

## Форма 503. РАЗВЕРНУТЫЙ НАУЧНЫЙ ОТЧЕТ

### 3.1. Номер проекта

16-02-00135

### 3.2. Название проекта

Генераторы грубого хаоса высоких и сверхвысоких частот

### 3.3. Коды классификатора, соответствующие содержанию фактически проделанной работы

02-440, 02-430

### 3.4. Объявленные ранее цели проекта на 2016 год

Предполагалась разработка новых систем, демонстрирующих гиперболические и квазигиперболические странные аттракторы, на уровне блок-схем и модельных уравнений, математического описания этих систем на основе обыкновенных дифференциальных уравнений, проведение численного моделирования с применением инструментария современной нелинейной динамики, компьютерная проверка критериев гиперболичности аттракторов. Предполагалась также разработка схемотехнических решений, реализующих предложенные устройства в наиболее простой форме, с использованием аналоговых элементов – операционные усилители, умножители, и демонстрация их функционирования в низкочастотной области и с заменой низкочастотных аналоговых элементов компонентами, способными обеспечить функционирование в высокочастотном диапазоне. Проведение схемотехнического моделирования генераторов грубого хаоса и сопоставление с результатами численного исследования математических моделей и исследование зависимости динамики и ее характеристик от параметров, демонстрация грубости (робастности). Проведение подготовительных работ для обеспечения лабораторных экспериментов с устройствами в высокочастотном диапазоне.

### 3.5. Полученные за отчетный период важнейшие результаты

#### СИСТЕМЫ С ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКОЙ I

Рассмотрены три новых варианта построения систем, грубый хаос в которых обусловлен присутствием гиперболических аттракторов типа соленоида Смейла – Вильямса в отображении Пуанкаре [6-8].

Первая система [6] составлена из двух колебательных элементов, один из которых автоколебательный, с различающимися вдвое собственными частотами, а ее функционирование основано на использовании эффекта гибели колебаний. [Ermentrout G.V., Kopell N., SIAM J. Appl. Math., 50, 1990, 125-146]. Диссипативная связь между элементами включается и выключается с определенным периодом  $T$ , так что в отсутствие связи осуществляется нарастание колебаний, а в ее присутствии реализуется эффект гибели колебаний. Система описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \ddot{x} - (\mu - x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x + 2\epsilon xy &= KH(\sin(2\pi t / T))(\dot{y} - \dot{x}), \\ \ddot{y} + \alpha\dot{y} + 4\omega_0^2 y + \epsilon x^2 &= 0, \quad H(\xi) = \{0, \xi < 0\} \{1, \xi \geq 0\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Вторая система [7] автономная, и сконструирована путем модификации модели, предложенной в свое время Неймарком, имеющей на фазовой плоскости сепаратрису в форме восьмерки. [Неймарк Ю.И., Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний, М.: Наука, 1972, с. 129-135.] Наша система составлена из двух подсистем Неймарка, характеризуемых обобщенными координатами  $x$  и  $y$ , и описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{x} = u, \quad \dot{u} &= (1 - x^2 - y^2)x + [L - (x^2 + y^2 - 1)^2]u + \epsilon(u^3 - 3uv^2), \\ \dot{y} = v, \quad \dot{v} &= (1 - x^2 - y^2)y + [L - (x^2 + y^2 - 1)^2]v + \epsilon(3u^2v - v^3), \end{aligned} \quad (2)$$

куда добавлены члены, из-за которых система становится автоколебательной, и при этом обеспечивается утроевание угла поворота вектора  $(x, y)$  при возвратах в окрестность начала координат при последовательных обходах вблизи сепаратрисы.

Третий поход [8] состоит в рассмотрении семейства автономных систем, где возникновение гиперболического хаоса ассоциируется с катастрофой голубого неба, варианты которой обсуждались (без представления конкретных примеров) в работе [Тураев Д.В., Шильников Л.П., ДАН, 342, 1995, 596—599]. Мы вводим и исследуем семейство систем, заданных уравнениями вида

$$\begin{aligned}\dot{a}_1 &= -i\omega_0 a_1 + (1 - |a_2|^2 + \frac{1}{2}|a_1|^2 - \frac{1}{50}|a_1|^4) a_1 + \frac{1}{2}\varepsilon \operatorname{Im} a_2^m, \\ \dot{a}_2 &= -i\omega_0 a_2 + (|a_1|^2 - \mu + \frac{1}{2}|a_2|^2 - \frac{1}{50}|a_2|^4) a_2 + \varepsilon \operatorname{Re} a_1.\end{aligned}\quad (3)$$

В зависимости от целочисленного параметра  $m=2,3,4,\dots$  в результате бифуркации катастрофы голубого неба, наблюдаемой при увеличении параметра  $\mu$ , начиная с некоторого критического его значения, возникает аттрактор, представляющий собой в сечении Пуанкаре солениод Смейла – Вильямса, характеризуемый  $m$ -кратным увеличением числа витков образа исходного тора на каждом шаге построения. (Из этого семейства ранее обсуждался только частный случай  $m=2$ , см. Kuznetsov S.P., RCD, **15**, 2010, 348–353.)

## СИСТЕМЫ С ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКОЙ II

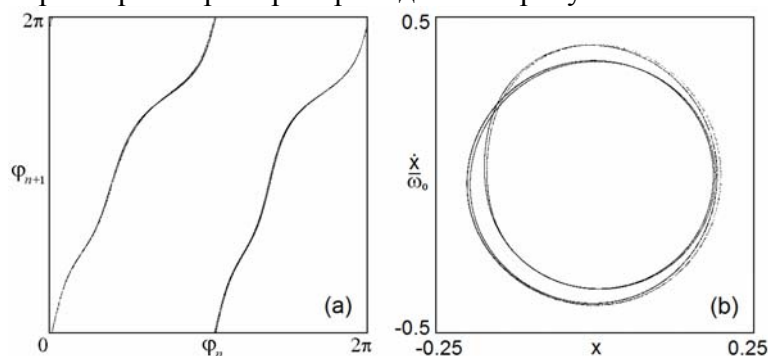
Определяющее гиперболическую динамику расширение и сжатие элементов объема вдоль соответствующих направлений в фазовом пространстве в упомянутых выше примерах далеко от равномерности, если говорить об эволюции в непрерывном времени между прохождениями сечения Пуанкаре. Для радикального улучшения спектральных свойств генерируемого хаоса представляется желательным указать способы построения систем с приблизительно равномерным расширением и сжатием фазового объема. Задавшись этой целью, мы берем за отправную точку геодезический поток на поверхности Шварца, заданной в пространстве трех угловых переменных  $\theta_{1,2,3}$  уравнением  $\cos\theta_1 + \cos\theta_2 + \cos\theta_3 = 0$  и имеющей почти всюду отрицательную кривизну. Она реализуется в системе трех ротаторов с наложенной приведенным выражением связью. (Кузнецов С.П., Известия Саратов. ун-та, Новая серия, Серия Физика, **15**, 2015, № 2, 5-17.) Далее, эта система подвергается модификации. Сначала добавляем диссипацию и вводим обратную связь, что делает систему автоколебательной. Далее, вместо связи, заданной алгебраическим уравнением, вводится взаимодействие через потенциальное поле, такое, что минимум потенциала достигается на поверхности Шварца. Чтобы обеспечить возможность реализации в виде электронной схемы, требуются элементы, аналогичные ротаторам в механике, когда состояние характеризуется определенной по модулю  $2\pi$  переменной и ее производной. Для этого предлагается использовать фазы трех управляемых напряжением генераторов относительно опорного сигнала фиксированной частоты, как в системах фазовой автоподстройки. Полученная в итоге система уравнений имеет вид [1-3]

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_i &= u_i, \\ \dot{u}_i &= \mu u_i - \nu u_i^3 + 2w \sin(\Omega\tau + \theta_i) \cos\Omega\tau, \quad i = 1, 2, 3, \\ \dot{w} &= -\gamma w - 2 \sum_{i=1}^3 u_i \sin(\Omega\tau + \theta_i) \cos\Omega\tau.\end{aligned}\quad (4)$$

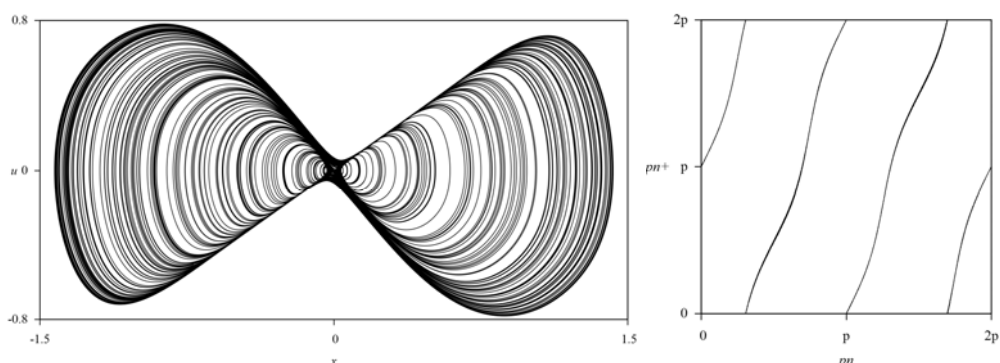
В предположении большого параметра частоты  $\Omega \gg 1$  и  $\gamma \ll 1$ , уравнения упрощаются и сводятся к уравнениям механической системы, гиперболическая природа аттрактора в которой установлена в работе S.P. Kuznetsov, RCD, **20**, 2015, 649–666.

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СИСТЕМ

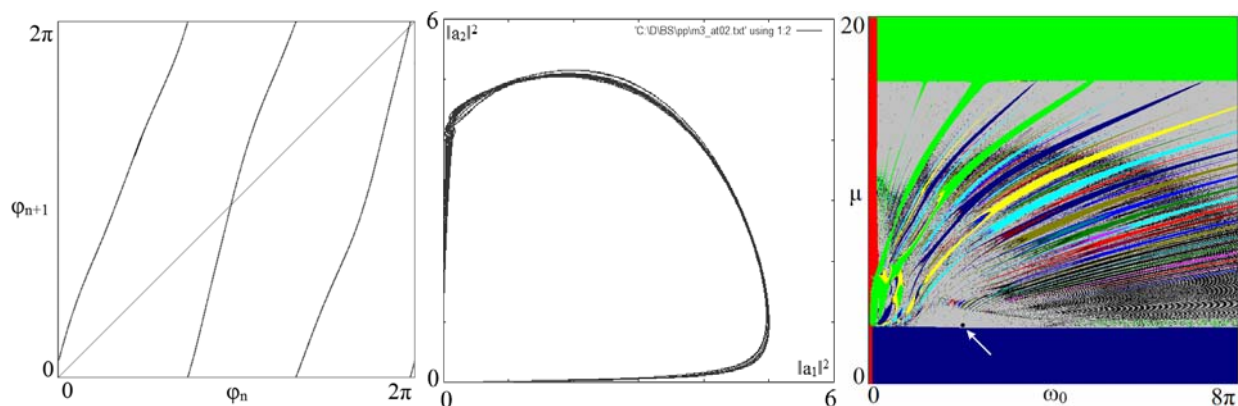
Для систем с аттракторами Смейла-Вильямса, а именно, для системы на эффекте гибели колебаний, системы, построенной модификацией модели Неймарка, и семейства систем с катастрофой голубого неба, проведено численное исследование с применением методов теории динамических систем [6-8]. Предположения относительно природы динамического поведения, заложенные при конструировании систем, и гиперболическая природа аттракторов подтверждены построением диаграмм, иллюстрирующих динамику угловой переменной на аттракторе Смейла – Вильямса, портретов аттракторов в сечении Пуанкаре, спектров, и в ряде случаев карт динамических режимов на плоскости параметров. Примеры приводятся на рисунках 1-4.



**Рис.1.** Диаграмма для фаз на последовательных периодах (а) и портрет аттрактора в стробоскопическом сечении в проекции на фазовую плоскость первого осциллятора (б) для модели (1) при  $\varepsilon=0.5$ ,  $\omega_0=2\pi$ ,  $T=20$ ,  $\alpha=0.4$ ,  $K=5$ .



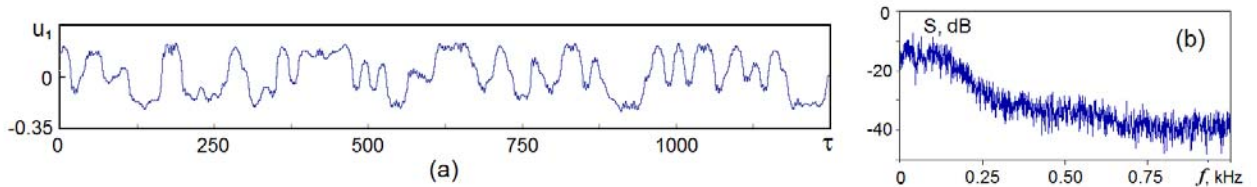
**Рис.2.** Фазовый портрет системы (2) в проекции на плоскость переменных  $x$  и  $u$  (а) и диаграмма для фаз на последовательных проходах секущей Пуанкаре  $S = x^2 + y^2 = 1$  (в направлении увеличения  $S$ ) (б), что отвечает трехкратно растягивающему отображению окружности



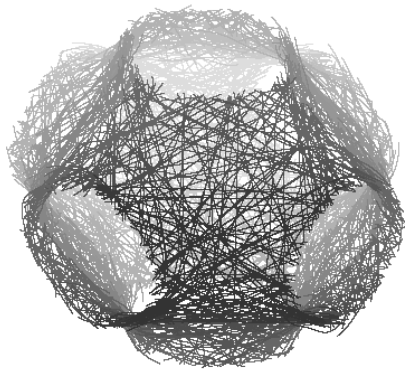
**Рис.3.** а) Отображение для аргумента комплексной амплитуды первой подсистемы в модели (3) в сечении Пуанкаре  $|a_2| = 2.5$  (проходимого в направлении увеличения  $|a_2|$ ) и б) проекция фазового портрета, для гиперболического хаоса,  $m=3$ ,  $\varepsilon=0.1$ ,  $\omega_0=2\pi$ ,  $\mu=3.15$ .

**Рис. 4.** Карта динамических режимов модели (3) для  $m=3$ ,  $\varepsilon=0.1$ . Стрелкой показана точка, соответствующая диаграммам на рис.7. Прилегающая к ней область однородно серого цвета отвечает гиперболическому хаосу.

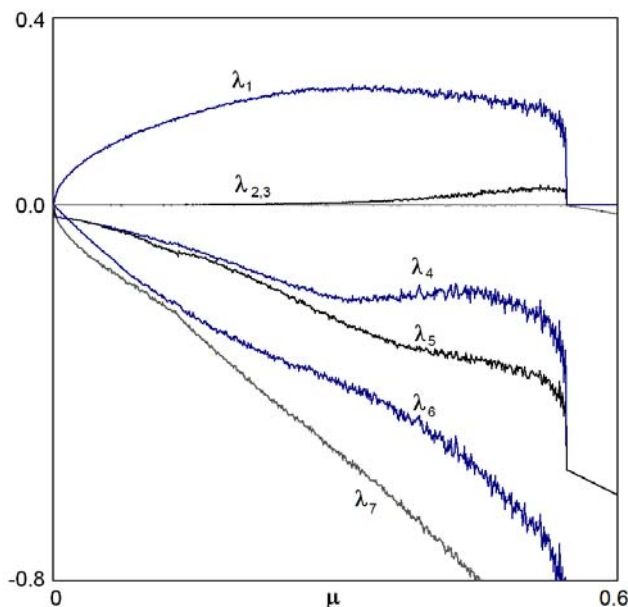
Для системы, сконструированной как электронная реализация трех взаимодействующих ротаторов [1-3], представлены результаты численного решения уравнений, причем проведено сопоставление описания динамики в рамках моделей, доставляющих разную степень точности описания. Представлены портреты аттракторов, временные зависимости генерируемых колебаний, показатели Ляпунова, спектры, и продемонстрировано хорошее соответствие наблюдаемой динамики генератора хаоса с гиперболической динамикой Аносова исходного геодезического потока (рис.5-7).



**Рис.5.** Временная зависимость (а) и спектр (б) для переменной  $u_1$ , полученные при численном решении уравнений модели (4). Сплошной спектр, не содержащий выраженных пиков и провалов, свидетельствует о хаотической динамике, характеризующейся приблизительно равномерным расширением и сжатием фазового объема при эволюции в непрерывном времени.



**Рис.6.** Вид типичной траектории в трехмерном пространстве  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ , полученной при численном решении уравнений (4) при задании параметров  $\mu = 0.07497$ ,  $\nu = 1.73156$ ,  $\gamma = 0.05$ ,  $\Omega = 20.1062$ . Как можно видеть, траектория эргодически покрывает поверхность Шварца  $\cos \theta_1 + \cos \theta_2 + \cos \theta_3 = 0$ .



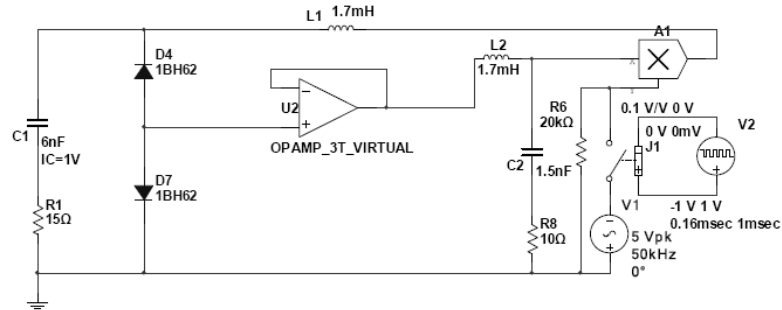
**Рис.7.** Показатели Ляпунова системы (4) в зависимости от параметра  $\mu$  при остальных параметрах  $\mu = 0.07497$ ,  $\nu = 1.73156$ ,  $\gamma = 0.05$ . Плавная зависимость положительного показателя в широком интервале изменения параметра говорит о грубой природе наблюдаемого хаоса.

## РАЗРАБОТКА СХЕМОТЕХНИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

Предложены схмотехнические решения генераторов грубого хаоса кольцевой структуры с аттракторами Смейла – Вильямса [9].

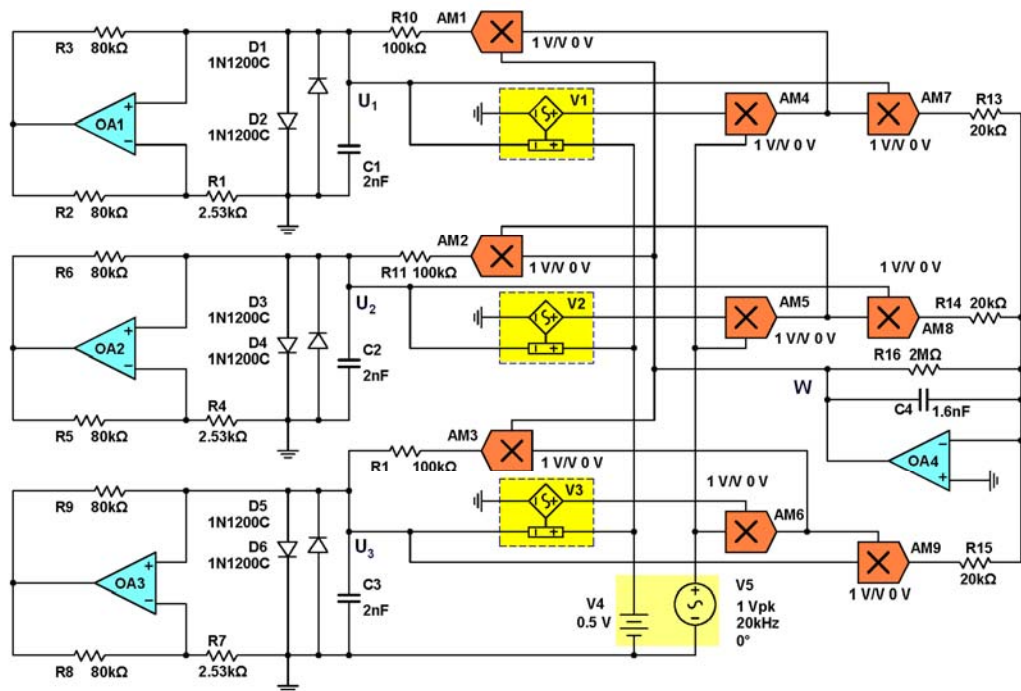
Представлен пример схемы устройства, содержащего два колебательных контура, с собственными частотами, находящимися в соотношении 1:2, и двух нелинейных элементов (рис.7). Диоды и повторитель напряжения на операционном усилителе образуют нелинейный элемент, с квадратичной характеристикой при малых амплитудах и

дальнейшим насыщением, которое обусловлено предельными параметрами операционного усилителя. Второй нелинейный элемент – аналоговый умножитель, осуществляющий смешение основного сигнала и вспомогательного, представляющего собой периодическую последовательность прямоугольных радиоимпульсов. Система генерирует последовательность радиоимпульсов, у которых фазы заполнения меняются хаотически, в соответствии с отображением Бернулли.



**Рис.7.** Схема электронного устройства, функционирующего за счет вспомогательного внешнего воздействия в виде периодической последовательности радиоимпульсов.

Схема генератора хаоса, представляющего собой электронный аналог трех взаимодействующих ротаторов, составлена из трех однотипных подсистем, содержащих управляемые напряжением генераторы, фазы колебаний этих генераторов в установившемся режиме при правильно подобранных параметрах схемы эволюционируют во времени таким образом, что изображающая точка остается близкой к поверхности Шварца [1,2]. Схема приведена на рис.8.



**Рис.8.** Схема генератора хаоса, представляющего собой электронный аналог трех взаимодействующих ротаторов, реализованная в программной среде Multisim

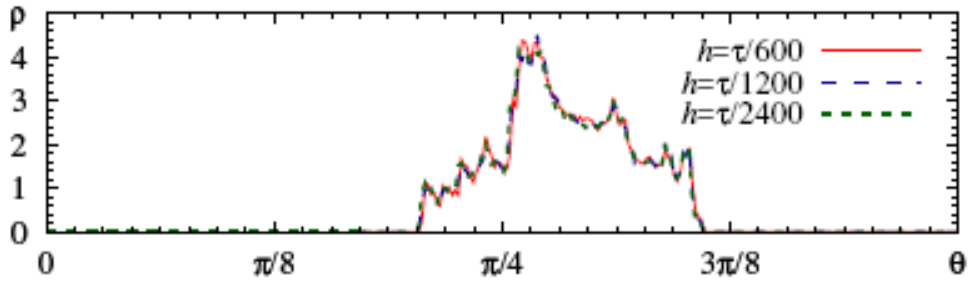
### КОМПЬЮТЕРНАЯ ПРОВЕРКА КРИТЕРИЯ ГИПЕРБОЛИЧНОСТИ И ДРУГИЕ ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДИКИ

В рамках работ по проекту, впервые, насколько нам известно, проведена компьютерная проверка гиперболичности аттракторов для систем с запаздыванием [3]. Использовался метод, основанный на вычислении распределений углов между многообразиями для траекторий на аттракторе – расширяющим, сжимающим и

нейтральным. Рассмотрены три конкретных примера. Для двух из них подтверждена ранее предполагавшаяся гиперболичность. [С.П.Кузнецов, В.И. Пономаренко, Письма в ЖТФ, 2008, 34 (18), 1-8; S.P.Kuznetsov, A.Pikovsky, reprint nlin. arXiv: 1011.5972.] Третий пример [J.D.Farmer, Physica D, 1982, 4(3), 366-393] отвечает негиперболическому хаосу. Результаты иллюстрируются гистограммами распределения углов на рис.9. Также проведена проверка критерия углов для системы уравнений, выведенной для электронного устройства, воспроизводящего динамику на поверхности отрицательной кривизны [2], см. рис.10. Отсутствие углов, близких к нулю, говорит о гиперболичности аттрактора, а наличие таковых – о том, что динамика негиперболическая. При относительно малой надкритичности автоколебаний имеет место первая ситуация, а при достаточно большой – вторая. Также развиты и апробированы методики, полезные для распознавания типов сложного динамического поведения, позволяющие отличить странный нехаотический аттрактор от квазипериодических и хаотических колебаний [4].

$$\ddot{X} - [A \cos(2\pi/T) - X^2] \dot{X} + \omega_0^2 X = \varepsilon X_\tau \dot{X}_\tau \cos \omega_0 t$$

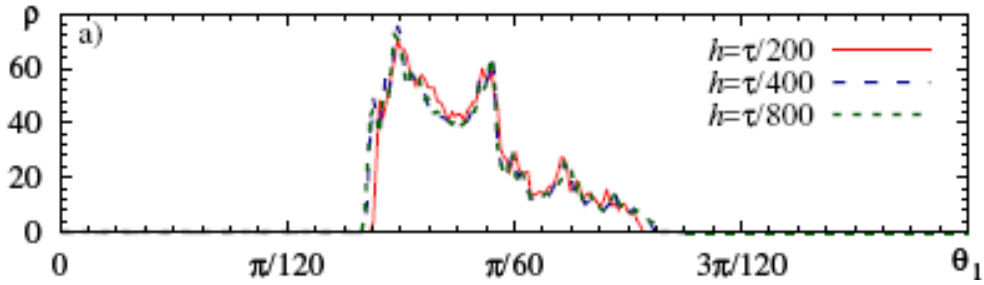
$$A = 4.7, \varepsilon = 0.3, \omega_0 = 2\pi, T = 6, \tau = 4.5$$



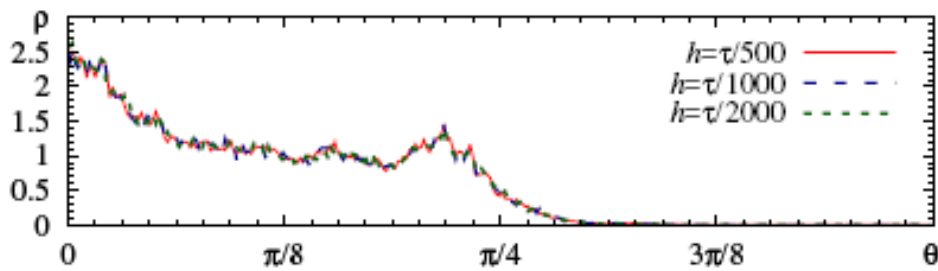
$$\dot{X} = -\omega_0 Y + \mu(1 - X_\tau^2 - Y_\tau^2)X + \varepsilon X_\tau Y_\tau,$$

$$\dot{Y} = \omega_0 X + \mu(1 - X_\tau^2 - Y_\tau^2)Y,$$

$$\mu = 0.8, \omega_0 = 2\pi, \varepsilon = 0.05, \tau = 2$$

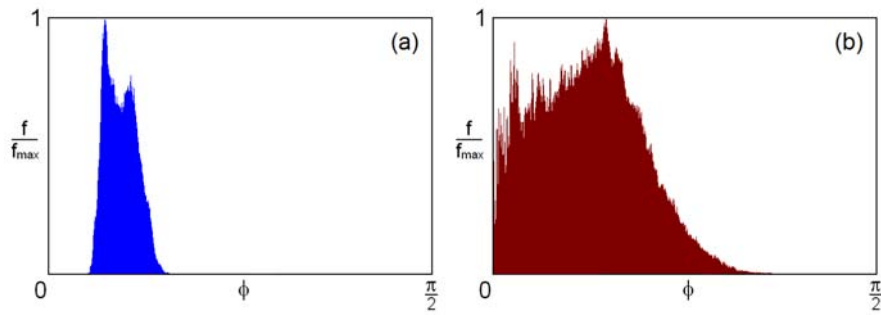


$$\dot{X} = aX_\tau / (1 + X_\tau^{10}) - bX, \quad a = 0.2, b = 0.1, \tau = 23$$



**Рис.9.** Гистограммы распределения углов между устойчивыми и неустойчивыми подпространствами модельных систем с запаздыванием. Первые два примера – динамика гиперболическая, третий пример – динамика негиперболическая.

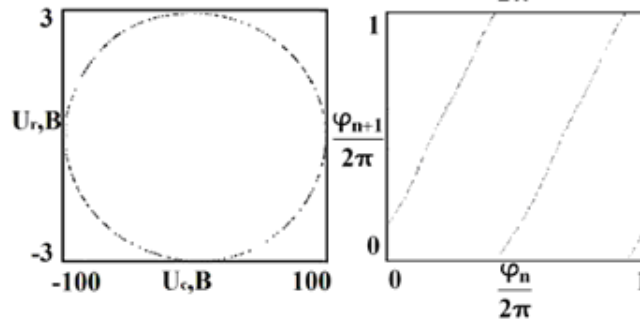




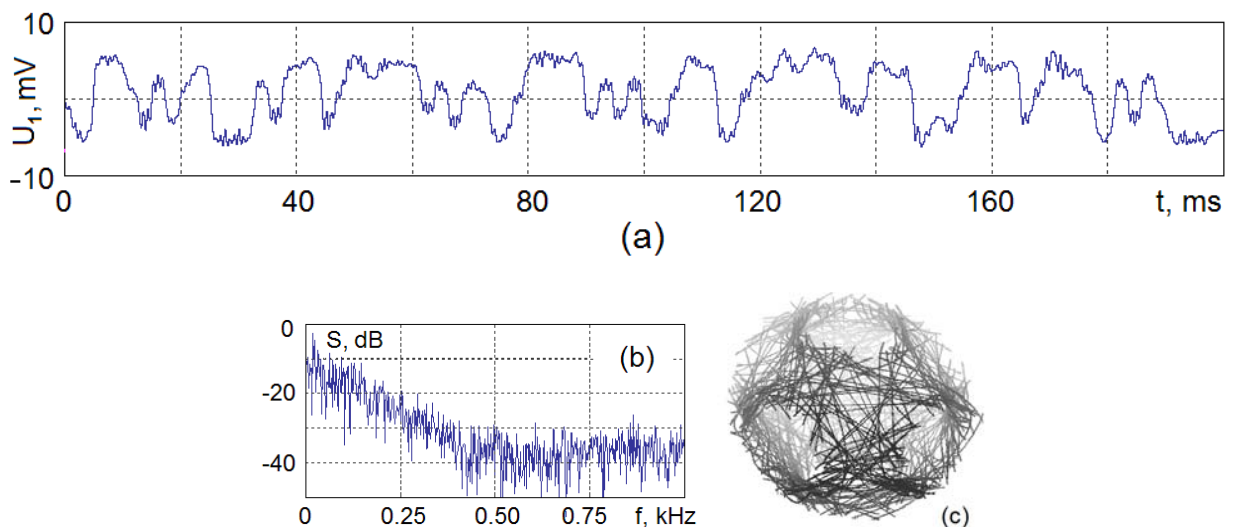
**Рис.10.** Гистограммы распределения углов между устойчивыми и неустойчивыми подпространствами: в модели (4) для  $R_{1,4,7}=2.53$  кОм,  $\mu=0.07497$  (a) и для  $R_{1,4,7}=2.5$  кОм,  $\mu=0.4544$ . В первом случае динамика гиперболическая, во втором негиперболическая.

### ПРОВЕДЕНИЕ СХЕМОТЕХНИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Проводилось схмотехническое моделирование динамики предложенных систем с аттракторами Смейла – Вильямса и системы, воспроизводящей динамику на поверхности отрицательной кривизны, с использованием программного продукта Multisim. Продемонстрировано соответствие с результатами численного решения соответствующих сформулированных дифференциальных уравнений. На рис.11 представлены результаты, относящиеся к системе с аттрактором Смейла – Вильямса, функционирующей под действием периодической последовательности радиоимпульсов [9]. На рис. 12 показаны диаграммы, полученные при схмотехническом моделировании электронного устройства, воспроизводящего динамику на поверхности отрицательной кривизны [1,2].



**Рис.11.** Стробоскопический портрет аттрактора и диаграмма для фаз, полученная обработкой данных схмотехнического моделирования в среде Multisim, для схемы, показанной на рис. 7.



**Рис.12.** Реализация напряжения на конденсаторе C1 (a), спектр этого сигнала (b), и траектория в конфигурационном пространстве трех фазовых переменных (c), полученные при моделировании схемы, показанной на рис.8, в среде Multisim.

## РАЗРАБОТКА СХЕМОТЕХНИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ И ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Подготовлен лабораторный стенд для работы с электронными устройствами в диапазоне высоких и сверхвысоких частот, включающий осциллографы С1-104, MSO8104A (до 1 ГГц), Agilent DSOX4034A (до 350 МГц), измеритель КСВН панорамный P2-102 (до 2 ГГц), аналого-цифровой преобразователь NI 6355, многоканальный цифро-аналоговый преобразователь ЦАП NI PXI-6723, анализатор спектра Agilent N9320A (9кГц-3ГГц).

Разработана схема и собран лабораторный макет генератора грубого гиперболического хаоса на основе двух попеременно возбуждающихся автоколебательных элементов на полевых транзисторах, рассчитанный на диапазон частот 5-10 МГц. Разработана схема «электронного ротатора» – системы, аналогичной по виду уравнений математическому маятнику, на основе имеющихся в распоряжении компонентов для реализации лабораторного макета, и осуществлено схемотехническое моделирование в среде Multisim.

В 2016 г. участником проекта В.П. Кругловым защищена диссертация «Радиофизические системы с динамикой, описываемой отображениями на торе» [10] на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (научный руководитель С.П.Кузнецов, специальность 01.04.03 - радиофизика), в которой частично представлены результаты, полученные в ходе выполнения проекта.

### **3.6. Сопоставление полученных результатов с мировым уровнем**

Разработка принципов построения и конкретных схемотехнических решений электронных устройств, генерирующих грубый гиперболический хаос, составляет приоритетное достижение коллектива исполнителей проекта. Новым приоритетным достижением является разработка и реализация методики проверки критерия гиперболичности для систем с запаздыванием. Мировой уровень исследования подтверждается поиском материалов по соответствующей тематике в сети Интернет с использованием баз Google Scholar, Web of Science и Scopus.

#### **3.7.1 Методы и подходы, использованные в ходе выполнения проекта**

Предложены новые подходы к конструированию систем с гиперболическими аттракторами, допускающих реализацию в виде электронных устройств, с привлечением идейного содержания математической теории гладких динамических систем. Для апробации и отладки конкретных схемотехнических решений привлекался программный продукт NI Multisim. В качестве математических моделей используются нелинейные дифференциальные уравнения и уравнения с запаздыванием. Их численное исследование включает бифуркационный анализ, построение карт динамических режимов, фазовых портретов аттракторов, итерационных диаграмм, расчеты показателей Ляпунова, спектров Фурье, и сопоставление с результатами схемотехнического моделирования.

При численных расчетах были привлечены специально разработанные коллективом исполнителей методы компьютерного тестирования гиперболической природы сложной динамики, среди которых наиболее практичной оказалась методика, опирающаяся на анализ распределения углов пересечений устойчивых и неустойчивых многообразий для опорной траектории на аттракторе. В рамках проекта впервые апробирована методика анализ распределения углов применительно к системам с запаздыванием, являющимся формально бесконечномерными, тестирование которых на гиперболичность до этого не проводилось.

Введенные в рассмотрение системы, демонстрирующие грубый гиперболический хаос, являются новыми и оригинальными. Выработаны и апробированы методики численного анализа и диагностики гиперболического хаоса. В результате проведенной



работы существенно обогащена коллекция известных примеров электронных систем с гиперболическими хаотическими аттракторами. Принципиально новым и перспективным достижением является разработка электронного устройства с грубым хаосом, воспроизводящего динамику Аносова на поверхности отрицательной кривизны. При этом динамика характеризуется приблизительно равномерным расширением и сжатием фазового объема при эволюции в непрерывном времени, благодаря чему удается получить качественную форму спектра хаотического сигнала.

### **3.7.2 Вклад каждого члена коллектива в выполнение Проекта в 2016 году (указать работу, выполненную каждым членом коллектива по Проекту в 2016 году с новой строки)**

Ерофеев В.С. Изготовление лабораторного макета генератора гиперболического хаоса высоких частот и проведение предварительных измерений.

Жалнин А.Ю. Построение моделей с хаотической динамикой, их численное исследование, разработка алгоритмов, направленных на выявление природы наблюдаемой сложной динамики.

Исаева О.Б. Исследование хаотической динамики радиофизических систем в зависимости от параметров, анализ сценариев возникновения грубого гиперболического хаоса.

Круглов В.П. Разработка новых систем с грубым хаосом на основе схем кольцевой структуры, построение математических моделей, численное исследование динамики, включая тестирование гиперболической природы хаоса.

Купцов П.В. Разработка методик и алгоритмов вычисления количественных характеристик режимов сложной динамики разрабатываемых в рамках проекта систем, методов тестирования гиперболической природы хаоса.

Кузнецов С.П. Общее руководство проектом. Систематизация и сравнительный анализ предложенных схем генераторов грубого хаоса. Проведение численного и схемотехнического моделирования предложенных систем. Подготовка отчета по проекту.

Пономаренко В.И.

Разработка схем электронных устройств, подготовка стенда для экспериментов в диапазоне высоких частот.

Сатаев И.Р. Построение математических моделей новых систем с грубым хаосом, проведение численного моделирования и выявление областей различной динамики в пространстве параметров, применение критериев гиперболического хаоса.

Седова Ю.В. Построение карт динамических режимов и карт показателей Ляпунова систем, диагностика разновидностей робастного хаоса (гиперболический, псевдогиперболический).

Станкевич Н.В. Разработка математических моделей систем, в которых возникновение гиперболического хаоса ассоциируется с различными вариантами «катастрофы голубого неба». Численное исследование сложной динамики, включая получение карт динамических режимов в пространстве параметров. Предварительные экспериментальные исследования систем на основе связанных автогенераторов.

### **3.8.1. Количество научных работ по Проекту, опубликованных в 2016 году (пункт заполняется автоматически, выводится количество заполненных 509 форм)**

11

#### **3.8.1.1. Из них включенных в перечень ВАК**

3

**3.8.1.2. Из них в изданиях, включенных в библиографическую базу данных РИНЦ**

1

**3.8.1.3. Из них включенных в системы цитирования (Web of science, Scopus, Web of Knowledge, Astrophysics, PubMed, Mathematics, Chemical Abstracts, Springer, Agris, GeoRef)**

2

**3.8.2. Количество научных работ, подготовленных в ходе выполнения проекта и принятых к печати в 2016 г.**

1

**3.9. Участие в 2016 году в научных мероприятиях по тематике Проекта (указать названия мероприятий и тип доклада)**

- XVII научная школа «Нелинейные волны – 2016». Нижний Новгород, 27 февраля – 4 марта 2016 г. Приглашенный доклад (Кузнецов). Устные доклады (Круглов, Пономаренко).
- VI Международная конференция «Геометрия, динамика, интегрируемые системы» (GDIS 2016). Ижевск, 2-5 июня 2016. Устный доклад (Купцов). Стендовый доклад (Круглов).
- Международная школа-конференция «Динамика, бифуркации и хаос» (DBC III). Нижний Новгород, 18-22 июля 2016. Приглашенный доклад (Кузнецов).
- Международная конференция «Перспективы в нелинейной динамике» (PNLD-2016). Университет Гумбольдта, Берлин, Германия, 25-29 июля 2016. Приглашенный доклад (Кузнецов). Устный доклад (Кузнецов).
- XI Всероссийская конференция молодых ученых «Нанозлектроника, нанофотоника и нелинейная физика», Саратов, 6-8 сентября 2016 г. Приглашенный доклад (Кузнецов), устный доклад (Круглов). Стендовые доклады (Круглов и др., Станкевич, Дорошенко и Кузнецов, Аржанухина и Кузнецов).
- XI Международная школа-конференция «Хаотические автоколебания и образование структур» (ХАОС-2016), Саратов, 3-8 октября 2016. Приглашенный доклад (Кузнецов). Устный доклад (Купцов). Стендовые доклады (Круглов и др., Станкевич, Дорошенко и Кузнецов, Аржанухина и Кузнецов, Исаева и др.).

**3.10. Участие в экспедициях по тематике проекта, проводимых при финансовой поддержке Фонда**

**3.11. Финансовые средства, полученные от РФФИ**

513000 руб.

**3.12. Адреса (полностью) ресурсов в Internet, подготовленных авторами по данному проекту**

<http://www.sgtnd.narod.ru/science/rus/Dostg2016.pdf>

**3.13. Библиографический список всех публикаций по проекту за весь период выполнения проекта, предшествующий данному отчету.**

- [1] Kuznetsov S.P. From geodesic flow on a surface of negative curvature to electronic generator of robust chaos. International Journal of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering, 26, 2016, No 12. (Accepted.)
- [2] Кузнецов С. П. От динамики Аносова на поверхности отрицательной кривизны к электронному генератору грубого хаоса. Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. 2016. Т. 16, вып. 3. С. 131–144.
- [3] Kuptsov P.V. and Kuznetsov S.P. Numerical test for hyperbolicity of chaotic dynamics in time-delay systems. Phys. Rev. E, 94, 2016, No 1, 010201(R). DOI: 10.1103/PhysRevE.94.010201.
- [4] Jalnina A.Yu., Kuznetsov S.P. Strange nonchaotic self-oscillator. Europhysics Letters, 115, 2016, No 3, 30004.

- [5] Kuznetsov S.P. Chaos in three coupled rotators: From Anosov dynamics to hyperbolic attractors. Conference: Perspectives in Nonlinear Dynamics 2016. 25 July – 29 July 2016. Humboldt-Universität zu Berlin. Book of Abstracts. P.44.
- [6] Дорошенко В.М., Кузнецов С.П. Генератор хаоса с аттрактором Смейла – Вильямса на основе эффекта гибели колебаний. Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика. Тезисы докладов XI Всероссийской конференции молодых ученых. Саратов, 6-8 сентября 2016 г. Саратов, изд-во «Техно-Декор», 2016. С.39-40.
- [7] Круглов В.П., Кузнецов С.П., Хаджиева Л.М.-Б. Соленоид Смейла - Вильямса в системе двух связанных осцилляторов с гомоклинической "восьмеркой". Материалы XI Международной школы-конференции "Хаотические автоколебания и образование структур" (ХАОС-2016), 3-8 октября 2016, Саратов. Саратов: ООО "Издательский центр "Наука". С.93-94.
- [8] Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Станкевич Н.В. Семейство моделей с катастрофой голубого неба. Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика. Тезисы докладов XI Всероссийской конференции молодых ученых. Саратов, 6-8 сентября 2016 г. Саратов, изд-во «Техно-Декор», 2016. С.188-189. РФФИ 16-02-00135.
- [9] Аржанухина Д.С., Кузнецов С.П. Схемотехническое моделирование систем кольцевой структуры с хаотической динамикой, отвечающей аттрактору Смейла – Вильямса. Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика. Тезисы докладов XI Всероссийской конференции молодых ученых. Саратов, 6-8 сентября 2016 г. Саратов, изд-во «Техно-Декор», 2016.
- [10] Круглов В.П. Конечномерные и распределенные системы кольцевой структуры, генерирующие грубый хаос. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Саратовский государственный университет, 2016, 19с. <http://www.sgu.ru/sites/default/files/dissertation/synopsis/2016/06/27/avtoreferat-1.pdf>
- [11] Захаров С.А., Кузнецов А.П., Станкевич Н.В. Взаимная синхронизация квазипериодических колебаний. Материалы XI Международной школы-конференции "Хаотические автоколебания и образование структур" (ХАОС-2016), 3-8 октября 2016, Саратов. Саратов: ООО "Издательский центр "Наука". С.87.
- [12] Исаева О.Б., Обычев М.А., Савин Д.В. Модель неявного отображения, демонстрирующая переход от диссипативной комплексной аналитической динамики к консервативной. Материалы XI Международной школы-конференции "Хаотические автоколебания и образование структур" (ХАОС-2016), 3-8 октября 2016, Саратов. Саратов: ООО "Издательский центр "Наука". С.89-90.

**3.14. Приоритетное направление развития науки, технологий и техники РФ, которому, по мнению исполнителей, соответствуют результаты данного проекта.**

Информационно-телекоммуникационные системы

**3.15. Критическая технология РФ, в которой, по мнению исполнителей, соответствуют результаты данного проекта**

Технологии информационных, управляющих, навигационных систем

**3.16. Основное направление технологической модернизации экономики России, которому, по мнению исполнителей, соответствуют результаты данного проекта**

не очевидно

Подпись руководителя проекта

