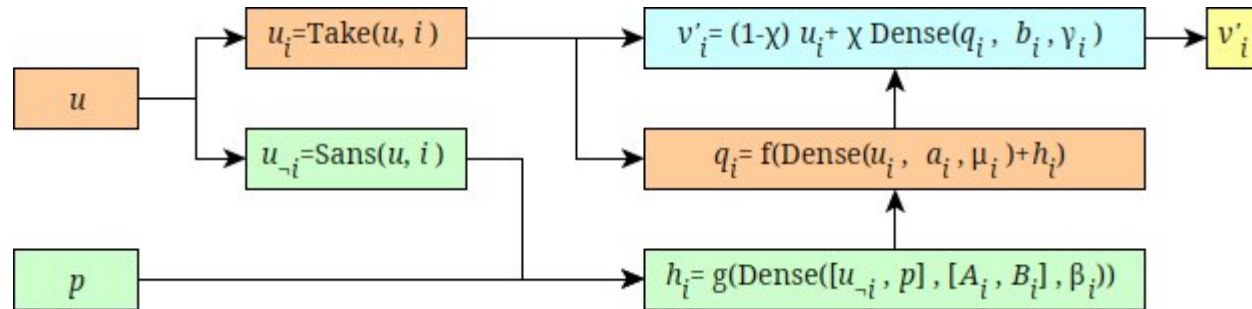


**Научные достижения лаборатории СФ7
СФИРЭ им. В.А.Котельникова РАН
за 2024 год**

Моделирование нелинейной динамики при помощи нейронной сети

Разработана нейронная сеть, способна моделировать динамику нелинейных систем, в том числе «жёстких», т.е. имеющих существенно разные временные масштабы.



Сеть обучается на данных, сгенерированных при численном решении уравнений системы.

Цель – исследование возможности применения нейронных сетей в качестве инструмента моделирования.

- Для бистабильной системы нейросетевая модель обучалась только на одной из ветвей решения и воспроизвела вторую ветвь
- Связанные нейросетевые отображения, обученные для одиночных систем, могут без дополнительного обучения воспроизводить динамику соответствующих связанных систем.

Разработана глубокая нейронная сеть, способная моделировать динамику нелинейных систем, в том числе «жёстких», т.е. имеющих существенно разные временные масштабы. Сеть обучается на данных, сгенерированных при численном решении уравнений системы и предназначена для исследования возможности применения глубоких нейронных сетей в качестве инструмента моделирования. Было обнаружено, что нейронная сеть, обученная только на одной ветви решения системы в режиме бистабильности, воспроизводит бистабильность и демонстрирует вторую ветвь решения, которую она «не видела» в процессе обучения. Также показано, что нейросетевую модель можно использовать в составе связанных систем – связанные нейросетевые отображения, обученные для одиночных систем, могут без дополнительного обучения воспроизводить динамику соответствующих систем. Полученные результаты могут быть использованы для разработки принципиально новых подходов к моделированию динамики на основе использования нейронных сетей (лаб. СФ-7 СФИРЭ).

Купцов П. В., Станкевич, Н. В. Моделирование динамики нейронных осцилляторов типа Ходжкина-Хаксли при помощи нейронной сети // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика, Т. 32, №1, 2024 (WoS, Scopus, Q3).

Динамика связанных дискретных нейронов Киалво

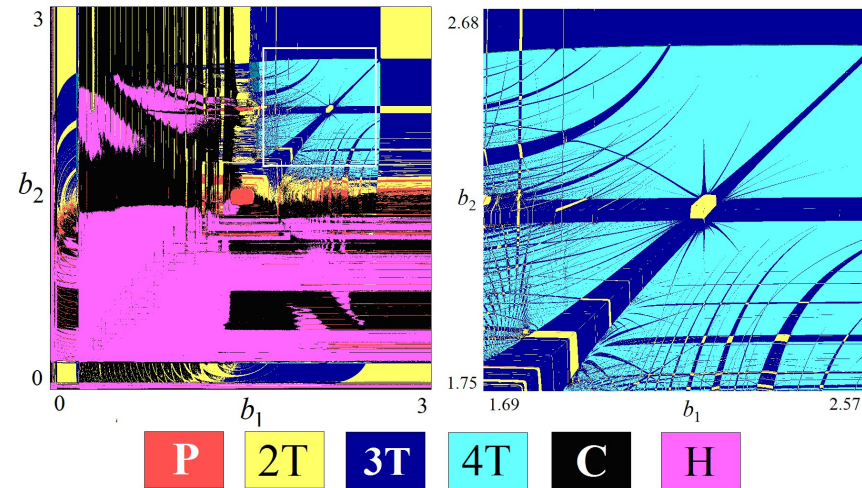
Выполнено исследование динамики малоразмерных (два и три элемента) ансамблей отображений Киалво, моделирующих динамику нейронов с линейной связью

$$x_{n+1} = x_n^2 \exp(y_n - x_n) + I, y_{n+1} = ay_n - bx_n + c$$

1. В пространстве параметров были локализованы области режимов:
 - а) периодичность Р
 - б) квазипериодичность 2Т, 3Т, 4Т
 - в) хаос С и гиперхаос Н
2. Описаны бифуркации инвариантных торов разной размерности.
3. Визуализированы аттракторы при помощи одно- и двукратных сечений Пуанкаре.
4. Представлены характерные Фурье-спектры
- 5.

Обнаружен эффект, противоположный известному ранее: при воздействии шума на торы вместо хаотизации происходит их стабилизация: *показатели Ляпунова убывают с ростом шума*, а не становятся, как ожидается, положительными.

Обнаружен также эффект смещения языков резонансных двух- и трехчастотных торов в пространстве параметров при наличии шума.



Выполнено исследование динамики малоразмерных (два и три элемента) ансамблей отображений Киалво, моделирующих динамику нейронов с линейной связью. В пространстве параметров локализованы следующие режимы: периодичность, двух-, трёх- и четырехчастотная квазипериодичность, хаос, гиперхаос. Показано, что в четырехчастотную область встроена система резонансных языков трехчастотных режимов. Описаны сценарии бифуркационных перестроек торов разной размерности. Аттракторы визуализированы при помощи одно- и двукратных сечений Пуанкаре. Представлены характерные Фурье-спектры. Обнаружен эффект, противоположный известному ранее: при воздействии шума на торы вместо хаотизации происходит их стабилизация: показатели Ляпунова убывают с ростом шума, а не становятся, как ожидается, положительными. Обнаружен также эффект смещения языков резонансных двух- и трехчастотных торов в пространстве параметров при наличии шума. Полученные результаты обогащают теорию синхронизации нейронных осцилляторов и могут быть использованы при создании вычислительных нейронных сетей (лаб. СФ-7 СФИРЭ).

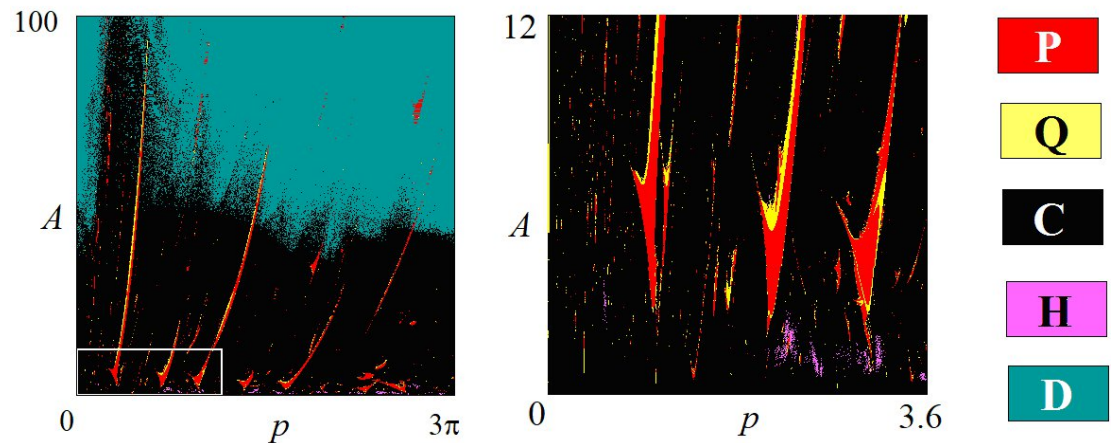
1. Kuznetsov A.P., Sedova Y.V., Stankevich N.V. Dynamics of non-identical coupled Chialvo neuron maps // *Chaos, Solitons & Fractals*. 2024. V. 186. P. 115237. (WoS, Scopus, Q1, Госзадание ИРЭ РАН).

2. Кузнецов А.П., Седова Ю.В. Станкевич Н.В. Динамика связанных дискретных нейронов Киалво. Сборник трудов XIX Всероссийской конференции молодых ученых «Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика». Саратов, 8-9 октября 2024 г. Саратов: изд-во Техно-Декор. – С.67-68.

Хаотическая система с управляемой фазой воздействия

Исследована система Рёсслера в режиме хаотических колебаний с адаптивным воздействием, фаза которого зависит от состояния самой системы и управляется параметром k :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -y - z \\ \dot{y} &= x + ay + A\sin(pt + kx) \\ \dot{z} &= b + (x - r)z\end{aligned}$$



Карта Ляпуновских показателей и ее увеличенный фрагмент для случая сильной адаптивности.

Слабая адаптивная подстройка фазы:

- В основном хаос, в пространстве параметров имеются области гиперхаоса. Области периодичности очень малы, квазипериодические режимы практически не наблюдаются.

С возрастанием параметра адаптивности:

- Области гиперхаоса уменьшаются, и они реализуются лишь при небольших амплитудах воздействия. Области квазипериодической динамики расширяются; они могут возникать из периодических режимов в результате бифуркации Неймарка-Сакера. В область квазипериодичности в свою очередь встроена система языков Арнольда.

При сильной адаптивности:

- Области периодических режимов принимают вид языков, регулярным образом расположенных вдоль оси частот воздействия (см. рис.) Эти языки встроены в область хаоса и имеют порог по амплитуде воздействия. Внутри языков может наблюдаться последовательность бифуркаций удвоения периода предельных циклов и квазипериодичность.

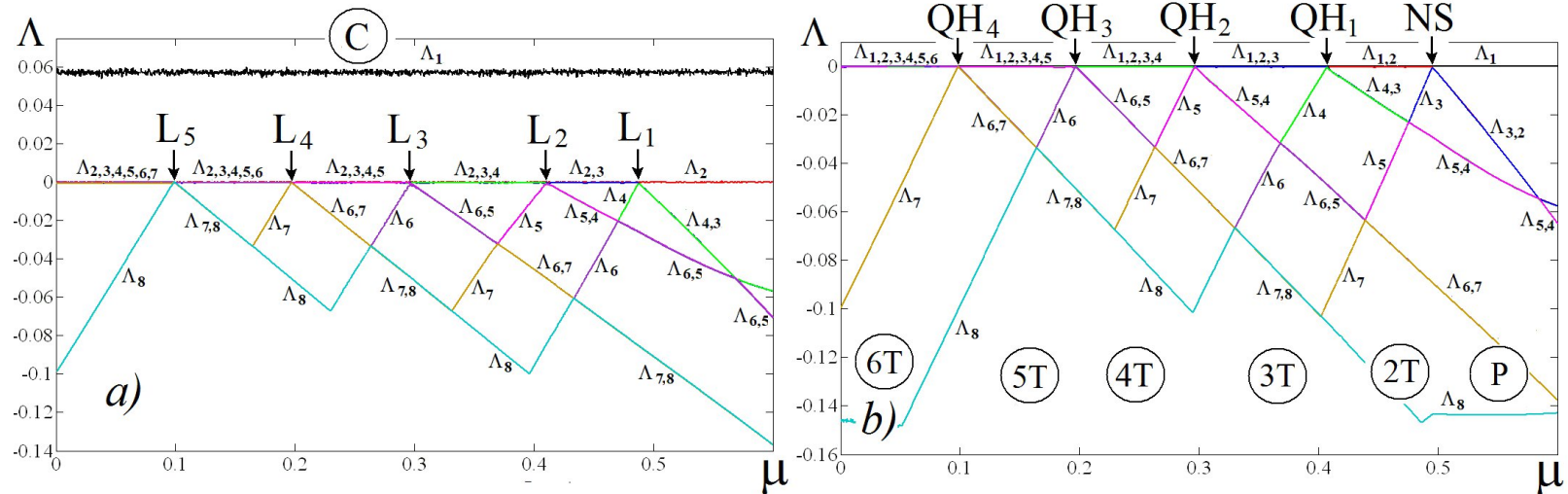
Выполнено исследование системы Рёсслера в режиме хаоса с адаптивным воздействием, фаза которого зависит от состояния самой системы. Исследовано пространство параметров системы при увеличении величины адаптивной подстройки фазы. При слабой адаптивности динамика в основном остаётся хаотической, также появляются области гиперхаоса. Области периодичности и квазипериодичности имеются но чрезвычайно малы. С увеличением адаптивности области гиперхаоса уменьшаются, а области периодичности и квазипериодичности увеличиваются. При сильной адаптивности области формируется картина регулярных языков периодических режимов, встроенных в область хаотической динамики. Языки имеют порог по величине амплитуды воздействия. Внутри языков наблюдается несколько бифуркаций удвоения периода предельных циклов и возможна квазипериодическая динамика. Полученные результаты могут быть использованы для управления различными колебательными системами (лаб. СФ-7 СФИРЭ).

Кузнецов А.П., Седова Ю.В., Станкевич Н.В. Хаотический осциллятор Ресслера с управляемой фазой воздействия // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2024. №. 1. С. 61-69. DOI: 10.21638/11701/spbu35.2024.105. (Scopus Q4, РНФ № 21-12-00121).

О влиянии хаоса на систему с многочастотной квазипериодичностью и сценарием Ландау-Хопфа

Исследовано взаимодействие ансамбля пяти осцилляторов ван дер Поля, способного демонстрировать квазипериодические колебания с разным числом несоизмеримых частот и сценарий Ландау-Хопфа, с хаотической системой Ресслера.

$$\ddot{x}_n - (\lambda_n - x_n^2)\dot{x}_n + (1 + \Delta_{n-1})x_n + \frac{\mu}{4} \sum_{i=1}^5 (4\dot{x}_n - \dot{x}_i) + \delta_{n,5}k(\dot{x}_5 - \dot{x}) = 0, \quad \dot{x} = -y - z, \dot{y} = x + py\dot{z} = q + (x - r)z$$



Ляпуновских показатели в зависимости от величины связи осцилляторов ван дер Поля для слабой (а) и более сильной (б) связи с хаотической подсистемой.

Трёхчастотный тор по действию хаоса:

- При уменьшении связи с хаотической подсистемой в системе наблюдаются бифуркация Неймарка-Сакера, две квазипериодические бифуркации Хопфа и бифуркации удвоения 4-торов. В результате рождается хаос, характеризующийся наличием трех дополнительных нулевых ляпуновских показателей.

Пятичастотный тор под действием хаоса:

- При уменьшении связи с хаотической системой в результате каскада квазипериодических бифуркаций Хопфа может рождаться шестичастотный тор, который также удваивается при уменьшении связи.

Слабая связь с хаосом

- При уменьшении связи между ван дер Полями — бифуркации смены типа аттрактора, которые отвечают за последовательное увеличение числа дополнительных нулевых ляпуновских показателей (от нуля до пяти) хаотического режима.

Сильная связь с хаосом

- При уменьшении связи между ван дер Полями — каскад из бифуркации Неймарка-Сакера и квазипериодических бифуркаций Хопфа, вплоть до рождения шестичастотного тора. Таким образом, наблюдается сценарий Ландау-Хопфа, который оказывается устойчивым к взаимодействию с хаотической подсистемой, и даже характеризуется увеличением максимальной размерности тора.

Выполнено исследование ансамбля пяти осцилляторов ван дер Поля, способного демонстрировать квазипериодические колебания, под действием хаотической системой Ресслера. В случае трехчастотных колебаний в первой подсистеме при уменьшении ее связи с хаотической наблюдаются бифуркация Неймарка-Сакера, две квазипериодические бифуркации Хопфа и бифуркации удвоения 4-торов. В результате рождается хаос, характеризующийся наличием трех дополнительных нулевых ляпуновских показателей. В случае пятичастотных колебаний в первой подсистеме в объединенной системе в результате каскада квазипериодических бифуркаций Хопфа может рождаться шестичастотный тор, который также удваивается при уменьшении связи. Новые сценарии возможны в случае вариации «внутреннего» параметра связи, отвечающего за взаимодействие осцилляторов ван дер Поля. В случае слабой связи квазипериодической и хаотической подсистем происходят бифуркации смены типа аттрактора, которые отвечают за последовательное увеличение числа дополнительных нулевых ляпуновских показателей (от нуля до пяти) хаотического режима. При увеличении связи подсистем наблюдается каскад из бифуркации Неймарка-Сакера и квазипериодических бифуркаций Хопфа, вплоть до рождения шестичастотного тора. Таким образом, наблюдается ограниченный сценарий Ландау-Хопфа, который оказывается устойчивым к взаимодействию с хаотической подсистемой, и даже характеризуется увеличением максимальной размерности тора. Полученные результаты расширяют представления о взаимодействии динамических систем с поведением разного типа (лаб. СФ-7 СФИРЭ).

1. Kuznetsov A.P., Turukina L.V. About the chaos influence on a system with multi-frequency quasi-periodicity and the Landau-Hopf scenario // *Physica D*. 2024. V. 470, Part B. P. 134425. DOI: 10.1016/j.physd.2024.134425. (WoS Q1, Госзадание ИРЭ РАН).

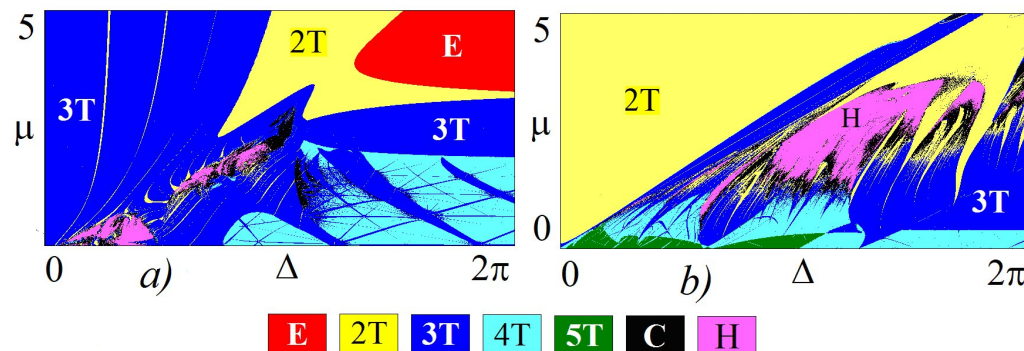
2. Кузнецов А.П., Тюрюкина Л.В. Взаимодействие хаотической системы и системы с многочастотной квазипериодичностью. Сборник трудов XIX Всероссийской конференции молодых ученых «Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика». Саратов, 8-9 октября 2024 г. Саратов: изд-во Техно-Декор. – С.138-139.

Связанные квазипериодические генераторы с разными типами связи (дискретная модель)

Рассмотрены режимы двух связанных радиофизических генераторов квазипериодических колебаний с реактивной, комбинированной и отталкивающей (активной) связью:

$$\begin{aligned}\ddot{x} - (\lambda_1 + z + x^2 - \beta x^4)\dot{x} + \omega_0^2 x + \mu(\dot{x} - i) + \gamma(x - u) &= 0 \\ \dot{z} &= -bz - k\dot{x}^2 \\ \ddot{u} - (\lambda_2 + w + u^2 - \beta u^4)\dot{u} + (\omega_0 + \Delta)^2 u + \mu(\dot{u} - \dot{x}) + \gamma(u - x) &= 0 \\ \dot{w} &= -bw - k\dot{u}^2\end{aligned}$$

- μ — диссипативная связь, отталкивающая (активная) при $\mu < 0$;
- γ — реактивная связь.



Ляпуновская карта связанных генераторов с диссипативной связью с добавкой реактивной (a) и отталкивающей (активной) связью (b).

Исследование выполнено в приближении дискретного времени с малым шагом (численный метод Эйлера). В пространстве параметров локализованы режимы, в зависимости от типа связи. Исследованы режимы, в зависимости от типа связи.

- Реактивная связь диссипативна по сравнению с диссипативной: отсутствует режим устойчивого равновесия, а области двухчастотных режимов имеют очень малый размер.
- Большая диссипативная связь, добавка реактивной компоненты: характерные режимы сохраняются.
- Малая диссипативная связь, добавка реактивной компоненты: исчезают пятичастотные режимы; их вытесняют сначала четырехчастотные, а затем трехчастотные, хаотические и гиперхаотические.
- Реактивная связь, добавка диссипативной: языки трехчастотных режимов имеют не острия, а занимают определенные интервалы на оси частотной расстройки.
- Отталкивающая связь: отсутствует устойчивое равновесие; становится характерной трехчастотная область со встроенной системой языков резонансных двухчастотных режимов, перекрытие которых приводит к хаосу.

Выполнено исследование режимов двух связанных радиофизических генераторов квазипериодических колебаний в зависимости от характера связи: реактивная, комбинированная и отталкивающая (активная). Исследование выполнено в приближении дискретного времени с малым шагом дискретизации. Представлены ляпуновские карты, демонстрирующие различные режимы. Для чисто реактивной связи по сравнению с диссипативной отсутствует режим устойчивого равновесия, а области двухчастотных режимов имеют очень малый размер. Для большой диссипативной связи при добавке реактивной компоненты характерные режимы сохраняются. При малой диссипативной связи исчезают пятичастотные режимы; их вытесняют сначала четырехчастотные, а затем трехчастотные, хаотические и гиперхаотические. Для реактивной связи с добавкой диссипативной языки трехчастотных режимов имеют не острия, а занимают определенные интервалы на оси частотной расстройки. Для отталкивающей связи также отсутствует устойчивое равновесие. Становится характерной трехчастотная область со встроенной системой языков резонансных двухчастотных режимов, перекрытие которых приводит к хаосу. Полученные результаты обогащают теорию квазипериодических колебаний и могут быть использованы для создания широкополосных радиофизических генераторов (лаб. СФ-7 СФИРЭ).

Кузнецов А.П., Седова Ю.В. Связанные квазипериодические генераторы с разными типами связи (дискретная модель) // Журнал радиоэлектроники. 2024. №. 10. DOI: 10.30898/1684-1719.2024.10.2. (РИНЦ, RSCI, Q4, Госзадание ИРЭ РАН).

Режимы обобщенной синхронизации грубых генераторов широкополосного сигнала при наличии частотных помех в канале связи

Выполнено исследование обобщенной синхронизации и её применения для коммуникации в однонаправленно связанных генераторах широкополосного сигнала при наличии частотных помех в канале связи.

Рассмотрены три варианта генераторов:

- 1) с грубым хаотическим аттрактором гиперболического типа (левая колонка рис.);
- 2) с негрубым негиперболическим хаотическим аттрактором (средняя колонка на рис.);
- 3) со странным нехаотическим аттрактором (правая колонка на рис.).

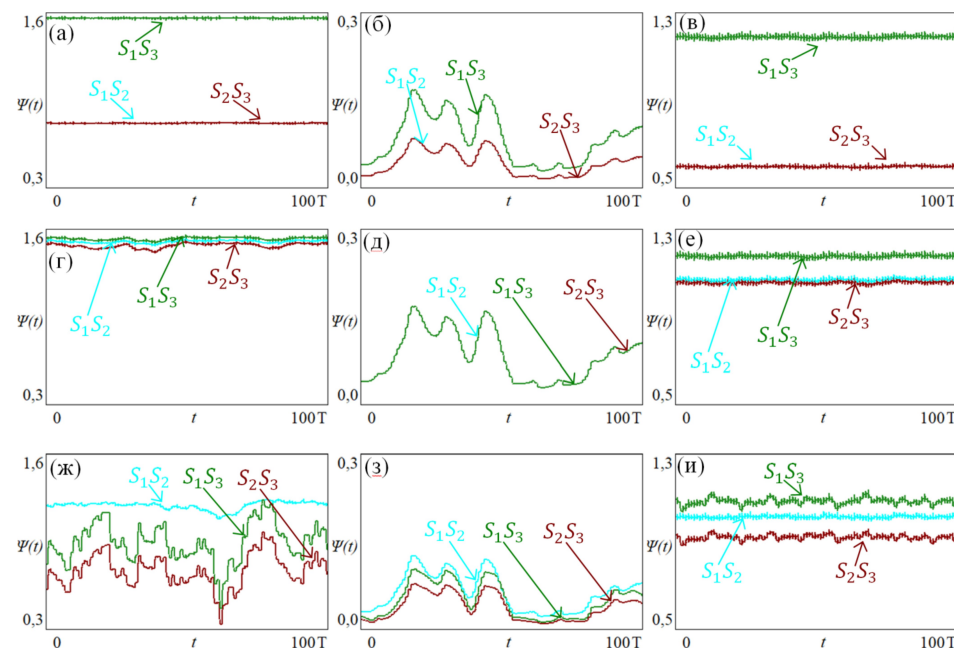
Получены результаты для трех характерных случаев частотных помех:

- 1) потери в высокочастотной части спектра (первый ряд рис.);
- 2) потери в низкочастотной части спектра (второй ряд рис.);
- 3) спектральные потери в окрестности основной несущей частоты (третий ряд рис.).

Проанализировано поведение локальной во времени корреляции:

- 1) между сигналом передатчика и им же, искаженным в канале связи (голубые графики);
- 2) между искаженным сигналом, воздействующим на приемник, и его откликом (красные графики);
- 3) между сигналами передатчика и приемника (зеленые графики).

На основе этого и других подходов продемонстрированы преимущества гиперболического и странного нехаотического сигналов для передачи данных.



Выполнено исследование режимов обобщённой синхронизации однонаправлено связанных генераторах широкополосного сигнала для организации коммуникации при наличии частотных помех в канале связи. Рассмотрены три типа генераторов: с грубым хаотическим аттрактором гиперболического типа, с негрубым негиперболическим хаотическим аттрактором, со странным нехаотическим аттрактором. Проанализированы три вида помех: потери в высокочастотной части спектра, низкочастотные потери, спектральные потери в окрестности основной несущей частоты. Выявлено, что требуемый для организации модуляции/демодуляции постоянный уровень локальной во времени корреляции между сигналами источника и передатчика обеспечивается только при использовании гиперболического и странного нехаотического генераторов. Полученные результаты могут быть использованы для разработки новых систем коммуникации на основе динамического хаоса (лаб. СФ-7 СФИРЭ).

1. Любченко Д.О., Исаева О.Б. Режимы обобщенной синхронизации грубых генераторов широкополосного сигнала при наличии частотных помех в канале связи// Журнал радиоэлектроники , №9, 2024, С. 1-9. (Госзадание ИРЭ РАН).

2. Д.О. Любченко, О.Б. Исаева. Особенности широкополосной коммуникации на базе генераторов с грубой динамикой // Ученые записки физического факультета Московского университета, 2024, (Подписано в печать. РФФИ, грант №21-12-00121).