

## СВЯЗАННЫЕ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ: ГЕНЕРАЦИЯ ХАОСА

**Н.В. Станкевич<sup>1,2</sup>, А.П. Кузнецов<sup>1,3</sup>, Н.А. Щеголева<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Саратовский филиал ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН*

<sup>2</sup>*Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.*

<sup>3</sup>*Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского*

*E-mail: stankevichnv@mail.ru*

Связанные квазипериодические колебания привлекают внимание [1-4]. Системы такого типа демонстрируют множество разнообразных динамических феноменов. Одним из интересных примеров является возникновение хаоса разного типа. В настоящем докладе эта проблема рассматривается для двух диссипативно связанных квазипериодических генераторов

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 - (\lambda_1 + z_1 + x_1^2 - \beta x_1^4)\dot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 + M_C(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) &= 0, \\ \dot{z}_1 &= b(\varepsilon - z_1) - k\dot{x}_1^2, \\ \ddot{x}_2 - (\lambda_2 + z_2 + x_2^2 - \beta x_2^4)\dot{x}_2 + (\omega_0 + \Delta)^2 x_2 + M_C(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) &= 0, \\ \dot{z}_2 &= b(\varepsilon - z_2) - k\dot{x}_2^2, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x_1, z_1$  - переменные, характеризующие первый генератор,  $x_2, z_2$  - переменные второго генератора,  $\Delta$  - частотная расстройка генераторов,  $M_C$  - коэффициент диссипативной связи.

Для данной системы на плоскости параметров (частотная расстройка – величина связи) обнаружены как области хаоса с одним положительным показателем Ляпунова, так и гиперхаоса – с двумя положительными показателями. На рис.1 показаны фазовые портреты хаотического и гиперхаотического аттракторов, а также соответствующие Фурье-спектры для значения параметра  $\beta = 1/18$ .

Как видно из рисунка, структура аттракторов в фазовом пространстве имеет нетривиальный вид. Спектры Фурье имеют основной пик на частоте первого генератора  $\omega_0$ , а также имеется пик на частоте второго генератора  $\omega_0 + \Delta$ . При этом в случае хаоса в спектре Фурье наблюдаются также пики на комбинационных частотах, что характерно для квазипериодических колебаний. Для гиперхаоса комбинационные частоты гораздо менее выражены, спектр становится более гладким и равномерным, можно отметить его небольшое расширение.

Второй пример хаотической динамики относится к случаю уменьшенного значения параметра  $\beta = 1/25$ . В этом случае в связанных генераторах возникают два типа хаоса: с одним положительным и отрицательными показателями Ляпунова, а также с одним положительным и одним нулевым показателем. Даны иллюстрации вида аттракторов. Показано, что внутри языков двумерных резонансных торов на плоскости параметров (частотная расстройка – величина связи) наблюдается каскад удвоения торов с их последующим разрушением с возникновением хаоса второго типа.

Третий случай соответствует значению  $\beta = 1/30$ . В этом случае изменяются свойства индивидуального генератора. На плоскости параметров такого генератора  $(\omega_0, \lambda)$  наблюдается хаос, возникающий за счет перекрытия языков

синхронных периодических режимов. Для связанных генераторов на плоскости (частотная расстройка – величина связи) наблюдается эффект разрушения структуры резонансной паутины Арнольда. Области хаоса и гиперхаоса занимают значительную часть плоскости параметров, но, однако, в системе сохраняются инвариантные торы разной размерности и периодические режимы разного типа. Даны соответствующие иллюстрации.

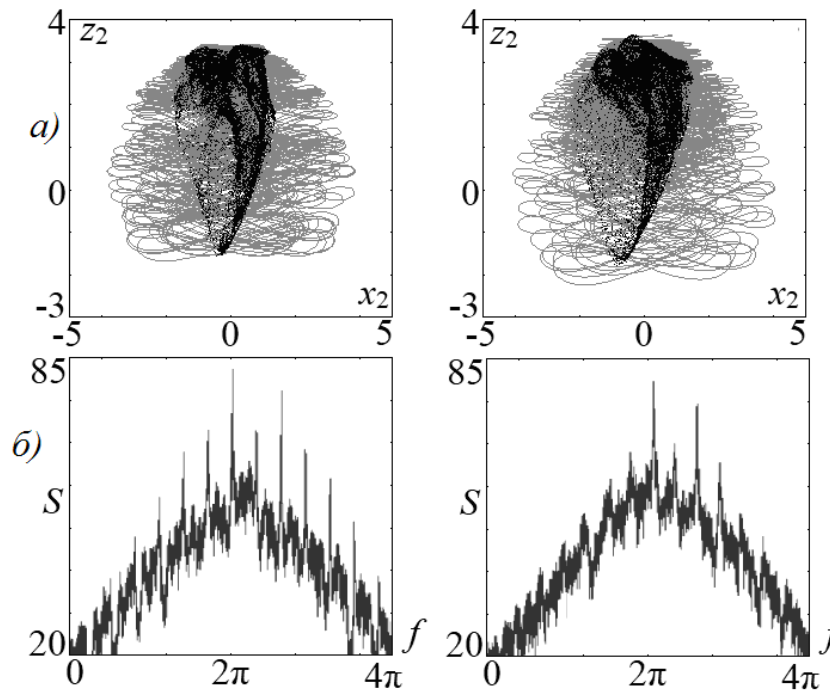


Рис.1. Фазовые портреты (а) и спектры Фурье (б) хаотического и гиперхаотического аттрактора системы (1).  $b = 1$ ,  $\varepsilon = 4$ ,  $\kappa = 0.02$ ,  $\lambda = -1$ ,  $\beta = 1/18$ ,  $\omega_0 = 2\pi$ .

*Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации для поддержки молодых российских ученых МК-661.2017.8 и гранта РФФИ №16-02-00135.*

#### Библиографический список

1. Анищенко В.С., Николаев С.М. // Нелинейная динамика. 2006. Т. 2, № 3. С. 267-278.
2. Anishchenko V., Nikolaev S., Kurths J. // Phys. Rev. E. 2006. Vol. 73, №5. P. 056202.
3. Anishchenko V.S., Nikolaev S.M., Kurths J. // Phys. Rev. E. 2007. Vol. 76. P. 046216.
4. Кузнецов А.П., Станкевич Н.В. // Нелинейная динамика. 2013. Т. 9, №3. С. 409.