

ГЕНЕРАТОР ХАОСА С АТТРАКТОРОМ СМЕЙЛА - ВИЛЬЯМСА НА ОСНОВЕ ЭФФЕКТА ГИБЕЛИ КОЛЕБАНИЙ

В.М. Дорошенко, С.П. Кузнецов

*Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: dorvalentina9@gmail.com*

В работе предлагается новая неавтономная система на основе двух взаимодействующих осцилляторов, где реализуется гиперболический хаос, и отличающаяся по принципу действия от описанных ранее примеров [1,2]. Функционирование системы основано на использовании эффекта гибели колебаний [3].

Рассмотрим систему, описываемую уравнениями

$$\begin{aligned} \ddot{x} - (\mu - x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x + 2\epsilon xy &= KH(\sin(2\pi t / T))(\dot{y} - \dot{x}), \\ \ddot{y} + \alpha\dot{y} + 4\omega_0^2 y + \epsilon x^2 &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где в записи правой части первого уравнения использована функция Хевисайда:

$$H(\xi) = \begin{cases} 0, & \xi < 0, \\ 1, & \xi \geq 0. \end{cases} \quad (2)$$

Система содержит два элемента – осциллятор Ван дер Поля с рабочей частотой ω_0 и линейный осциллятор с диссипацией, которые связаны через квадратичный нелинейный элемент, не вносящий потерь энергии. При возбуждении автоколебаний первого осциллятора, часть энергии передается второму через нелинейный элемент, и его колебания отвечают второй гармонике, имея удвоенную частоту и фазу в сравнении с первым осциллятором. Это имеет место на интервале времени протяженности $T/2$. Далее, на такое же время включается однонаправленная связь – воздействие второго осциллятора на первый типа силы вязкого трения, пропорциональное разности мгновенных обобщенных скоростей. Это влечет гибель колебаний в первом осцилляторе, тогда как во втором происходит только медленное затухание в силу наличия собственных потерь, описываемых параметром α . Затем однонаправленная связь выключается, и в первом осцилляторе снова начинает развиваться автоколебательный процесс. Начальные условия для него задаются состоянием, реализующимся в конце периода присутствия однонаправленной связи, и определяются воздействием второго осциллятора. Соответственно, фаза возникающих автоколебаний отвечает фазе второго осциллятора, то есть удвоенной фазе предыдущей автоколебательной стадии. Таким образом, за полный период модуляции параметра связи T фаза претерпевает двукратно растягивающее отображение. В силу сжатия в пространстве состояний по остальным направлениям, аттрактором стробоскопического отображения Пуанкаре будет соленоид Смейла – Вильямса. Динамика системы иллюстрируется диаграммами, приведенными на рис.1 и 2.

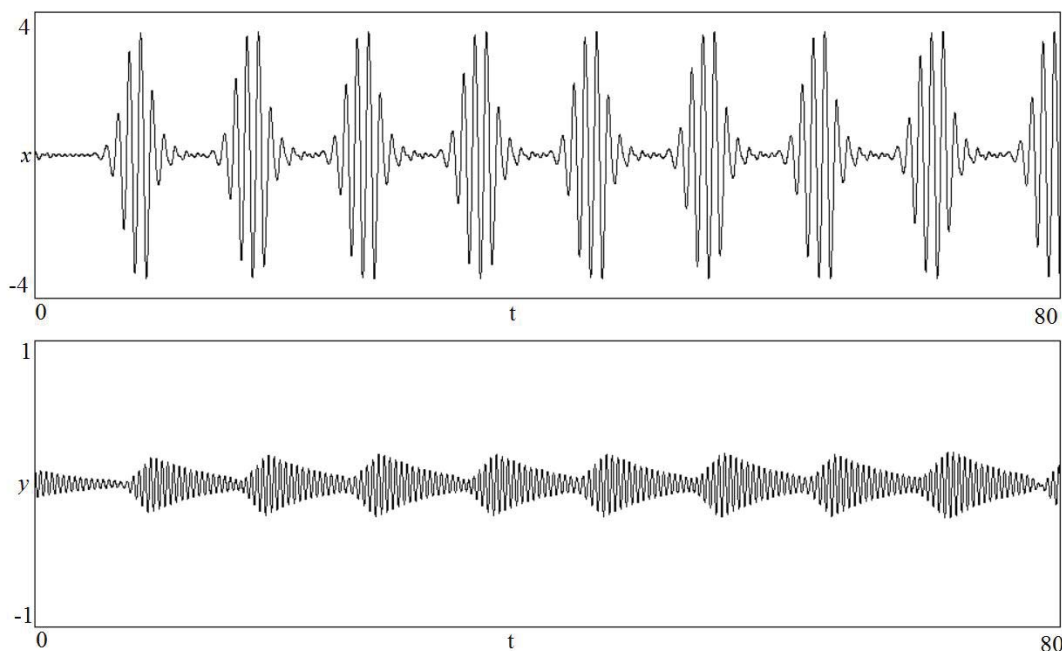


Рис.1. Реализации для осцилляторов, составляющих систему, при $\varepsilon=0.5$, $\omega_0=2\pi$, $T=20$, $\alpha=0.4$, $K=5$.

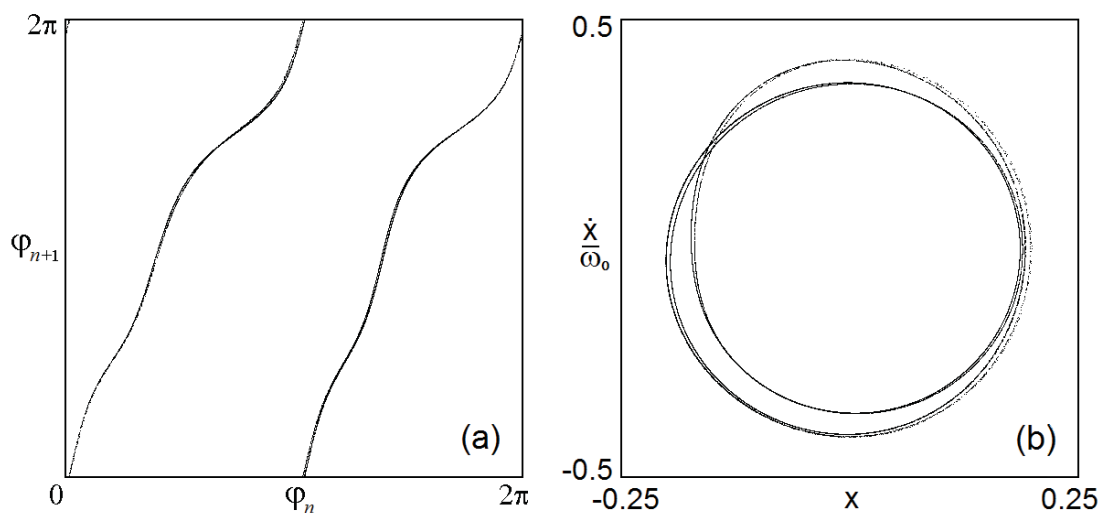


Рис.2. Диаграмма для фаз на последовательных периодах (a) и портрет аттрактора в стробоскопическом сечении в проекции на фазовую плоскость первого осциллятора (b) при $\varepsilon=0.5$, $\omega_0=2\pi$, $T=20$, $\alpha=0.4$, $K=5$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 16-32-00449 (В.М.Д.) и 16-02-00135 (С.П.К.)).

Библиографический список

1. Кузнецов С.П. // УФН. 2011. Т. 181, №2 С. 121-149.
2. Кузнецов С.П. Динамический хаос и гиперболические аттракторы: от математики к физике. ИКИ Москва - Ижевск, 2013. 488с.
3. Mirollo R.E., Strogatz S.H. //SIAM Journal on Applied Mathematics. 1990. Vol. 50. №. 6. P. 1645-1662.
4. Aronson D.G., Ermentrout G.B., Kopell N. // Physica D: Nonlinear Phenomena. 1990. Vol. 41. №. 3. P. 403-449.