УДК 517.9

ДИНАМИКА ДВУХ СПИН-ТРАНСФЕРНЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ С ПОЛЕВОЙ СВЯЗЬЮ

Я. В. Туркин, П. В. Купцов

Саратовский государственный технический университет

Предложена и исследована модель системы двух спин-трансферных осцилляторов связанных при помощи магнитного поля. Показано, что данная модель может демонстрировать фазовую синхронизацию в широком диапазоне частот, а также режимы квазипериодичности и хаос.

Ключевые слова: Спин-трансферные осцилляторы, уравнение Ландау–Лифшица, спинтроника, синхронизация, хаос.

Введение

В настоящее время значительно возрос интерес к динамике спин-трансферных осцилляторов и систем, построенных на их основе. Этот интерес обусловлен целым рядом практически важных свойств, которыми обладают спин-трансферные осцилляторы. В работе [1] было показано, что спин-трансферные осцилляторы обладают большим потенциалом как источники маломощных СВЧ-сигналов в интегральных схемах. В работе [2] приведены способы изменения собственной частоты спин-трансферного осциллятора при помощи внешнего магнитного поля или тока. Преимущества этих способов в том, что перестройка частоты осуществляется посредством внешнего воздействия без необходимости изменения внутренних параметров осциллятора.

Одиночный спин-трансферный осциллятор в автономном режиме может демонстрировать только периодические колебания [3–5]. Более богатую феноменологическую картину можно получить в системе связанных осцилляторов. Так как колебания в спин-трансферном осцилляторе возникают при пропускании через него постоянного тока, то одним из способов связи является последовательное или параллельное включение осцилляторов в цепь с источником постоянного тока. Поведение связанных таким образом спин-трансферных осцилляторов исследовано уже довольно подробно (см., например, [6–8]). Другой, значительно менее изученный механизм связи, это связь по полю. При таком типе связи осцилляторы изолированы друг от друга электрически, но располагаются достаточно близко, так что магнитное поле, создаваемое одним осциллятором, действует на вектор намагниченности в другом и наоборот.

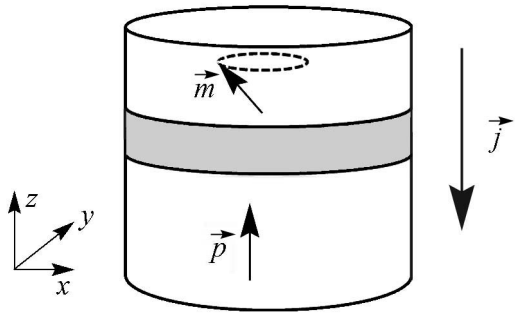

Рис. 1. Структура одиночного спин-трансферного осциллятора

Спиновый осциллятор в простейшем виде представляет собой трехслойную структуру с двумя ферромагнитными слоями и диамагнитной прослойкой между ними (рис. 1). Один из слоев (на рисунке он снизу) таков, что его намагниченность $\vec{p}$ всегда остается постоянной. Этот слой называется «закрепленным» [9]. Намагниченность $\vec{m}$ во втором ферромагнитном слое (на рисунке он сверху) может свободно изменять свое направление, этот слой называется «свободным». Ток $\vec{j}$ направлен от свободного слоя к закрепленному. Сначала электроны проходят через закрепленный слой и поляризуются (приобретают направление спина, коллинеарное $\vec{p}$). Затем, проходя диамагнитную прослойку (на рисунке она выделена серым цветом), электроны попадают в свободный слой и теряют там свою поляризацию. Это приводит к возникновению вращающего момента, влияющего, в конечном счете, на вектор намагниченности свободного слоя. В зависимости от параметров осциллятора при включении тока вектор либо просто меняет свое направление, то есть происходит перемагничивание, либо начинает совершать автоколебания. Динамика вектора намагниченности в свободном слое описывается уравнением Ландау–Лифшица с добавочным членом Слончевского [10]

$$\frac{d\vec{m}}{d\tau} = -\left[\vec{m}\times\vec{h}_{\text{eff}}\right] - \alpha\cdot\vec{m}\times\left[\vec{m}\times\vec{h}_{\text{eff}}\right] - \beta\cdot[\vec{m}\times[\vec{m}\times\vec{p}]] + \alpha\cdot\beta\cdot[\vec{m}\times\vec{p}]\,. \quad (1)$$

Здесь $\vec{h}_{\text{eff}}$ – эффективное поле (поле которое действует на вектор намагниченности в свободном слое); α – константа затухания; β – токовый параметр (параметр пропорциональный плотности тока в свободном слое); $\vec{p}$ – направление намагниченности в закрепленном слое (совпадает по направлению с поляризацией спинового тока).

Эффективное поле в общем случае складывается из внешнего поля, которое приложено к осциллятору, и полей, обусловленных геометрическими размерам и кристаллическими свойствами материала осциллятора,

$$\vec{h}_{\text{eff}} = K_u\,(\vec{m},\vec{u})\,\vec{u} - N\vec{m} + \vec{h}_{\text{ext}}. \quad (2)$$

Здесь K_u – константа анизотропии; $\vec{u}$ – вектор анизотропии; N – размагничивающий тензор (в данном случае тензор представляет собой диагональную матрицу, сумма элементов которой равна единице).

Следует отметить, что уравнение (1) сохраняет амплитуду вектора намагниченности, и поэтому динамика вектора намагниченности может быть рассмотрена как динамика на поверхности сферы [11].

В общем случае у системы (1) может быть не более трёх пар неподвижных точек. Точки (0, 0, 1) и $(0,\ 0,\ -1)$ существуют при выбранных нами параметрах всегда. Две другие пары, два устойчивых фокуса и две седловые точки, располагаются в плоскости (x, y) и меняют свое положение в зависимости от значения токового параметра.

Система (1) может демонстрировать автоколебания. На оси токового параметра область существования предельного цикла ограничена бифуркацией Андронова–Хопфа и гомоклинической бифуркацией [11]. На рис. 2 показана зависимость амплитуды колебаний компоненты m_x вектора намагниченности от токового параметра. Рождение предельного цикла происходит в результате суперкритической бифуркации Андронова–Хопфа при отрицательном β, а с приближение токового параметра к нулю, цикл разрушается вследствие касания сепаратрис седловых точек. Рис. 3 показывает, как меняется частота автоколебаний в зависимости от β. Вблизи точки рождения цикла имеется узкая область, где частота не зависит от управляющего параметра, а затем она начинает убывать по линейному закону. Отметим очень широкий диапазон перестройки частоты: в точке рождения цикла она, примерно, на порядок выше, чем в точке его исчезновения. Подробное описание динамики одиночного спин-трансферного осциллятора можно найти [5, 7, 11].

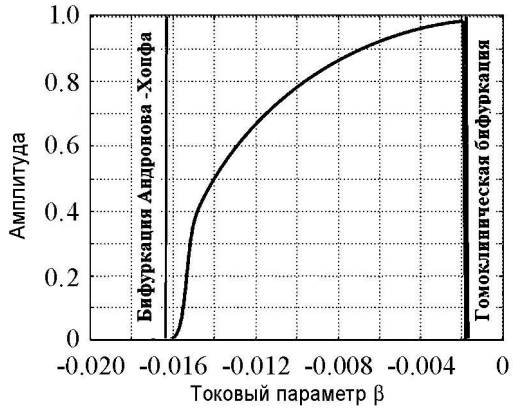

Рис. 2. Зависимость амплитуды компоненты намагниченности m_x от значения токового параметра. Значения параметров соответствуют первому осциллятору системы (2) при отсутствии связи

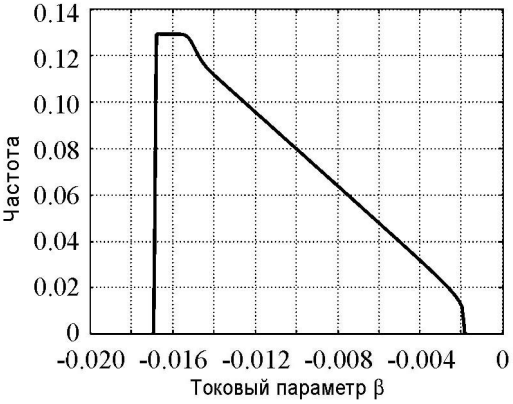

Рис. 3. Частота колебаний вектора намагниченности. Параметры как на рис. 2

Рассмотрим пару связанных осцилляторов, расположенных достаточно близко, чтобы магнитное поле создаваемое свободным слоем одного осциллятора могло оказывать ощутимое влияние на вектор намагниченности другого осциллятора и наоборот. Для учета действия одного осциллятора на другой в эффективное поле вводится дополнительный член – магнитное поле создаваемое другим осциллятором. Формула, описывающая поле, создаваемое каждым осциллятором, достаточно сложна. Поэтому в настоящей работе рассматривается упрощенная задача, где предполагается, что напряженность создаваемого поля пропорциональна вектору намагниченности, а коэффициент пропорциональности выступает в роли параметра связи. Поле, создаваемое первым осциллятором, добавляется к эффективному полю второго осциллятора и наоборот.

Таким образом, система двух связанных осцилляторов описывается двумя уравнениями Ландау–Лифшица

$$\frac{d\vec{m}_1}{d\tau} = -[\vec{m}_1 \times (\vec{h}_{\text{eff}} + \varepsilon \cdot \vec{m}_2)] - \alpha \cdot \vec{m}_1 \times [\vec{m}_1 \times (\vec{h}_{\text{eff}} + \varepsilon \cdot \vec{m}_2)] - \\ - \beta_1 \cdot [\vec{m}_1 \times [\vec{m}_1 \times \vec{p}]] + \alpha \cdot \beta_1 \cdot [\vec{m}_1 \times \vec{p}]\,, \qquad (3а)$$

$$\frac{d\vec{m}_2}{d\tau} = -[\vec{m}_2 \times (\vec{h}_{\text{eff}} + \varepsilon \cdot \vec{m}_1)] - \alpha \cdot \vec{m}_2 \times \left[\vec{m}_2 \times \left(\vec{h}_{\text{eff}} + \varepsilon \cdot \vec{m}_1\right)\right] - \\ - \beta_2 \cdot [\vec{m}_2 \times [\vec{m}_2 \times \vec{p}]] + \alpha \cdot \beta_2 \cdot [\vec{m}_2 \times \vec{p}]\,, \qquad (3б)$$

где ε – параметр связи.

Результаты расчетов, приведенные ниже, были получены при следующих значениях параметров: $\alpha = 0.02$, $\vec{p} = (0, 0, 1)$, $\beta_2 = -0.015$, $K_u = 0.001$, $N_1 = \mathrm{diag}(0.0489,\ 0.0776,\ 0.8733)$, $N_2 = \mathrm{diag}(0.0645,\ 0.0774,\ 0.8580)$, $\vec{u} = (0,\ 1,\ 0)$. Токовый параметр второго осциллятора фиксирован. Частота его автоколебаний в отсутствие связи равна 0.0106. Токовый параметр первого осциллятора изменяется.

Исследование поведения системы (3) производится при помощи построения карт показателей Ляпунова и карт режимов. При вычислении показателей Ляпунова следует учитывать, что каждое из уравнений (3а) и (3б) сохраняет длину вектора намагниченности. Это влечет появление двух направлений безразличного равновесия в шестимерном фазовом пространстве системы. Следовательно, два показателя Ляпунова всегда будут нулевыми. Исходя из этого, режимы системы (3) можно классифицировать следующим образом.

1. Имеется хотя бы один положительный показатель – хаотический режим.
2. Имеются два отрицательных и четыре нулевых показателя – квазипериодический режим, которому в фазовом пространстве отвечает двумерный тор.
3. Имеются три отрицательных и три нулевых показателя – режим синхронизации. В фазовом пространстве этому режиму соответствует предельный цикл или в общем случае резонансный тор.
4. Имеются четыре отрицательных и два нулевых показателя – гибель колебаний в обоих осцилляторах, чему соответствует выход на неподвижную точку в фазовом пространстве.

Карты режимов строятся исходя из отношений частот между первым и вторым осциллятором. Если происходит гибель колебаний, то отношение частот считается равным нулю.

Плоскость показателей Ляпунова и карта режимов приведены на рис. 4, 5, соответственно.

На плоскости показателей Ляпунова (см. рис. 4) можно видеть четыре основных режима системы (3): гибель колебаний, синхронизацию, квазипериодический

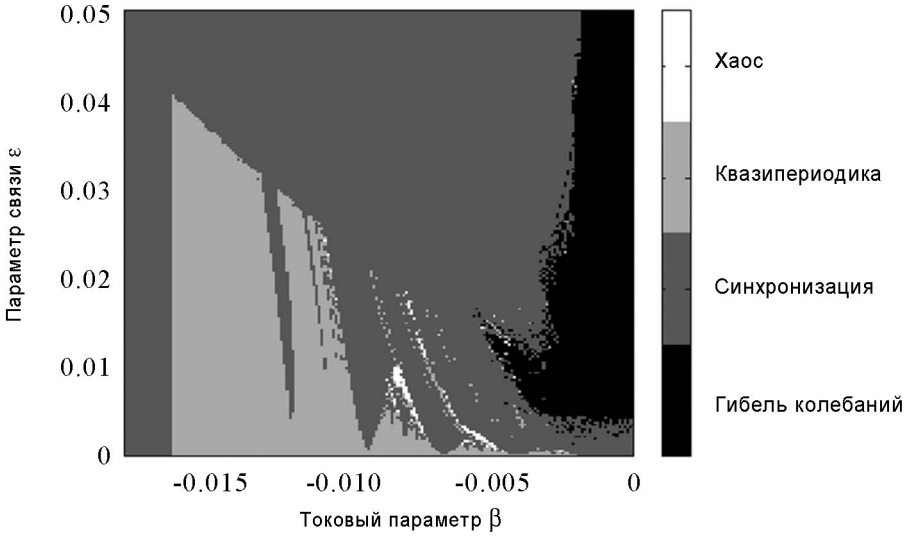

Рис. 4. Плоскость показателей Ляпунова: хаос (белый цвет) – имеется хотя бы один положительный показатель; квазипериодика (светло серый цвет) – два нулевых и четыре отрицательных показателя; синхронизация (темно серый цвет) – три нулевых и три отрицательных показателя; гибель колебаний (черный цвет) – два нулевых и четыре отрицательных показателя

режим, хаос. Более детальная картина приведена на карте динамических режимов (см. рис. 5), которая качественно повторяет плоскость ляпуновских показателей. Здесь дополнительно выделены языки синхронизации 1/1, 1/3, 1/5, 1/7. Эти языки, примыкают вплотную друг к другу. Еще один язык 1/9 отделен от них квазипериодическим режимом. Видно, что ширина языков убывает с ростом порядка. По этой причине не исключено существование ещё нескольких очень узких языков более высоких порядков слева от языка 1/9. Однако их не может быть много из-за того, что область ограничена слева бифуркацией Андронова–Хопфа в первом осцилляторе. За порогом этой бифуркации собственные автоколебания в первом осцилляторе прекращаются. Напомним, что параметры второго осциллятора фиксированы и отвечают режиму автоколебаний. В данной ситуации второй осциллятор заставляет первый совершать малые колебания. Частота вынужденных колебаний совпадает с частотой вынуждающих колебаний, то есть имеет место синхронизация 1/1, при которой второй осциллятор колеблется на частоте, близкой к собственной, а первый осциллятор повторяет его колебания с малой амплитудой вблизи неподвижной точки. Такую ситуацию можно назвать доминированием второго осциллятора над первым. Область доминирования можно видеть на рис. 5 слева от штриховой линии. Область гибели колебаний находится вблизи точки гомоклинической бифуркации первого осциллятора (штрихпунктирная линия на рис. 5). При увеличении модуля токового параметра, чему соответствует движение по плоскости справа налево, область гибели сменяется языками синхронизации высших порядков. При увеличении параметра связи область гибели колебаний сужается и ограничивается линией гомоклинической бифуркации. Слева от нее возникает область синхронизации 1/1.

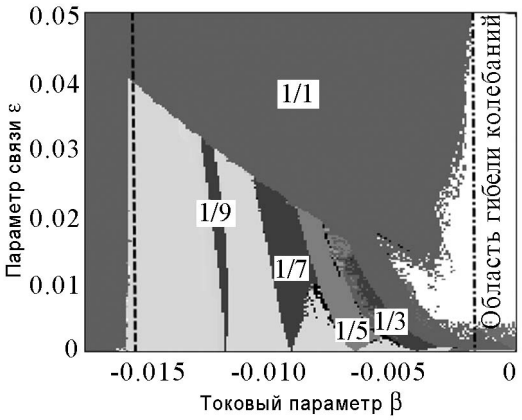

Рис. 5. Карта режимов системы (3): штриховой линией отмечено критическое значение токового параметра, при котором происходит бифуркация Андронова–Хопфа, а штрихпунктирной – гомоклиническая бифуркация для первого осциллятора в автономном режиме

Важно отметить, что область синхронизации 1/1 занимает значительную часть карты динамических режимов на рис. 5. При достаточно сильной связи этот тип синхронизации наблюдается во всём диапазоне существования автоколебаний в изолированных подсистемах. Собственные частоты синхронизированных осцилляторов могут отличаться очень существенно, что иллюстрирует рис. 3, на котором показано, как сильно изменяется собственная частота автоколебаний первого осциллятора в диапазоне существования предельного цикла. Напомним, что собственная частота второго осциллятора фиксирована и равна 0.0106. Исходя из этого, можно предположить, что механизм возникновения режима 1/1 такой же, как и при широкополосной синхронизации [12]. Как известно, широкополосная синхронизация может возникать в системах с диссипативной связью. В нашем случае связь нельзя однозначно интерпретировать как диссипативную. Однако члены, отвечающие за связь, входят, в том числе, и в коэффициенты уравнений (3), отвечающие за диссипацию (эти коэф-

фициенты пропорциональны α). Нужно заметить, тем не менее, что существенным отличием рассматриваемой системы от канонических моделей с широкополосной синхронизацией является то, что в данном случае область синхронизации ограничена диапазоном существования предельных циклов в парциальных системах.

Колебания, наблюдаемые в разных областях карты режимов, иллюстрирует рис. 6. В левой колонке показаны зависимости динамических переменных от времени, а в правой – построены фигуры Лиссажу. Так как динамика каждой из подсистем происходит на поверхностях сфер, то их динамические переменные можно в компактной форме выразить при помощи стереографической проекции

$$w_{x1,2} = \frac{m_{x1,2}}{1 + m_{z1,2}}, \tag{4а}$$

$$w_{y1,2} = \frac{m_{y1,2}}{1 + m_{z1,2}}, \tag{4б}$$

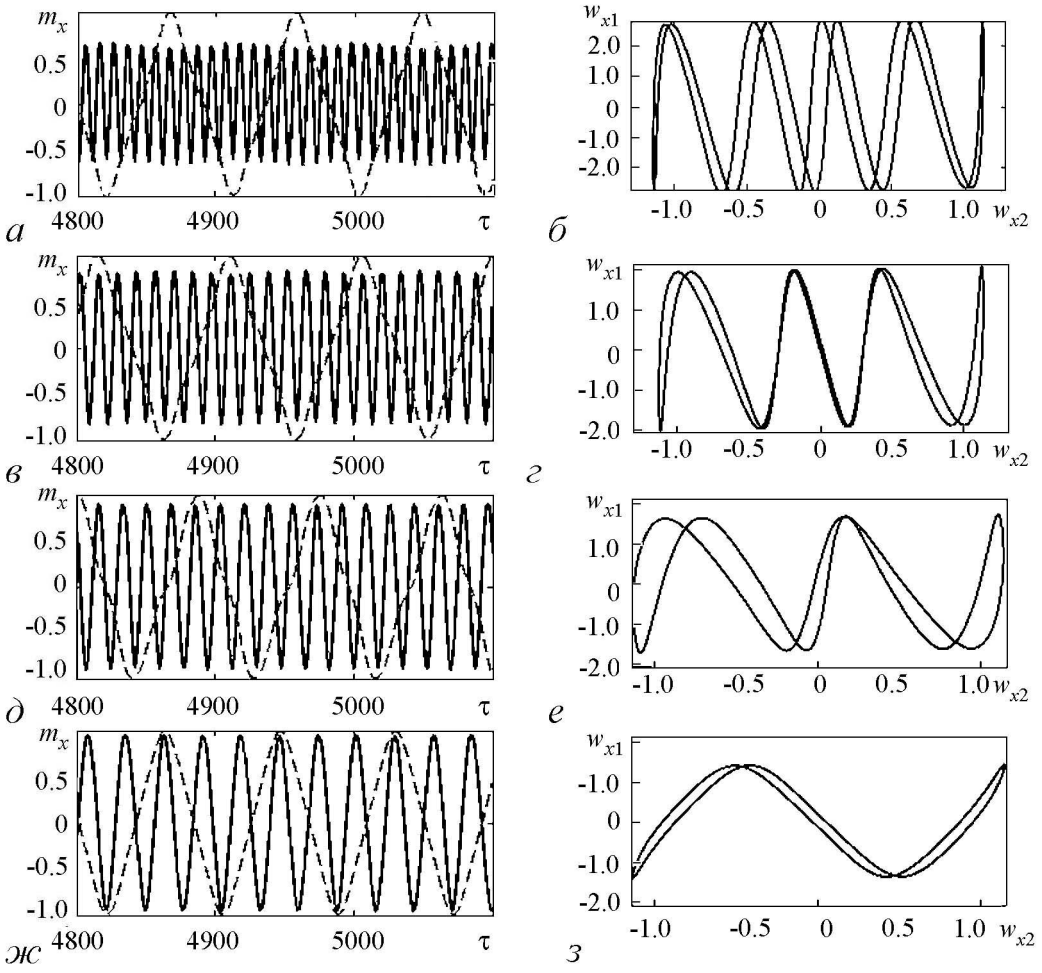

Рис. 6. Динамические режимы системы (3). Слева показана зависимость компоненты намагниченности m_xот времени, справа – фигуры Лиссажу в стереографической проекции. Диаграммы представляют следующие случаи синхронизации: *а, б* – 1/9; *в, г* – 1/7; *д, е* – 1/5; *ж, з* – 1/3. Сплошная линия – компонента намагниченности первого осциллятора, а штриховая линия – второго

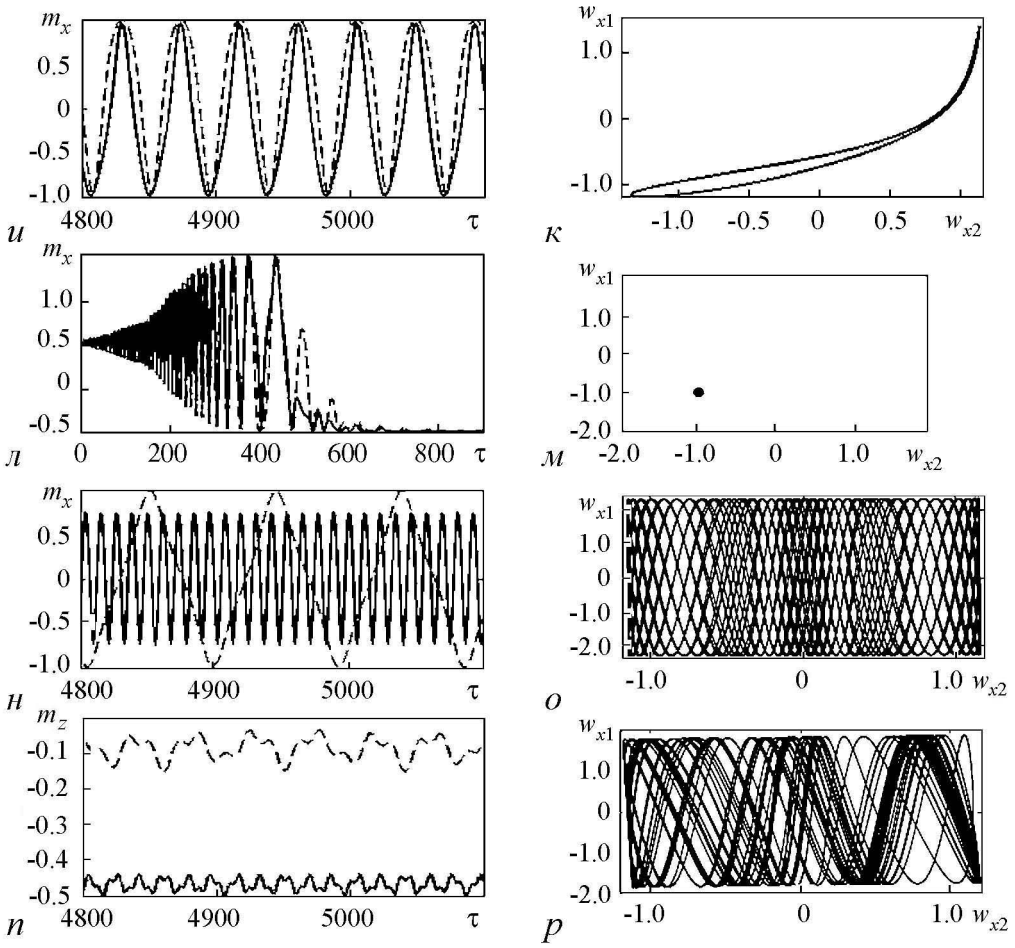

Рис. 6 (продолжение). Диаграммы представляют следующие режимы: *и, к* – синхронизация 1/1; *л, м* – гибель колебаний; *н, о* – квазипериодический режим; *п, р* – хаос. На диаграмме «*п*» вместо компоненты вектора намагниченности m_x показана компонента m_z для большей наглядности

где $m_{x1,2}$, $m_{y1,2}$ и $m_{z1,2}$ – координаты векторов $\vec{m}_{1,2}$, соответственно. Фигуры Лиссажу на рис. 6 построены для переменных стереографической проекции w_{x1}, w_{x2} первого и второго осцилляторов, соответственно.

По виду фигуры Лиссажу можно определить динамический режим системы. Фигура, представленная замкнутой кривой с конечным числом точек поворота, соответствует синхронизации, где порядок синхронизации – число контуров, образованных линией. Этот случай показан на рис. 6, *а–к*, которые соответствуют режимам синхронизации 1/9, 1/7, 1/5, 1/3 и 1/1, соответственно. Как видно из рисунков, число контуров на фигурах Лиссажу равно девяти, семи, пяти, трем и одному, соответственно. Точка на диаграмме Лиссажу соответствует гибели колебаний. Этот случай показан на рис. 6, *м*. На рис. 6, *л* представлен соответствующий этому режиму переходный процесс, из которого видно, как затухают колебания. Незамкнутая кривая на диаграмме Лиссажу, имеющая счётное число точек поворота, которые упорядоченно заполняют плоскость, соответствует квазипериодическому режиму. Такой режим изображен на рис. 6, *н, о*. Из рис. 6, *о* можно видеть, что кривая равномерно запол-

няет плоскость. Причём точки самопересечений распределены регулярным образом. Незамкнутая кривая, нерегулярным образом заполняющая плоскость, соответствует хаосу. Этот режим изображен на рис. 6, *n, p*. Так как хаос слабо выражен на графике зависимости компоненты намагниченности m_x от времени, на рис. 6, *n* построен график компоненты m_z. На рис. 6, *p* можно видеть, что кривая имеет большое число беспорядочно расположенных точек самопересечений.

Заключение

- Предложена и исследована модель системы двух спин-трансферных осцилляторов, связанных по полю. При построении модели было сделано упрощающее предположение, что напряжённость магнитного поля свободного слоя осциллятора пропорциональна вектору намагниченности этого слоя.
- Показано, что система демонстрирует следующие режимы: синхронизацию, гибель колебаний, квазипериодичность и хаос. Синхронизация 1/1 имеет место в обширной области на карте динамических режимов, в пределах которой собственные частоты связанных систем могут отличаться очень значительно (на порядок). Это свидетельствует о наличии так называемой широкополосной синхронизации. Данный вывод подтверждается присутствием у связи между подсистемами (сложной по своей структуре) диссипативной компоненты, как того и требует механизм широкополосной синхронизации.
- Связанные по полю спин-трансферные осцилляторы могут быть использованы в маломощных СВЧ-микросхемах в качестве генераторов периодических, квазипериодических и хаотических сигналов. Также они могут найти применение как преобразователи частоты. Так как взаимодействие между осцилляторами осуществляется посредством магнитного поля при отсутствии электрического контакта, их можно использовать для реализации аналога трансформаторной связи между отдельными элементами интегральной схемы. Существенным преимуществом устройств такого типа является то, что перестройка собственной частоты может осуществляться простым изменением силы постоянной компоненты тока, текущей через осциллятор. Перечисленные особенности делают рассматриваемые системы достаточно перспективными с точки зрения их практического применения в качестве компонент электронных устройств.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках выполнения базовой части государственного задания высшим учебным учреждениям по проекту № 1694.

Библиографический список

1. *Prokopenko O., Bankowski E., Meitzler T., Tiberkevich, V., Slavin, A.* Spin-torque nano-oscillator as a microwave signal source// IEEE Magnetic Letters. 2011. Vol. 2. Article #.3000104
2. *Zeng Z.* Ultralow-current-density and bias-field-free spin-transfer nano-oscillator// Nature Scientific Reports. 2013. № 3. P. 1.

3. *Huang H.B., Ma X.Q., Liu Z.H.* Micromagnetic simulation of spin transfer torque magnetization precession phase diagram in a spin-valve nanopillar under external magnetic fields// ISRN Condensed Matter Physics. 2012. Vol. 5–2012. Article ID 387380. P. 1.
4. *Mohseni S.M., Sani S., Persson J.* High frequency operation of a spin-torque oscillator at low field// Phys. Status Solidi. 2011. Vol. 12, Issue 5. P.432.
5. *Ozatay O., Gowtham P.G.* Sidewall oxide effects on spin-torque- and magnetic-field-induced reversal characteristics of thin-film nanomagnets// Nature Materials. 2008. Vol. 7. P. 567.
6. *Pikovsky A.* Robust synchronzation of spin-torque oscillators with an LCR load// Phys. Rev. E. 2013. Vol. 88, Issue 3. P. 032812.
7. *Sanid C., Murugesh S.* Synchronization and chaos in spin-transfer-torque nano-oscillators coupled via a high-speed operational amplifier// Journal of Physics D: Applied Physics. .2014. Vol. 47, Issue 6. P. 065005.
8. *Subash B., Chandrasekar V. K., Lakshmanan M.* Synchronization of an array of spin-torque nano oscillators in periodic applied external magnetic field// EPL (Europhysics Letters). 2013. Vol. 102, №1. P. 17010.
9. *Hartmann U.* Magnetic multilayers and giant magnetoresistance. New York: Springer-Verlag, 2001.
10. *Slonczewski J.C.* Current-driven excitation of magnetic multilayers// Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 1996. Vol. 159, № 1. P. L1-L7.
11. *Bertotti G., Mayergoyz I., Serpico C.* Nonlinear magnetization dynamics in nanosystems. Amsterdam: Elsevier, 2009.
12. *Кузнецов А.П., Паксютов В.И., Роман Ю.П.* Особенности синхронизации в системе неидентичных связанных осцилляторов ван дер Поля и ван дер Поля–Дуффинга. Широкополосная синхронизация // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2007. Т. 15, № 4. С. 3.

Поступила в редакцию 24.12.2014

DYNAMICS OF TWO FIELD-COUPLED SPIN-TRANSFER OSCILLATORS

Y. V. Turkin, P. V. Kuptsov

State Technical University of Saratov

The model of two field-coupled spin-transfer oscillators has been derived and studied. It has been shown that this model demonstrates phase synchronization in a wide bandwidth, quasiperiodic oscillations and chaos.

Keywords: Spin-transfer oscillators, Landau Lifshitz equation, spintronics, synchronization, chaos.

Туркин Ярослав Вячеславович – родился в Саратове (1992). Окончил с отличием бакалавриат Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А. (2013). В настоящее магистрант второго года обучения в Саратовском государственном техническом университете имени Гагарина Ю.А. Занимается научной работой по направлению: математическое моделирование магнитных наноструктур.

410054 Саратов, ул. Политехническая, 77
Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.
E-mail: turkin.yaroslav@gmail.com

Купцов Павел Владимирович – родился в Саратове (1972), с отличием окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1994), защитил кандидатскую диссертацию (1998) и докторскую диссертацию (2013). В настоящее время – профессор кафедры «Приборостроение» Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А., а также сотрудник научной группы теоретической нелинейной динамики в Саратовском филиале Института радиотехники и электроники РАН. Область научных интересов – сложные колебания в распределённых системах, хаотическая динамика в системах высокой размерности, численные методы.

410054 Саратов, ул. Политехническая, 77
Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.
E-mail: p.kuptsov@rambler.ru