



**ХАОТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА В СИСТЕМАХ
СВЯЗАННЫХ НЕАВТОНОМНЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ
С РЕЗОНАНСНЫМ И НЕРЕЗОНАНСНЫМ МЕХАНИЗМОМ
ПЕРЕДАЧИ ВОЗБУЖДЕНИЯ**

А.П. Кузнецов, С.П. Кузнецов, А.С. Пиковский, Л.В. Тюрюкина

Рассмотрена хаотическая динамика в системах связанных неавтономных осцилляторов ван дер Поля с резонансным и нерезонансным механизмом передачи возбуждения. Для обеих моделей отображение для фазы осцилляторов за период внешнего воздействия демонстрирует гиперболический аттрактор, который представляет собой вариант соленоида Смейла–Вильямса с четырьмя оборотами вкладываемого в исходный объем образа после растяжения и поперечного сжатия. Исследованы особенности хаотической динамики в указанных моделях в зависимости от типа передачи возбуждения.

Существенной частью математической теории динамического хаоса в нелинейных системах является концепция гиперболичности [1–6]. Она подразумевает, что все существенные траектории в фазовом пространстве имеют седловой тип (гиперболические траектории). В гиперболических системах диссипативного типа реализуются странные хаотические аттракторы, состоящие из гиперболических траекторий. Такие аттракторы характеризуются свойством грубости или структурной устойчивости. Это означает нечувствительность характера динамики и структуры объектов в фазовом пространстве по отношению к вариации фигурирующих в уравнениях функций и параметров. В учебниках и монографиях по нелинейной динамике гиперболические аттракторы представлены искусственными математическими конструкциями, такими как аттрактор Плыкина, соленоид Смейла–Вильямса и др. [1–8]. Однако в последние годы появился ряд работ, в которых обсуждается возможность реализации указанных выше гиперболических аттракторов в физических системах [9–12]. Эти работы «сигнализируют» о возможности реализации гиперболического аттрактора в системе двух связанных неавтономных осцилляторов ван дер Поля с различающимися вдвое рабочими частотами. Оба осциллятора становятся активными попеременно в силу принудительного периодического изменения во времени параметра, отвечающего за бифуркацию рождения предельного цикла, а возбуждение по

очереди передается от одного осциллятора к другому. При этом существует два способа передачи возбуждения: первый, когда возбуждение передается на рабочей частоте осциллятора, и второй, когда частота, на которой передается возбуждение, отличается от рабочей частоты осциллятора. В четырехмерном отображении Пуанкаре, описывающем изменение состояния системы за период внешнего воздействия, обнаруживается хаотический гиперболический аттрактор. По характеру трансформации фазового пространства в процессе эволюции во времени и по виду фазового портрета в сечении Пуанкаре этот аттрактор аналогичен аттрактору Смейла–Вильямса.

В настоящей работе рассматриваются и сопоставляются системы связанных неавтономных осцилляторов ван дер Поля с одинаковыми рабочими частотами, но разными способами (резонансным и нерезонансным) передачи возбуждения.

1. Система связанных осцилляторов с нерезонансной передачей возбуждения

Рассмотрим систему, представляющую собой связанные осцилляторы ван дер Поля с одинаковыми рабочими частотами следующего вида

$$\begin{aligned}\ddot{x} - (A \cos(\Omega t) - x^2 - \dot{x}^2/\omega_0^2)\dot{x} + \omega_0^2 x &= \varepsilon y \dot{y}, \\ \ddot{y} - (-A \cos(\Omega t) - y^2 - \dot{y}^2/\omega_0^2)\dot{y} + \omega_0^2 y &= \varepsilon x \dot{x}.\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь x и y динамические переменные первого и второго осцилляторов, ω_0 – рабочая частота осцилляторов. Для обоих осцилляторов параметр, отвечающий за бифуркацию рождения предельного цикла в автономной подсистеме, медленно меняется во времени с амплитудой A и частотой Ω . Вариация параметра происходит в противофазе, в результате чего осцилляторы возбуждаются попеременно, каждый на своей половине периода внешнего воздействия $T = 2\pi/\Omega$. Связь между подсистемами характеризуется параметром ε . Предполагается далее, что период внешнего воздействия T содержит целое число собственных периодов подсистем, то есть $T = N2\pi/\omega_0$.

Следуя методологии работы [9], функционирование системы (1) можно описать качественно следующим образом. Пусть колебания первого осциллятора на активной стадии (первый полупериод) имеют некоторую фазу φ , то есть $x \propto \cos(\omega_0 t + \varphi)$. Через половину периода начинает генерировать второй осциллятор, получая возбуждение от первого. «Затравкой» служит сигнал вида $\varepsilon x \dot{x} \propto \sin(2\omega_0 t + 2\varphi)$. В этом случае хорошо видно, что возникшие во втором осцилляторе колебания получают фазу 2φ , однако передача возбуждения от первого осциллятора ко второму происходит на частоте вдвое большей рабочей, то есть не резонансным образом. Когда активная стадия второго осциллятора подходит к концу, он передает возбуждение первому, который как раз в указанный момент времени начинает генерировать. Затравкой для первого осциллятора, в свою очередь, служит сигнал вида $\varepsilon y \dot{y}$. Если предположить, что колебания второго осциллятора происходят по закону $y \propto \cos(\omega_0 t + 2\varphi)$, то первому осциллятору будет передаваться сигнал вида $\sin(2\omega_0 t + 4\varphi)$. Тогда через период внешнего воздействия T , на новой стадии возбуждения первого осциллятора ему передается фаза, равная 4φ . Таким образом, динамика фазы первого осциллятора,

определяемая через период внешнего воздействия, будет описываться отображением

$$\varphi_{n+1} = 4\varphi_n + \text{const}, \quad (\text{mod } 2\pi). \quad (2)$$

Соотношение (2) представляет собой одну из простейших моделей хаоса – отображение Бернулли [13]. Константа в отображении (2) учитывает добавку к фазе, возникающую при эстафетной передаче возбуждения от одного осциллятора к другому. Отметим, что эту константу всегда можно устранить заменой переменных, отвечающей сдвигу начала отсчета фазовой переменной.

Исследуем теперь динамику рассматриваемой системы. Зафиксируем собственную частоту осцилляторов и положим ее равной $\omega_0 = 2\pi$. Как следствие, собственный период осцилляторов $T_0 = 1$, а период внешнего воздействия $T = N$ ($\Omega = 2\pi/N$). На рис. 1 представлена типичная зависимость динамических переменных первого и второго осцилляторов от времени и численно построенное отображение для фазы первого осциллятора. Фаза определялась в сечении Пуанкаре, заданном условием $t_n = nT$, и вычислялась по следующей формуле:

$$\varphi = \begin{cases} \arctan(-\omega_0^{-1}\dot{x}/x), & x > 0, \\ \arctan(-\omega_0^{-1}\dot{x}/x) + \pi, & x < 0. \end{cases} \quad (3)$$

Из рисунка видно, что осцилляторы действительно генерируют колебания попеременно, а отображение для фазы первого осциллятора качественно эквивалентно отображению (2). Помимо приведенных выше иллюстраций для системы (1) была построена проекция странного хаотического аттрактора в четырехмерном сечении Пуанкаре на плоскость (x, \dot{x}) (рис. 2). Можно видеть, что аттрактор качественно выглядит как гиперболический аттрактор Смейла–Вильямса [13]. Увеличенный фрагмент аттрактора свидетельствует о наличии у него канторовой структуры.

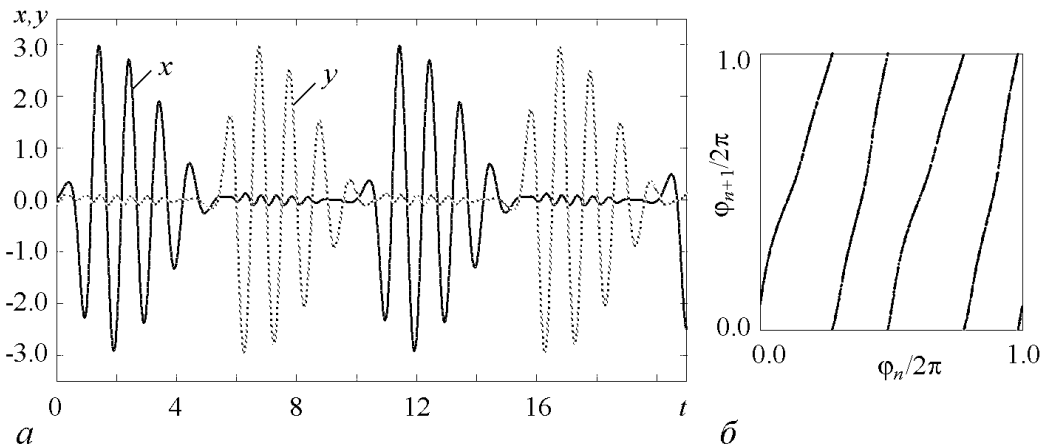


Рис. 1. *a* – Типичные временные зависимости динамических переменных x и y , полученные при численном решении системы (1) для следующих значений параметров: $\omega_0 = 2\pi$, $N = T = 10$, $A = 8.0$ и $\varepsilon = 0.5$. *б* – Численно построенное при тех же значениях параметров отображение для фазы первого осциллятора, определенной в моменты времени $t_n = nT$

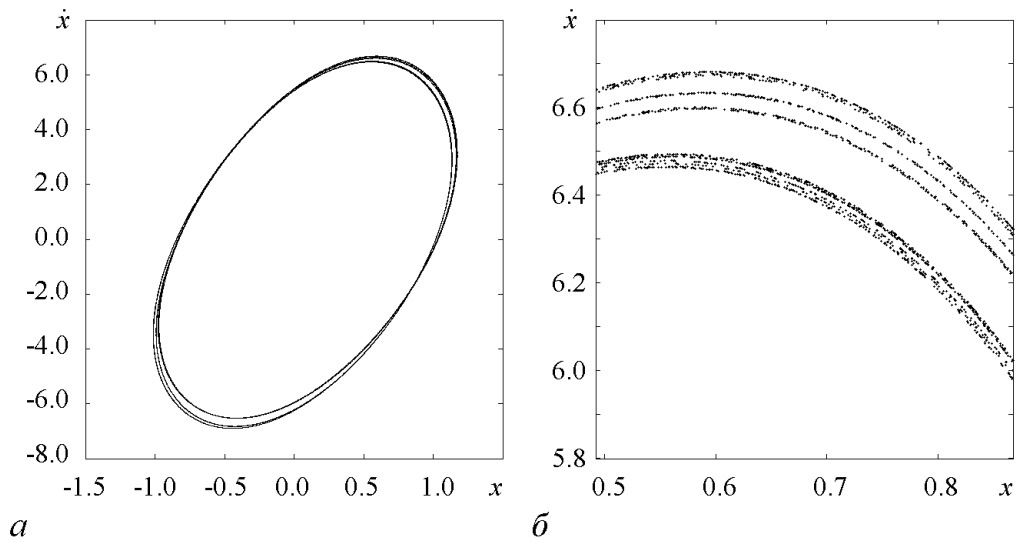


Рис. 2. Проекция странного хаотического аттрактора системы (1) в четырехмерном сечении Пуанкаре ($t_n = nT$) на плоскость (x, \dot{x}) (а) и его увеличенный фрагмент (б). Аттрактор построен для следующих значений параметров: $\omega_0 = 2\pi$, $N = T = 10$, $A = 7.2$ и $\varepsilon = 0.5$

Для того чтобы охарактеризовать хаотическую динамику количественно, для системы (1) была построена зависимость спектра показателей Ляпунова от параметра A (рис. 3). Для вычисления спектра показателей был реализован алгоритм

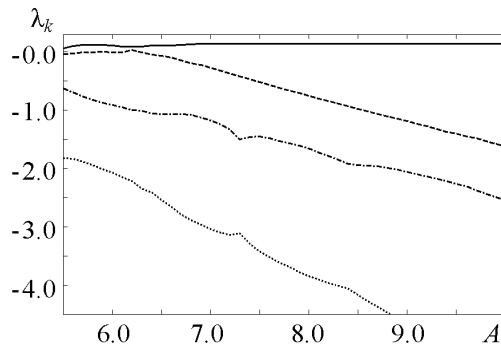


Рис. 3. Полученная численно зависимость спектра ляпуновских показателей системы (1) от параметра A при $\omega_0 = 2\pi$, $N = T = 10$ и $\varepsilon = 0.5$. В достаточно широком диапазоне старший ляпуновский показатель остается почти постоянным и находится в хорошем соответствии с оценкой $\lambda_1 = \ln 4/N \approx 0.1386\dots$

верно следующее равенство: $\lambda_1 = \ln 4/T$. Представленная на рис. 3 зависимость спектра показателей Ляпунова системы (1) от параметра A построена для следующих значений параметров системы $\omega_0 = 2\pi$, $N = T = 10$ и $\varepsilon = 0.5$. Из рисунка хорошо видно, что старший показатель Ляпунова остается почти постоянным в достаточно широком диапазоне изменения параметра A и близок к величине $\lambda_1 = \ln 4/10 \approx 0.1386\dots$, а остальные показатели демонстрируют достаточно плавную убывающую зависимость от параметра. Такое поведение показателей Ляпунова согласуется с предположением о гиперболической природе наблюдаемого аттрактора [9, 10, 12]. Наличие же положительного показателя служит количественным подтвер-

Бенеттина [13], состоящий в одновременном решении системы (1) и полученных для нее линеаризованных уравнений для возмущений. Через определенное число итераций выполнялась ортогонализация Грама–Шмидта и нормализация для четырех векторов, определяющих средние скорости роста или уменьшения накапливающихся сумм логарифмов норм векторов возмущения (после ортогонализации, но до нормализации). Отметим, что показатели Ляпунова для дифференциальных уравнений λ_k и для стробоскопического отображения Λ_k связаны соотношением $\lambda_k = \Lambda_k/T$. Для старшего показателя

ждением наличия хаоса. Ляпуновские показатели для аттрактора, представленного на рис. 2, равны следующим значениям: $\lambda_1 = 0.1382$, $\lambda_2 = -0.3727$, $\lambda_3 = -1.3339$ и $\lambda_4 = -3.1448$.

Если хаотический аттрактор действительно гиперболический, то хаотическая динамика должна быть грубой, а значит, должна сохранять свой характер при вариации параметров. Численное исследование показало, что это действительно так. Система (1) демонстрирует хаотическое поведение аналогичной природы и при других значениях параметров N и ε . Например, на рис. 4 представлена проекция стробоскопического сечения хаотического аттрактора системы (1) и численно построенное отображение для фазы первого осциллятора. Обе иллюстрации построены для случая $\omega_0 = 2\pi$, $N = T = 10$, $A = 8.0$ и $\varepsilon = 0.05$. Хорошо видно, что ни вид аттрактора, ни отображение для фазы качественно не изменились.

Помимо вычисления показателей Ляпунова была проведена оценка размерности для представленных хаотических аттракторов. Оценка проводилась двумя методами: по формуле Каплана–Йорке и численно по алгоритму Грассбергера–Прокачиа [7, 13]. В первом случае определялась фрактальная размерность аттрактора как объекта в стробоскопическом сечении по формуле $D_\lambda = 1 + \lambda_1/|\lambda_2|$ (так называемая ляпуновская размерность), а во втором – корреляционная размерность аттрактора в стробоскопическом сечении. Проведенные вычисления показали, что обе размерности находятся в неплохом соответствии. Так, например, для аттрактора, представленного на рис. 2, ляпуновская размерность $D_\lambda = 1.37$, а корреляционная $D_K = 1.36$, а для аттрактора, представленного на рис. 4, $D_\lambda = 1.398$ и $D_K = 1.368$.

Отметим, что при достаточно сильном изменении параметра (в область больших значений), например при $N = 100$, динамика системы (1) существенно меняется и она уже не демонстрирует хаотического аттрактора гиперболического типа. Кроме того, нарушается отображение для фазы и оно перестает удовлетворять формуле (2). Как мы покажем далее, это связано с нерезонансной передачей возбуждения от одной подсистемы к другой.

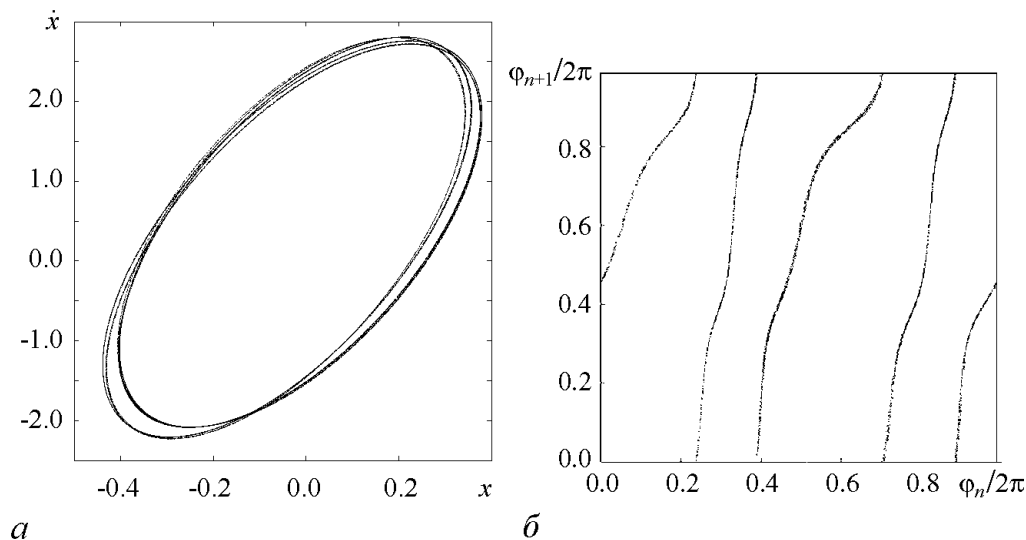


Рис. 4. Проекция странного хаотического аттрактора системы (1) в четырехмерном сечении Пуанкаре ($t_n = nT$) на плоскость (x, \dot{x}) (а) и численно построенное отображение для фазы первого осциллятора (б), определенной в моменты времени $t_n = nT$, при $\omega_0 = 2\pi$, $N = T = 10$, $A = 8.0$ и $\varepsilon = 0.05$

2. Система связанных осцилляторов с резонансной передачей возбуждения

Модифицируем систему (1) так, чтобы передача возбуждения от одной подсистемы к другой стала резонансной. Для этого умножим правые части обоих уравнений на вспомогательный сигнал вида $\cos \omega_0 t$. В этом случае система (1) примет вид

$$\begin{aligned} \ddot{x} - (A \cos(\Omega t) - x^2 - \dot{x}^2/\omega_0^2)\dot{x} + \omega_0^2 x &= \varepsilon y \dot{y} \cos \omega_0 t, \\ \ddot{y} - (-A \cos(\Omega t) - y^2 - \dot{y}^2/\omega_0^2)\dot{y} + \omega_0^2 y &= \varepsilon x \dot{x} \cos \omega_0 t. \end{aligned} \quad (4)$$

Соответственно такая модификация системы не приведет к изменению отображения для фазы первого осциллятора, определяемого через период внешнего воздействия.

На рис. 5 представлена типичная зависимость динамических переменных первого и второго осцилляторов от времени для системы (4). На рис. 6 показано численно построенное отображение для фазы первого осциллятора, определяемой в моменты времени $t_n = nT$ и вычисленной по формуле (3), а также проекция стробоскопического сечения хаотического аттрактора на плоскость (x, \dot{x}) . Все иллюстрации построены для следующих значений параметров: $\omega_0 = 2\pi$, $N = T = 10$, $\varepsilon = 0.3$ и $A = 3$. Из рисунков хорошо видно, что, как и в предыдущем случае (см. раздел 1), система (4) демонстрирует хаотический аттрактор, по внешнему виду напоминающий гиперболический аттрактор Смейла–Вильямса с канторовой структурой. При этом фрактальная структура аттрактора более ярко выражена: для ее наблюдения нет необходимости строить увеличенные фрагменты аттрактора, а отображение для фазы имеет более «прямые» участки.

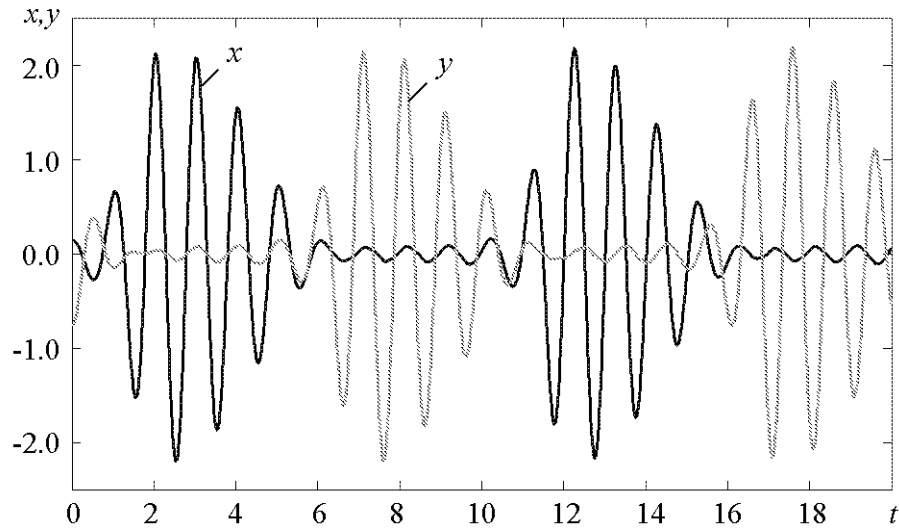


Рис. 5. Типичные временные зависимости динамических переменных x и y , полученные при численном решении системы (4) для следующих значений параметров: $\omega_0 = 2\pi$, $N = T = 10$, $A = 3.0$ и $\varepsilon = 0.3$

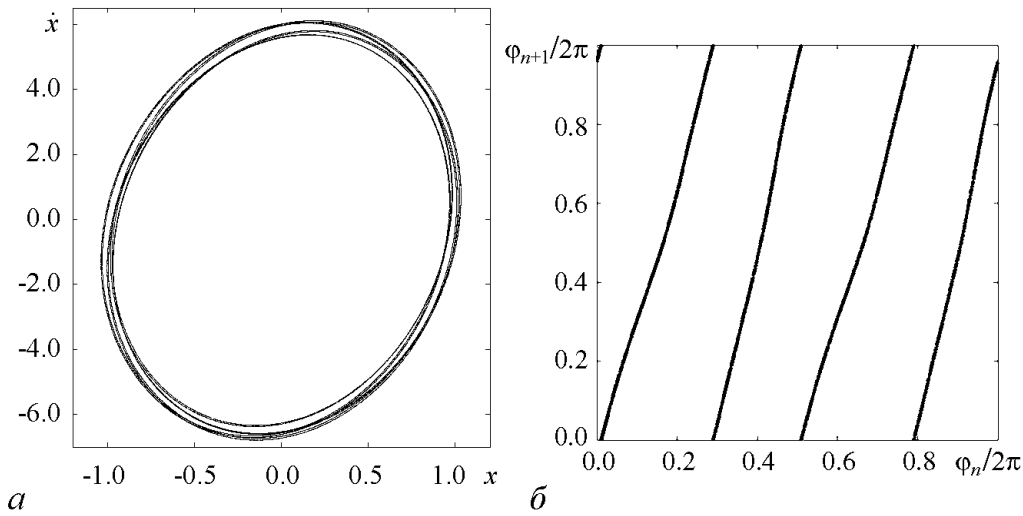


Рис. 6. Проекция странного хаотического аттрактора системы (4) в четырехмерном сечении Пуанкаре ($t_n = nT$) на плоскость (x, \dot{x}) (а) и численно построенное отображение для фазы первого осциллятора, определенной в моменты времени $t_n = nT$ (б), при $\omega_0 = 2\pi$, $N = T = 10$, $A = 3.0$ и $\varepsilon = 0.3$

Для системы (4) была также построена зависимость спектра показателей Ляпунова от параметра A (рис. 7). Из рисунка хорошо видно, что у системы (4), как и у предыдущей модели, существует большой диапазон по параметру A , в котором старший показатель Ляпунова остается почти постоянным и близок к величине $\lambda_1 = \ln 4/10 \approx 0.1386\dots$, а остальные показатели демонстрируют плавную убывающую зависимость от параметров. Этот диапазон оказывается более широким, чем в предыдущем случае. Так, старший показатель Ляпунова для системы (4) выходит на постоянное значение, близкое к величине $\lambda_1 = \ln 4/10$, при существенно меньших значениях параметра A . Помимо зависимости ляпуновских показателей для хаотического аттрактора системы (4), представленного на рис. 7, были оценены ляпуновская и корреляционная размерности. Так ляпуновская размерность оказалась $D_\lambda = 1.321$, а корреляционная – $D_K = 1.319$. Таким образом, по величине размерность аттрактора слабо зависит от типа передачи возбуждения.

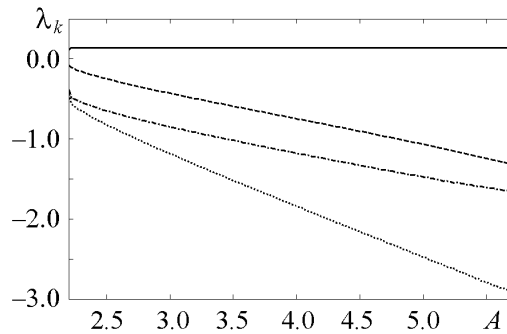


Рис. 7. Полученная численно зависимость спектра ляпуновских показателей системы (4) от параметра A при следующих значениях остальных параметров: $\omega_0 = 2\pi$, $N = T = 10$ и $\varepsilon = 0.3$. В достаточно широком диапазоне старший ляпуновский показатель остается почти постоянным и находится в хорошем соответствии с оценкой $\lambda_1 = \ln 4/N \approx 0.1386\dots$

Основное существенное отличие модели (4) от модели (1), однако, состоит именно в более широкой области структурной устойчивости хаотического аттрактора гиперболического типа. Причем эта область расширяется не только в область меньших значений N и ε , но, что более существенно, и в область достаточно больших значений N . Так, в случае нерезонансной передачи возбуждения между подси-

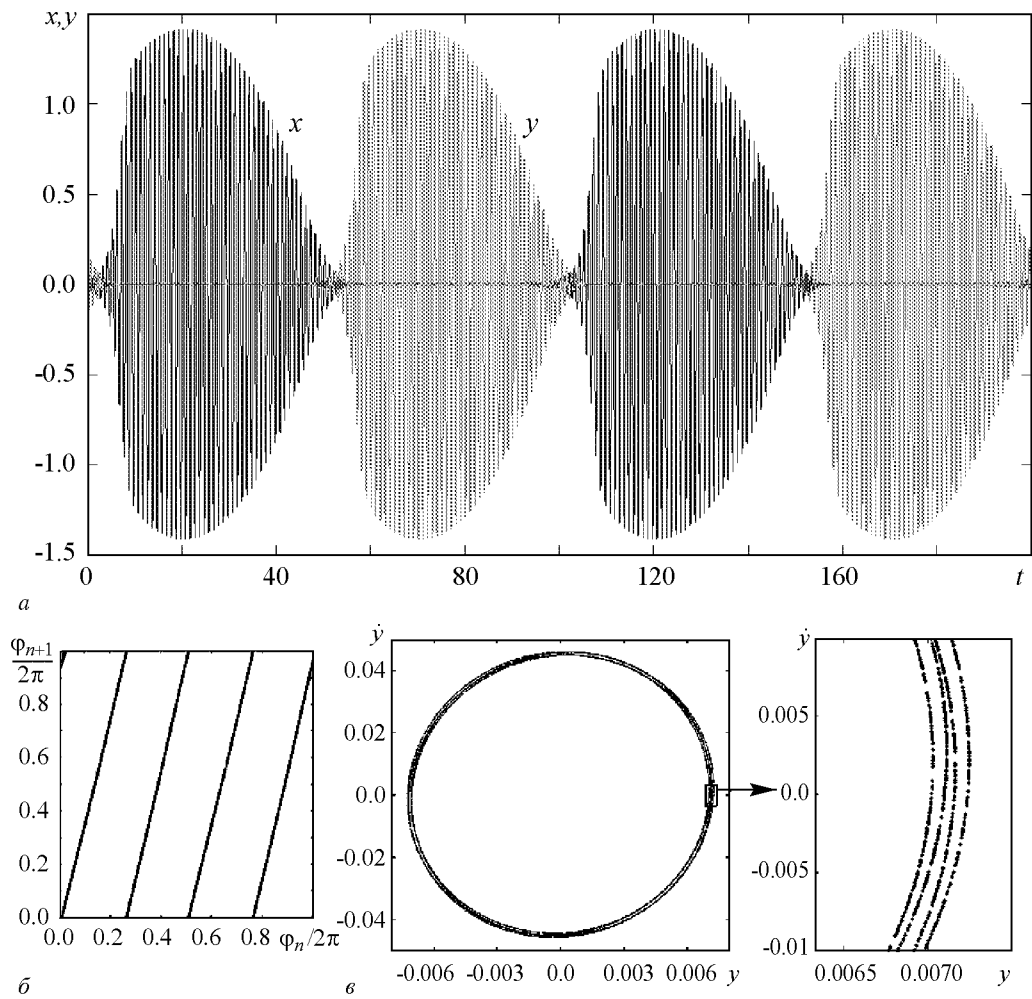


Рис. 8. *a* – Типичные временные зависимости динамических переменных x и y , полученные при численном решении системы (4) для следующих значений параметров: $\omega_0 = 2\pi$, $N = T = 100$, $A = 2.0$ и $\varepsilon = 0.03$. *б* – Численно построенное при тех же значениях параметров отображение для фазы первого осциллятора, определенной в моменты времени $t_n = nT$. *в, г* – Проекция странного хаотического аттрактора системы (4) в четырехмерном сечении Пуанкаре ($t_n = nT$) на плоскость (y, \dot{y}) и ее увеличенный фрагмент. Аттрактор построен для следующих значений параметров: $\omega_0 = 2\pi$, $N = T = 100$, $A = 1.0$ и $\varepsilon = 0.03$

стемами при больших N ($N = 100$), хаотический аттрактор гиперболического типа не наблюдался, а в случае резонансного он имеет место. Соответствующие иллюстрации для значений параметров $\omega_0 = 2\pi$, $N = T = 100$ и $\varepsilon = 0.03$ представлены на рис. 8 и 9. На них представлены типичная зависимость динамических переменных первого и второго осцилляторов от времени, численно построенное отображение для фазы первого осциллятора, определяемой в моменты времени $t_n = nT$, проекция странного хаотического аттрактора системы (4) в четырехмерном сечении Пуанкаре на плоскость (y, \dot{y}) и его увеличенный фрагмент. На рис. 9 представлена зависимость спектра ляпуновских показателей от параметра. Основные особенности этого случая от предыдущих состоят в том, что теперь проекция хаотического аттрактора, построенного в четырехмерном сечении Пуанкаре, представляет собой почти правильную окружность небольшого радиуса. Характерно также более сильное

убывание ляпуновских показателей при изменении параметра (естественно, кроме старшего, который во всем рассматриваемом диапазоне постоянен и равен величине $\lambda_1 = \ln 4/N \approx 0.01386\dots$). Еще одно отличие состоит в том, что значительно изменилось соотношение между старшим ляпуновским показателем и остальными показателями. Если для небольших N они отличались на порядок, то теперь на два (а то и более) порядка. Как следствие, уменьшилась размерность странного хаотического аттрактора. Так, показатели Ляпунова для представленного на рис. 8, в аттрактора имеют следующие значения: $\lambda_1 = 0.01386$, $\lambda_2 = -0.2357$, $\lambda_3 = -0.2817$ и $\lambda_4 = -0.5154$, а ляпуновская размерность $D_\lambda = 1.059$. При этом она находится, хоть и в худшем, но приемлемом соответствии с корреляционной размерностью $D_k = 1.02$. Это связано с увеличением периода внешнего воздействия, приводящего к медленной модуляции параметра, отвечающего за бифуркацию рождения предельного цикла.

Наконец, при больших N существуют небольшие интервалы времени (они расположены в небольшой окрестности тех моментов времени, когда происходит передача возбуждения от одной подсистемы к другой), когда генерируют, пусть и слабо, обе подсистемы.

Выводы

Таким образом, в работе проведено исследование двух моделей системы связанных осцилляторов ван дер Поля с одинаковой рабочей частотой, но с разными типами (резонансным и нерезонансным) передачи возбуждения от одной подсистемы к другой. Для обеих моделей представлены существенные доказательства того, что они демонстрируют странный хаотический аттрактор гиперболического типа, который представляет собой разновидность аттрактора Смейла–Вильямса с четырьмя оборотами вкладываемого в исходный объем образа после растяжения и поперечного сжатия. Динамика фазы, определяемой через период внешнего воздействия, описывается отображением Бернулли. Свойства аттрактора не сильно зависят от типа передачи возбуждения. Однако области в пространстве параметров, внутри которых хаотический аттрактор является структурно устойчивым, наоборот, существенно зависят от типа связи. При резонансной передаче возбуждения они существенно больше, особенно по параметру N , который задает отношение периода внешнего воздействия к собственному периоду колебаний осцилляторов.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 06-02-16619 и № 04-02-04011.

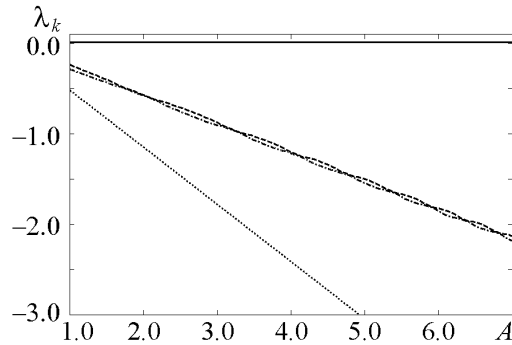


Рис. 9. Полученная численно зависимость спектра ляпуновских показателей системы (4) от параметра A при следующих значениях остальных параметров: $\omega_0 = 2\pi$, $N = T = 100$ и $\varepsilon = 0.03$. В достаточно широком диапазоне старший ляпуновский показатель остается почти постоянным и находится в хорошем соответствии с оценкой $\lambda_1 = \ln 4/N \approx 0.01386\dots$

Библиографический список

1. *Синай Я.Г.* Стохастичность динамических систем. В кн. Нелинейные волны. М.: Наука, 1979, 192 с.
 2. *Гукенхеймер Дж., Холмс П.* Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2002. 559 с.
 3. *Devaney R.L.* An Introduction to Chaotic Dynamical Systems. NY: Addison – Wesley, 1989.
 4. *Shilnikov L.* Mathematical problems of nonlinear dynamics: a tutorial // Int. J. of Bif. & Chaos. 1997. Vol. 7, № 9. P. 1353.
 5. *Каток А.Б., Хасселблат Б.* Введение в современную теорию динамических систем. Пер. с англ. М.: Факториал. 1999, 768 с.
 6. *Afraimovich V. and Hsu S.-B.* Lectures on chaotic dynamical systems. AMS/IP Studies in Advanced Mathematics, Vol.28. American Mathematical Society, Providence RI, International Press, Somerville, MA, 2003.
 7. *Ott E.* Chaos in Dynamical Systems. Cambridge University Press, 1993.
 8. *Анищенко В.С. и др.* Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2003.
 9. *Kuznetsov S.P.* Example of a physical system with a hyperbolic attractor of a Smale–Williams type // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 95. P. 44101.
 10. *Belykh V., Belykh I. and Mosekilde E.* The hyperbolic Plykin attractor can exist in neuron models // Int. J. of Bif. & Chaos. 2005. Vol. 15, № 11. P. 3567.
 11. *Кузнецов С.П., Селезнев Е.П.* Хаотическая динамика в физической системе со странным аттрактором типа Смейла–Вильямса // ЖТЭФ. 2006. Вып. 129, № 2. С. 400.
 12. *Кузнецов С.П., Сатаев И.Р.* Проверка устойчивости гиперболичности хаотического аттрактора в системе связанных неавтономных осцилляторов ван дер Поля // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2006. Т. 14, № 5. С. 3.
 13. *Кузнецов С.П.* Динамический хаос. М.: Физматлит, 2006. 356 с.
- Саратовский государственный университет* *Поступила в редакцию 26.06.2007*

CHAOTIC DYNAMICS IN THE SYSTEMS OF COUPLING NONAUTONOMOUS OSCILLATORS WITH RESONANCE AND NONRESONANCE COMMUNICATOR OF THE SIGNAL

A.P. Kuznetsov, S.P. Kuznetsov, A.S. Pikovski, L.V. Turukina

Chaotic dynamics in the systems of coupling nonautonomous van der Pol oscillators with resonance and nonresonance communicator of the signal is considered. For the both models phase map for the period of the external force are show hyperbolic attractor of the Smale–Williams type. In these models features of chaotic dynamics investigated depending on type of the communicator of the signal.



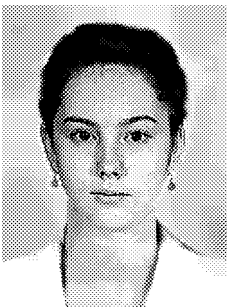
Кузнецов Александр Петрович – родился в 1957 году. Доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники РАН, профессор Саратовского госуниверситета, заведующий базовой кафедрой динамических систем СГУ в СФ ИРЭ РАН. Специалист по нелинейной динамике, теории динамического хаоса и теории критических явлений. Занимается использованием идей теории катастроф и теории бифуркаций, а также развитием концепции сценариев перехода к хаосу применительно к многопараметрическим модельным и физическим нелинейным системам. Соросовский профессор (2000, 2001), научный руководитель студенческой лаборатории «Теоретическая нелинейная динамика» и школьной научной лаборатории. Опубликовал более 100 научных работ. Автор нескольких оригинальных учебных курсов для факультета нелинейных процессов и лица прикладных наук СГУ, 10 учебных пособий и монографии «Нелинейные колебания» (совместно с С.П. Кузнецовым и Н.М. Рыскиным. М.: Физматлит, 2002). E-mail: alkuz@sgu.ru; www.sgtnd.narod.ru



Кузнецов Сергей Петрович – родился в Москве (1951). Окончил Саратовский государственный университет (1973). С 1988 – сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники РАН, в настоящее время – заведующий лабораторией теоретической нелинейной динамики. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГУ (1977) и доктора наук (1987) по специальности радиофизика. Профессор кафедры динамических систем. Автор учебно-научной монографии «Динамический хаос» и «Нелинейные колебания» (в соавторстве с А.П. Кузнецовым и Н.М. Рыскиным). Опубликовал свыше 150 научных статей по нелинейной динамике, радиофизике и электронике. Под руководством С.П. Кузнецова защищены семь кандидатских диссертаций. Лауреат государственной научной стипендии для ученых России (1994–1996), Соросовский доцент (1998), Соросовский профессор (2000, 2001). Член редакционной коллегии журнала «Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика». E-mail: spkuz@rambler.ru



Пиковский Аркадий Самуилович – родился в Горьком (1956), окончил Горьковский государственный университет (1977). После окончания работал в Институте прикладной физики АН, затем в университетах Вуппертала и Потсдама. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (ГГУ, 1982). Область научных интересов – нелинейная динамика, статистическая физика и теория хаоса.



Тюрюкина Людмила Владимировна – родилась в 1977 году. Кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники РАН, ассистент базовой кафедры динамических систем СГУ в СФ ИРЭ РАН. Область научных интересов – динамический хаос, критические явления на пороге хаоса, сложная динамика нелинейных осцилляторов и автоколебательных систем с внешним периодическим воздействием в контексте сопоставления различных подходов к их описанию, синхронизация короткими импульсами и управление неустойчивыми режимами посредством коротких импульсов. Автор более 50 научных публикаций, из них около 20 статей в российских и зарубежных журналах. Лауреат стипендии Президента РФ для студентов и аспирантов. В 2001 и 2002 годах получила персональные гранты РФФИ для молодых исследователей. Принимает участие в работе международных научных коллективов. E-mail: ludmila@forpost.ru