить, в области умеренных L на карте представлены две зоны автомодуляции, что определенно указывает на наличие двух разных механизмов ее возникновения.

В нижней части диаграммы последовательность бифуркаций и наблюдаемые формы зависимостей амплитуды от времени аналогичны тем, которые имеют место в нерелятивистской ЛОВ. В частности, в области, обозначенной римской цифрой I, реализуется автомодуляция, механизм которой обусловлен группировкой – разгруппировкой электронов и эффектами запаздывания (см. выше). Понижение порога автомодуляции при увеличении релятивистского фактора связано, очевидно, с упоминавшимся возрастанием эффективности взаимодей-

ствия и, соответственно, перегруппировки из-за появления в пучке фракции более “легких” частиц.

При больших значениях параметра γ_0/\sqrt{N} возникает автомодуляция другого типа, обозначенная на карте цифрой II. Одной из ее особенностей является существенно меньший период.

Чтобы прояснить механизм возникновения автомодуляции типа II, начнем с замечания, что в процессе группирования электронный сгусток формируется как частицами, уменьшившими скорость, так и теми, которые ускорились полем волны. В слаборелятивистском случае движение обеих фракций приблизительно симметрично относительно центра сгустка. Поэтому его разрушение в области перегруппировки хорошо выражено: амплитуда тока падает почти до нуля. Это существенный момент, лежащий в основе возникновения автомодуляции I. В сильно релятивистском случае ускоренные электроны заметно увеличивают, а замедленные уменьшают массу. Далее процесс группирования протекает так, что “тяжелые” частицы мало изменяют скорость в поле волны, а у “легких” напротив скорость меняется значительно. Выраженная асимметрия между ускоренными и замедленными частицами приводит к тому, что полной разгруппировки не происходит: амплитуда тока в минимуме падает лишь где-то до половины максимальной величины. В этой ситуации автомодуляция I подавляется, с чем связано наличие на карте “отростка” области стационарной генерации, простирающегося до значений нормированной длины около 3.2. В области выше него реализуется другой механизм автомодуляции, которой поясняется на рис. 13. Когда амплитуда высокочастотного поля на левом (выходном) конце системы относительно велика, вдоль линии движения пучка $x - v_0 t = const$ образуется “двугорбое” распределение тока, показанное на нижней вставке. Поле, излученное электронами в области второго максимума, распространяясь с групповой скоростью, порождает следующий максимум амплитуды на левом конце. Когда же амплитуда на выходном конце минимальна, возникает распределение тока с минимумом амплитуды у правого конца системы (верхняя вставка), и это приводит к появлению следующего минимума на левом конце. Оценка периода автомодуляции такого типа дает $T \cong 4(L/v_0 + L/v_{гп})$ в разумном соответствии с численными расчетами.

Характерным свойством переходного процесса в релятивистской ЛОВ, особенно при достаточно больших значениях фактора γ_0/\sqrt{N} , является присутствие первого интенсивного всплеска амплитуды излучения на выходе. Уровень мощности в момент всплеска в несколько раз превышает стационарный уровень. Объяснение этого феномена состоит в том, что максимум амплитуды, формирующийся на началь-

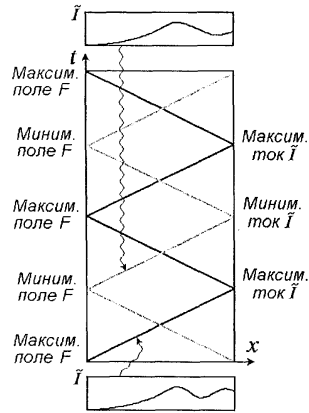


Рис. 13: Пространственно-временная диаграмма, поясняющая механизм автомодуляции в ЛОВ и ультрарелятивистской области (пояснения см. в тексте).

ной стадии процесса у коллекторного конца системы, в области развитой группировки пучка, распространяется затем навстречу пучку с групповой скоростью. Встречая на своем пути слабо возмущенные участки пучка, он вызывает интенсивное формирование сгустков, излучение от которых добавляется и еще более увеличивает интенсивность всплеска. Фактически локализованный всплеск аккумулирует энергию электронов, поступивших в пространство взаимодействия на протяжении всего времени его прохождения по длине пространства взаимодействия. Эффект усиливается благодаря специфике процесса группирования в релятивистском пучке, в котором, как отмечалось, в области слабой нелинейности имеет место увеличение интенсивности взаимодействия. Феномен формирования мощного импульса излучения в ходе переходного процесса находит применение для реализации эффективных импульсных режимов создаваемых релятивистских ЛОВ.

3. Диод Пирса: от регулярных автоколебаний к хаосу. Виркатор и другие

3.1. Диод Пирса и неустойчивость Пирса. Наиболее простой электронной моделью со сложной динамикой является диод Пирса [9–13]. В простейшей модели диода одномерный моноскоростной электронный поток с постоянной плотностью пространственного заряда, нейтрализованного неподвижным ионным фоном, движется между

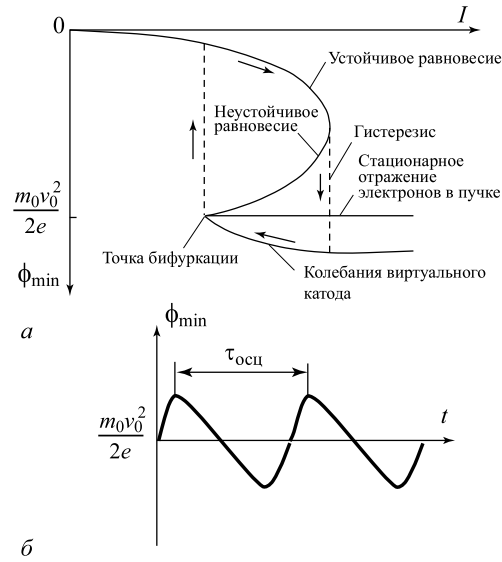


Рис. 14: (а) Величина минимума потенциала ϕ_{min} в пространстве взаимодействия как функция тока I инжектируемого пучка; (б) временная зависимость величины минимума потенциала поля пространственного заряда

заземленными сетками. Единственным бифуркационным параметром задачи является параметр Пирса $\alpha = \omega_p L / v_0$ — невозмущенный угол пролета электронов по плазменной частоте ω_p (v_0 — скорость электронов на входе в межсеточном пространстве, L — расстояние между сетками). Неустойчивость в диоде Пирса возникает при $\alpha > \pi$ и определяется существованием внешней обратной связи через цепь, соединяющую сетки, поскольку они заземлены [2, 9].

На рис. 14а представлена зависимость величины минимума потенциала в диодном промежутке от тока I инжектируемого в него пучка со скоростью v_0 . Из рисунка видно, что с увеличением тока I глубина “провисания” потенциала ϕ_{min} в пучке становится все больше, и при некотором критическом значении тока I_{SCL} величина ϕ_{min} переходит скачком с устойчивой ветви, соответствующей полному стационарному прохождению потока через диодный промежуток, на ветвь, которая соответствует колеблющемуся виртуальному катоду (ВК).

При токах пучка больше критической величины I_{SCL} высота потенциального барьера в диодном промежутке (ВК) становится больше кинетической энергии влетающих в пространство взаимодействия электронов. В этом случае электроны останавливаются перед ВК и

разворачиваются, что приводит к смещению ВК и максимума плотности пространственного заряда в сторону плоскости инжекции. Кроме того, величина плотности пространственного заряда быстро увеличивается, так как практически все электроны оказываются захваченными движущимся к входной плоскости ВК, образующим сгусток электронов. По мере приближения к плоскости инжекции величина потенциального барьера уменьшается и в некоторый момент времени становится меньше кинетической энергии влетающих электронов. Снижение величины потенциального барьера продолжается и после того, как отраженные электроны покидают пространство взаимодействия. Инжектируемые электроны теперь легко преодолевают уменьшившийся потенциальный барьер и двигаются к выходной плоскости промежутка. ВК начинает смещаться к центру диода до тех пор, пока не восстановится потенциальный барьер достаточной высоты для отражения электронов. Далее процесс повторяется. Ток отраженных от ВК и пролетных электронов оказывается промодулированным на частоте $\omega_{ВК}$ колебаний ВК. Сказанное можно иллюстрировать и временной зависимостью величины минимума потенциала поля пространственного заряда в области дрейфа (рис. 14б). Колебания потенциала напоминают релаксационные: нарастание происходит почти в 3 раза быстрее, чем спад. Положение минимума потенциала также осциллирует относительно своего стационарного положения. Частота осцилляций потенциала также определяется частотой колебаний ВК: $\omega_{осц} = 1/\tau_{осц} = \omega_{ВК}/2\pi$ и зависит от плазменной частоты ω_p нелинейно, имея тенденцию к увеличению с ростом тока пучка.

Вернемся к рис. 14а. Если теперь в состоянии, когда в системе имеется колеблющейся ВК, начать уменьшать ток пучка I , то амплитуда колебаний $\Delta\phi_{min}(t)$ уменьшается, а координата ϕ_{min} в пространстве стремится к центру диодного промежутка. Состояние системы возвращается к прежнему устойчивому равновесию при достижении точки бифуркации. Таким образом, в окрестности $I \sim I_{SCL}$ существует гистерезисная петля, которая обозначена на рис. 14а штриховой линией. За точкой бифуркации существует четыре возможных состояния, два из которых устойчивы и реализуются в зависимости от предыстории, а остальные два — неустойчивы и физически нереализуемы.

Наиболее простой и фундаментальной моделью, которая позволяет изучить особенности физических процессов в потоке с ВК, является модель плоского диодного промежутка, в который инжектируется сверхкритический ток $I > I_{SCL}$ (модель диода Пирса и ее различные модификации). Впервые численно такая система была исследована в 60-х годах Бриджесом и Бёдселлом [14, 15]. Это был один из

важных, наряду с работой по моделированию динамики электронного пучка в магнетронном диоде [16], вычислительных экспериментов в электронике. В нем сразу же была обнаружена нестационарная динамика электронного потока со сверхкритическим током в диодном промежутке. К достоинствам модели диода Пирса следует отнести простоту, легкость численного моделирования, возможность получения аналитических результатов, общность получаемых результатов¹. В последнее время активно исследуются более реалистичные модели генераторов на ВК (виркаторов [20, 21]). Обычно такие исследования проводятся численно в рамках электромагнитного моделирования в двух или даже трех измерениях (см., например, [2, 22, 23]).

3.2. Хаотические колебания виртуального катода в диоде Пирса. Для анализа нестационарной нелинейной динамики ВК в плоской геометрии необходимо использовать численное моделирование методом “частиц в ячейке” [2, 22]. В этом случае электронный поток представляется в виде совокупности крупных частиц (заряженных листов), динамика которых описывается нерелятивистскими уравнениями движения. Поле пространственного заряда находится с помощью численного решения уравнения Пуассона.

Рассмотрим динамику электронного потока с ВК в диоде Пирса при изменении управляющего параметра α [24–26]. На рис. 15 показаны характерные динамические состояния колебаний ВК при различных значениях параметра Пирса. Для каждого состояния представлены спектр мощности, проекция восстановленного аттрактора и часть временной реализации колебаний напряженности электрического поля на выходе системы.

Сразу после превышения параметром Пирса предельного значения в потоке возникают нерегулярные колебания ВК (рис. 15а). В спектре можно выделить две частоты (отмечены на рис. 15а штриховыми линиями), находящиеся в иррациональном соотношении, при этом шумовой пьедестал в спектре имеет значительную высоту. Фазовый портрет соответствует сильно размытому предельному циклу. При значении $\alpha > 1.3\pi$ поведение системы становится близким к

¹ Отметим, что при значении параметра Пирса $\alpha \sim 3\pi$ в диоде Пирса наблюдается возникновение колебаний в пучке со сверхкритическим током без образования ВК. В этом случае возможно описание процессов в системе в рамках гидродинамического приближения [2]. В работах [10–12] было показано, что при уменьшении параметра Пирса в диапазоне $\alpha \in (2.8575\pi, 3\pi)$ наблюдаются бифуркации, которые приводят к возникновению хаотического аттрактора по сценарию Фейгенбаума. В работах [13, 17–19] было проведено исследование возможности управления сложными колебаниями в гидродинамической модели диода Пирса с помощью подключения внешней запаздывающей обратной связи и на основе идей стабилизации хаотических колебаний с помощью непрерывной обратной связи.

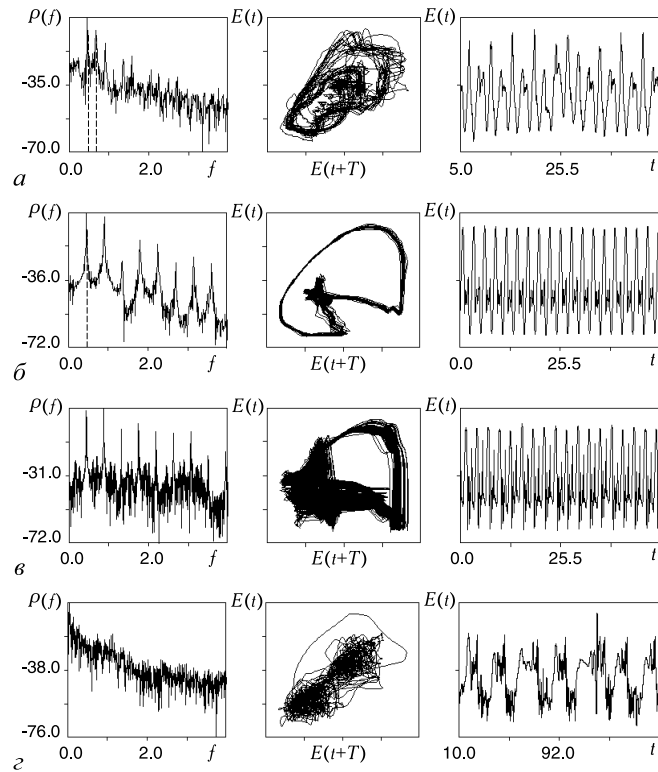


Рис. 15: Характеристики колебаний для следующих значений параметра Пирса: $\alpha/\pi = 1.20$ (а); 1.50 (б); 1.76 (в); 2.60 (г). Штриховыми линиями в спектрах отмечены базовые частоты

регулярному, аттрактор превращается в узкую ленту, в спектре мощности выделяется только основная частота и ее гармоники (рис. 15б). На фазовом портрете появляется неоднородность: в области, соответствующей отсутствию ВК в системе, фазовая траектория проводит относительно больше времени. Внутри каждого периода колебаний в реализации можно выделить промежуток почти неизменных значений поля и следующий за ним острый пик.

Дальнейший рост α приводит к расширению ленты аттрактора, что соответствует нерегулярности колебаний в электронном пучке. В спектре мощности при этом растет уровень шумового пьедестала и расплываются отдельные спектральные пики (см. рис. 15в). При $\alpha > 1.86\pi$ нерегулярность колебаний резко уменьшается. Аттрактор

представляет узкую ленту сложной формы. В спектре мощности можно выделить большое число высших гармоник, имеющих почти одинаковую с гармоникой основной частоты амплитуду, что свидетельствует о сильной нелинейности процессов в системе. При $\alpha > 2.48\pi$ в системе возникают шумоподобные колебания, которые на фазовом портрете представляют собой блуждание изображающей точки между двумя притягивающими центрами (рис. 15з).

Для изучения физических процессов, приводящих к хаотизации колебаний, рассмотрим пространственно–временную диаграмму электронного потока для одного периода колебаний ВК (рис. 6). Буквами на ней отмечены различные характерные траектории заряженных частиц в пучке. Когда плотность заряда в области ВК достаточна, ВК перестает существовать, поскольку часть потока отражается от него (на рис. 6 эта часть потока обозначена буквой *A*), а другая часть, затормозившаяся в области ВК, уходит к выходной плоскости, создавая пролетный ток (часть потока, обозначенная символом *B*). В процессе распада ВК плотность заряда в нем падает, а следовательно, уменьшается напряженность создаваемого им тормозящего поля. Поэтому на электроны, поступающие в систему позже, действует меньшее тормозящее поле, и их скорость изменяется на меньшую величину, чем у влетевших ранее. В результате образуется сгусток электронов за ВК, проходящий по системе к выходной сетке. На пространственно–временной диаграмме формированию вторичного сгустка соответствует сближение кривых (область *C*). Образование вторичного сгустка приводит ко второму увеличению плотности заряда в потоке.

Рассмотрим зависимость величины $\rho_{\max 2}$ второго максимума плотности заряда от параметра Пирса, представленную на рис. 16 (сплошная линия). Величина второго максимума определяет характер динамики электронного потока: хаотическим режимам соответствует значение плотности заряда во втором сгустке большее 20, а его уменьшение приводит к слаборегулярным колебаниям. Анализ пространственно–временных диаграмм электронного потока показывает, что при значениях $\rho_{\max 2} > 20$ в пучке с ВК возникают отражения части потока от формирующегося вторичного сгустка.

Характеристикой сложности колебаний в электронном пучке в диоде Пирса является значение λ максимальной ляпуновской экспоненты. Рост амплитуды плотности заряда во втором максимуме приводит к увеличению величины λ (рис. 16, штриховая линия). Из рис. 16 видно, что рост плотности вторичного сгустка $\rho_{\max 2}$ сопровождается ростом ляпуновской экспоненты λ . Качественное различие между двумя хаотическими режимами связано с тем, насколько плотность пространственного заряда во втором сгустке превышает критическое

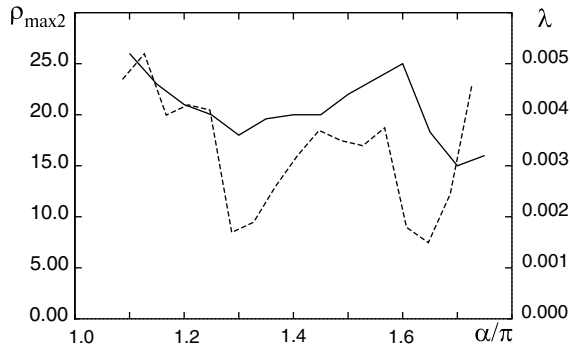


Рис. 16: Зависимость плотности заряда во вторичном сгустке (сплошная линия) и максимальной ляпуновской экспоненты (штриховая линия) от параметра Пирса α

значение. В первом режиме нерегулярных колебаний величина $\rho_{\max 2}$ настолько велика, что отраженный от него поток существует постоянно, а во втором режиме превышение небольшое, и отраженный поток возникает не на каждом периоде колебаний.

Значение $\rho_{\max 2}$ определяется амплитудой потенциала поля пространственного заряда в области ВК и расстоянием между входной сеткой и местом формирования ВК. При увеличении параметра Пирса величина плотности пространственного заряда в области ВК уменьшается и для того, чтобы остановить электрон достаточно меньшего уплотнения электронного потока. Это уменьшение наиболее резко происходит при увеличении α от π до 1.3π , что объясняет первое уменьшение плотности заряда во втором максимуме и возникновение слабого нерегулярного режима при $\alpha \approx 1.3\pi$. Расстояние между входной сеткой и ВК также уменьшается с ростом α , но неравномерно с ростом надкритичности. Это расстояние сильно уменьшается при $\alpha \approx 1.7\pi$, что приводит к снижению плотности заряда во втором сгустке, так как он не успевает сформироваться.

Таким образом, возникновение хаоса в диоде Пирса определяется взаимодействием двух электронных структур (ВК и вторичного сгустка, формирование которого определяется кинематическим эффектом — превращением модуляции по скорости в области ВК в модуляцию по плотности). Усложнение хаотических колебаний связано с увеличением связи между этими электронными структурами.

3.3. Хаос и структуры в электронном пучке с виртуальном катодом: электромагнитное моделирование. Опишем теперь меха-

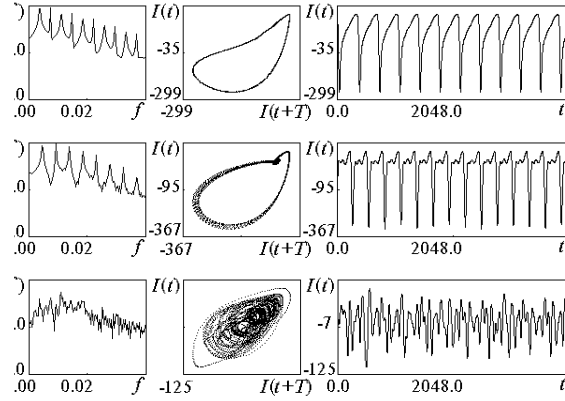


Рис. 17: Характеристики колебаний тока $I(t)$ пучка в области ВК для различных динамических режимов: $\alpha = 1.4$ (а); 2.0 (б); 4.0 (в)

низм развития хаотических колебаний в электронном пучке со сверхкритическим током в виркаторе. В этом случае оказывается важным рассмотрение неодномерных моделей динамики пучка в области ВК. В качестве модели виркатора рассмотрим отрезок цилиндрического волновода, помещённый в продольное магнитное поле (МП). Через сечение $z = 0$ волновода (плоскость инжекции) внутрь системы поступает моноскоростной трубчатый электронный поток с релятивистским фактором γ_0 . Рассмотрение физических процессов в такой системе будем проводить в рамках электромагнитного моделирования [2, 22, 23].

Изучим усложнение колебаний ВК в виркаторе при увеличении параметра тока пучка $\alpha = I/I_{SCL}$. Будем предполагать, что величина ведущего МП достаточно велика, так что движение электронов можно рассматривать близким к одномерному. Хаотическая динамика и процессы образования и взаимодействия когерентных структур в электронном пучке со сверхкритическим током в такой системе были детально исследованы в работах [27, 28].

Численное исследование показывает, что с увеличением тока пучка α наблюдается усложнение колебаний в электронном потоке. На рис. 17 приведены временные реализации, спектры мощности и фазовые портреты колебаний тока пучка в области ВК для различных режимов генерации.

При малых значениях α ($\alpha < 1.7$) в системе устанавливаются регулярные колебания релаксационного типа (рис. 17а). Спектр мощности содержит узкие пики, являющиеся кратными гармониками основной частоты. С увеличением α происходит разрушение периодических

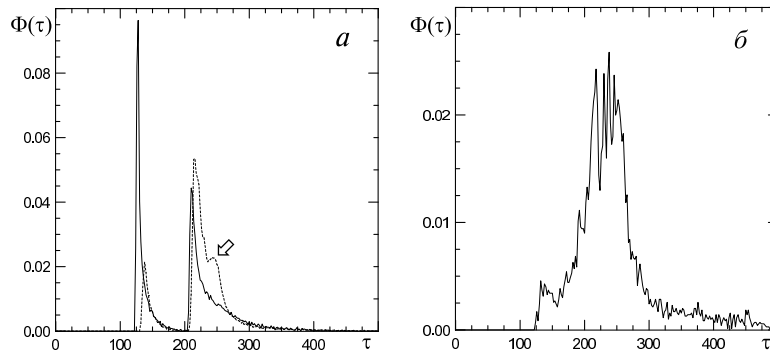


Рис. 18: Распределение электронов по временам жизни в пространстве взаимодействия для следующих параметров: (а) сплошная линия – $\alpha = 1.4$, пунктирная линия – $\alpha = 2.0$; (б) $\alpha = 4.0$

колебаний, и последовательно с ростом надкритичности появляются два типа хаотического поведения. В первом случае ($1.7 < \alpha < 3$), как видно из рис. 17б, хаотическая динамика появляется на базе одного неустойчивого предельного цикла, соответствующего динамике системы в регулярном режиме при меньшем токе пучка. Во втором случае ($\alpha > 3$; рис. 17в) фазовый портрет колебаний более однороден, структура аттрактора сложна, спектр мощности сильно зашумлен.

Сложная динамика электронного потока определяется формированием в пространстве дрейфа нескольких областей отражения заряженных частиц (нескольких “виртуальных катодов”), которые связаны между собой через отраженные от них электроны [27, 28].

Это иллюстрирует функция распределения $\Phi(\tau)$ электронов по временам жизни τ в пространстве взаимодействия (рис. 18). В регулярном режиме (рис. 18а, сплошная линия) $\Phi(\tau)$ имеет двухгорбый вид. Площадь под кривой пропорциональна числу существующих в потоке пролётных и отражённых к плоскости инжекции частиц. Максимум отраженных частиц соответствует единственной структуре в электронном пучке — ВК. С увеличением α отражённые частицы начинают доминировать в общем числе инжектируемых частиц (см. рис. 18а, пунктирная линия); область возможных времён жизни отражённых частиц увеличивается. За счёт появления долгоживущих частиц в потоке возникает внутренняя распределённая обратная связь, обеспечивающая связь между основной структурой (ВК) и возникающей вторичной структурой, которой соответствует третий максимум на кривой $\Phi(\tau)$ (отмечен стрелкой на рис. 18а). Однако при

небольшой надкритичности эффективность этой связи мала (общее количество частиц, отражённых от вторичного ВК, мала) и движение слабонерегулярно (в фазовом пространстве наблюдается размытый предельный цикл). Для развитого хаоса (рис. 18б) характерна сильно изрезанная форма $\Phi(\tau)$, которая позволяет выделить несколько примерно равных по количеству групп заряженных частиц с различными временами жизни. Это означает, что в системе формируется несколько ВК (несколько пространственно-временных структур) на различном расстоянии от плоскости инжекции. Отражение части потока от каждого ВК оказывает влияние на условия формирования других структур, что обеспечивает несколько петель обратной связи с различными временами запаздывания. Такая распределённая связь между всеми структурами в потоке приводит к сильно нерегулярной динамике системы при большой надкритичности α . Заметим, что аналогичные результаты демонстрирует и анализ внутренней структуры электронного потока с помощью декомпозиции пространственно-временных данных по алгоритму Карунена – Лоэва (КЛ) [28].

Рассмотрим теперь динамику электронного пучка в виркаторе при изменении величины B ведущего магнитного поля (МП). Будем исследовать виркаторную систему, представляющую собой замкнутый отрезок цилиндрического волновода длиной $L = 0.16$ м и радиусом $R = 0.3L$. Аксиально-симметричный трубчатый релятивистский пучок, инжектируемый в волноводную камеру, характеризуется нулевой поперечной скоростью и однородным распределением плотности тока в поперечном направлении. Энергия ускорения электронов 560 кэВ, внутренний радиус и толщина инжектируемого релятивистского пучка соответственно $r_b = 0.2L$ и $\Delta_b = 0.03L$. В качестве источника внешнего МП предполагался соленоид цилиндрического сечения, создающий однородное МП в пределах рабочей камеры виркатора.

На рис. 19 показаны спектры мощности колебаний продольного электрического поля в области ВК при токе пучка $\alpha = 1.5$ и при различных значениях величины B ведущего магнитного поля. При значительных величинах B колебания в системе оказываются близкими к одночастотным (рис. 19а; $B = 40$ кГс). В спектре мощности наблюдается один ярко выраженный пик, соответствующей частоте $f \approx 2.5(\omega_p/2\pi)$. С уменьшением величины ведущего МП наблюдается усложнение спектра генерации, заключающееся в появлении дополнительных частотных компонент и увеличении мощности шумового пьедестала до уровня $-30 \div -20$ дБ. При малых величинах B в спектре мощности наряду с ВЧ компонентами в области $3 \div 6$ ГГц появляются НЧ компоненты с частотами $f < 500$ МГц. При отсутствии ведущего МП спектр генерации становится сплошным в диа-

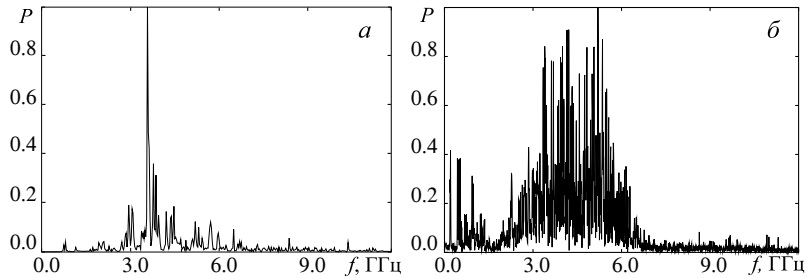


Рис. 19: Спектры колебаний продольного электрического поля в области ВК для различных значений величины ведущего МП: (а) 40 кГц; (б) 0 и одинаковом токе пучка $\alpha = 1.5$

пазоне $3.5 \div 6$ ГГц, причем шумовой пьедестал поднимается до уровня -10 дБ (см. рис. 19б). Изрезанность хаотического спектра не превышает $3 \div 10$ дБ.

Таким образом, при фиксированном токе пучка с уменьшением величины фокусирующего МП в системе с ВК наблюдается последовательное усложнение спектра генерации, начиная от одночастотных колебаний при близкой к одномерной динамике электронов до многочастотных широкополосных хаотических колебаний. При этом при малых $B < 5$ кГц динамика пучка оказывается принципиально двумерной, в частности, в системе наблюдается интенсивное токооседание электронов на стенки рабочей камеры.

Выше было показано, что хаотизация выходного излучения с ростом тока пучка определяется формированием нескольких электронных структур (ВК) в пространстве дрейфа. Каждый из ВК воздействует на другие структуры через отраженный от него электронный поток. Как следствие, в системе формируется несколько цепей обратной связи, которые и приводят к усложнению динамики пространственного заряда электронного пучка со сверхкритическим током. При уменьшении величины МП наблюдается аналогичная ситуация, но теперь электронные структуры формируются не только в различных продольных сечениях пространства взаимодействия, но и имеет сложная картина динамики пучка в поперечном направлении.

Таким образом, усложнение динамики электронного пучка с ВК с увеличением тока пучка или уменьшением величины ведущего МП определяется одним и тем же физическим механизмом, а именно формированием и взаимодействием пространственных структур в пучке с ВК. Однако, реализация данного механизма в каждом из случаев различна. Так, при уменьшении величины ведущего МП основную

роль играет динамика пучка в поперечном направлении (т.е. двумерные эффекты), и, в первую очередь, начинается рост “поперечных” электронных структур в пучке со сверхкритическим током.

Заключение

В статью вошли не все даже “любимые” результаты. Не изложены результаты экспериментального исследования ЛОВ, которые хорошо согласуются с представленной в статье теорией. Опущены данные о влиянии пространственного заряда, потерь и отражений в замедляющей системе на динамику ЛОВ. В частности, не обсужден изящный результат перехода абсолютной неустойчивости в конвективную при определенном значении параметра диссипации. Не рассмотрены различные модификации ЛОВ, такие как ЛОВ со связанными замедляющими системами, гирогенератор со встречной волной, ЛОВ на аномальном доплеровском эффекте, ЛОВ с поперечным полем, пениотрон на встречной волне, а также методы подавления автомодуляции, различные модификации генераторов на виртуальном катоде.

Что еще привнесла нелинейная динамика в СВЧ электронику?

Предложена и подробно изучена феноменологическая модель электронной турбулентности (заметим, что в нелинейной динамике такие модели занимают важное место). Предполагается, что существует последовательность электронных структур, оказывающих друг на друга взаимное влияние. Под электронной структурой понимается в данном случае малый объем электронной среды, состоящий из электронов-осцилляторов (нелинейных, неизохронных осцилляторов). Для каждого электронного ансамбля имеет место сверхизлучение, возникающее, как известно, в результате взаимодействия осцилляторов через поле собственного излучения, являющегося для них фазирующим. Проведен анализ усложнения пространственно-временной динамики процесса в потоке взаимно связанных электронных структур; изучены также возможности управления динамикой такого потока с помощью расположенных на его пути объемных резонаторов [25].

В работе [29] предложена радиотехническая модель – аналог генератора на вакуумном микротриоде под внешним гармоническим воздействием и ее математическая модель. Показано существование сложных режимов, включая хаотические, и продемонстрировано качественное соответствие результатов вычислительного и натурного эксперимента. Подобный подход типичен для нелинейной динамики.

Примеры использования методов и идей нелинейной динамики в СВЧ электронике можно продолжить.

Авторы благодарят О.И. Москаленко и П.В. Попова за помощь в подготовке рукописи.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 03-02-16192), научно-образовательного центра "Нелинейная динамика и биофизика" при Саратовском государственном университете им. Н.Г. Чернышевского (грант REC-006 of U.S. Civilian Research and Development Foundation for the Independent States of the Former Soviet Union (CRDF)) и Программы поддержки ведущих научных школ РФ. А.Е.Х. благодарит также за финансовую поддержку Фонд "Династия" и Международный центр фундаментальной физики (г. Москва).

Список литературы

- [1] Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А., Лекции по сверхвысокочастотной электронике, М.: Сов. радио, 1973.
- [2] Трубецков Д.И., Храмов А.Е., Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков, Т. 1. М.: Наука. Физматлит, 2003.
- [3] Рыскин Н.М., Уединенные волны пространственного заряда, Изв.вузов. Прикладная нелинейная динамика 2 (5) (1994) 93-100.
- [4] Моносков Г.Г., Исследование электромагнитных шумов в магнетроне с помощью двумерного компьютерного моделирования, in: Материалы международной межвузовской конференции "Современные проблемы электроники и радиофизики СВЧ", Саратов: изд-во ГосУНЦ "Колледж", 2001, p. 114.
- [5] Riyopoulos S.A., Feedback-induced noise in crossed field devices, IEEE Trans. Plasma Sci. 20 (3) (1992) 60.
- [6] Рыскин Н.М., Трубецков Д.И., Радиотехника и электроника 38 (2) (1993) 193.
- [7] Кислов В.Я., Теоретический анализ шумоподобных колебаний в электронно-волновых системах и автогенераторах с запаздыванием, in: Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. 5-я зимняя школа-семинар) Кн. 5, Саратов: Изд-во Саратовского университета, 1981, p. 78.
- [8] Гапонов А.В., Петелин М.И., Юлпатов В.К., Индуцированное излучение возбужденных классических электронов-осцилляторов и его использование в высокочастотной электронике, Известия вузов. Радиофизика 10 (9, 10) (1967) 1415.
- [9] Pierce J., Limiting currents in electron beam in presence ions, J.Appl.Phys. 15 (1944) 721.
- [10] Godfrey B.B., Oscillatory nonlinear electron flow in Pierce diode, Phys. Fluids 30 (1987) 1553.
- [11] Kuhn S., Ender A., Oscillatory nonlinear flow and coherent structures in Pierce-type diodes, J.Appl.Phys. 68 (1990) 732.

- [12] Анфиногентов В.Г., Трубецков Д.И., Хаотические колебания в гидродинамической модели диода Пирса, Радиотехника и электроника 37 (1992) 2251.
- [13] Hramov A.E., Rempen I.S., Investigation of the complex dynamics and regime control in Pierce diode with the delay feedback, Int. J.Electronics 91 (1) (2004) 1–12.
- [14] Bridges W.B. Birdsall C.K., Space-charge instabilities in electron diodes. I, J.Appl.Phys. 32 (1961) 2611.
- [15] Bridges W.B. Birdsall C.K., Space-charge instabilities in electron diodes. II, J.Appl.Phys. 34 (10) (1963) 2946.
- [16] Buneman O., Yu S.P., Koyers G.P., Time-dependent computer analysis of electron-wave interaction in crossed fields, J.Appl.Phys. 35 (8) (1965) 2550–2559.
- [17] Короновский А.А., Ремпен И.С., Храмов А.Е., Исследование неустойчивых периодических пространственно-временных состояний в распределённой автоколебательной системе со сверхкритическим током, Изв. РАН. Сер. физическая 67 (12) (2003) 1705–1708.
- [18] Ремпен И.С., Короновский А.А., Храмов А.Е., Управление хаосом в электронном пучке со сверхкритическим током в гидродинамической модели диода Пирса, Письма в ЖТФ 29 (23) (2003) 67–74.
- [19] Храмов А.Е., Ремпен И.С., Влияние обратной связи на сложную динамику в гидродинамической модели диода Пирса, Радиотехника и электроника 47 (6) (2002) 732–738.
- [20] Рухадзе А.А., Столбецов С.Д., Тараканов В.П., Виркаторы (обзор), Радиотехника и электроника 37 (3) (1992) 385.
- [21] Дубинов А.Е., Селемир В.Д., Электронные приборы с виртуальным катодом, Радиотехника и электроника 47 (6) (2002) 575.
- [22] Birdsall C.K., Langdon A.V., Plasma physics, via computer simulation, NY: McGraw–Hill, 1985.
- [23] Anderson T.M., Mondelli A.A., Levush B., Verboncoeur J.P., Birdsall C.K., Advances in modelling and simulation of vacuum electron devices, Proceedings IEEE 87 (5) (1999) 804–839.
- [24] Анфиногентов В.Г., Хаотические колебания в электронном потоке с виртуальным катодом, Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика 2 (5) (1994) 69.
- [25] Trubetskov D.I., Mchedlova E.S., Anfinogentov V.G., Ponomorenko V.I., Ryskin N.M., Nonlinear waves, chaos and patterns in microwave devices, Chaos 6 (3) (1996) 358.
- [26] Трубецков Д.И., Храмов А.Е., Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков, Т. 2. М.: Наука. Физматлит, 2004.
- [27] Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е., К вопросу о механизме возникновения хаотической динамики в вакуумном СВЧ генераторе на виртуальном катоде, Изв.вузов. Радиофизика XLI (9) (1998) 1137–1146.
- [28] Храмов А.Е., Хаос и образование структур в электронном потоке с виртуальным катодом в ограниченном пространстве дрейфа, Радиотехника и электроника 44 (5) (1999) 551–556.

- [29] Пономаренко В.И., Трубецков Д.И., Сложная динамика автогенератора на вакуумном микротриоде: вычислительный и аналоговый эксперименты на радиотехнической модели, Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика 2 (6) (1994) 56–65.