

**Научные достижения лаборатории СФ7  
СФИРЭ им. В.А.Котельникова РАН  
за 2025 год**

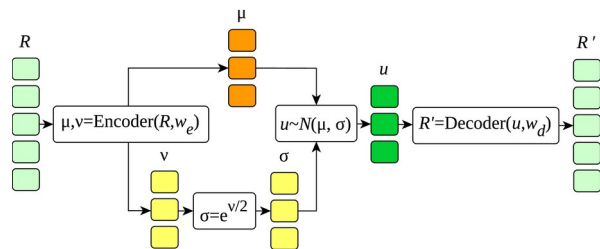
# 1. Реконструкция однопараметрического семейства моделей нейроморфной динамики на основе единственного скалярного временного ряда с применением методов глубокого обучения нейронных сетей

На основе единственного скалярного временного ряда восстановлено модельное уравнение динамики с одним управляющим параметром. Модельное уравнение записано в явном виде, как система с дискретным временем и построено как нейронная сеть, обученная на данных исходного временного ряда. В качестве исходных данных использовалась единственная запись одной из переменных численного решения уравнений Ходжкина-Хаксли для физиологического нейрона. Показано, что несмотря на то, что нейронной сети не предъявлялись явным образом разные типы поведения в зависимости от параметров, восстановленное модельное уравнение обнаруживает характерные для исходной системы режимы поведения. При изменении параметра у восстановленной модели обнаруживаются перестройки режимов поведения, качественно такие же как и у исходной системы. Полученные результаты могут быть использованы для разработки принципиально новых подходов к построению динамических моделей натуральных систем на основе экспериментальных данных.

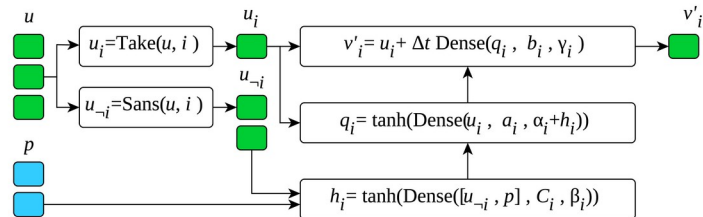
*Лаборатория СФ-7 СФИРЭ совместно с НИУ ВШЭ Нижний Новгород, кафедра фундаментальной математики.*

1. Kuptsov P. V., Stankevich N. V. Reconstruction of neuromorphic dynamics from a single scalar time series using variational autoencoder and neural network map // Chaos, Solitons & Fractals. 2025. (191). C. 115818. DOI: 10.1016/j.chaos.2024.115818 (Белый список – уровень 1, Q1)

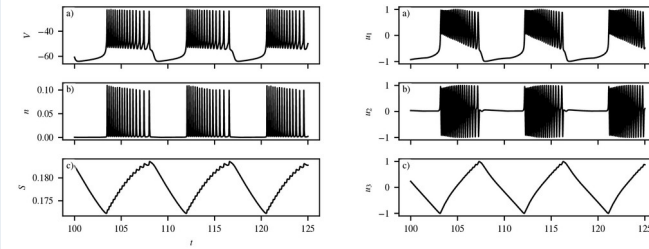
## автокодировщик



## нейросетевая модель



## решение ODE и NTW



ODE: Моделируемая система. Берём временной ряд переменной  $V(t)$

$$\tau \dot{V} = -I_{Ca}(V) - I_K - I_{K2} - I_S(V, S)$$

$$\tau \dot{n} = \sigma(n_\infty(V) - n)$$

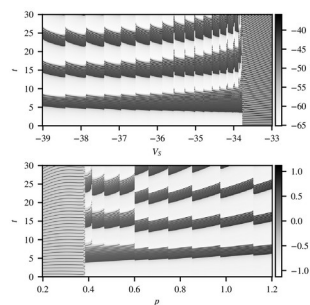
$$\tau_S \dot{S} = S_\infty(V) - S$$

NTW: Нейросетевое отображение

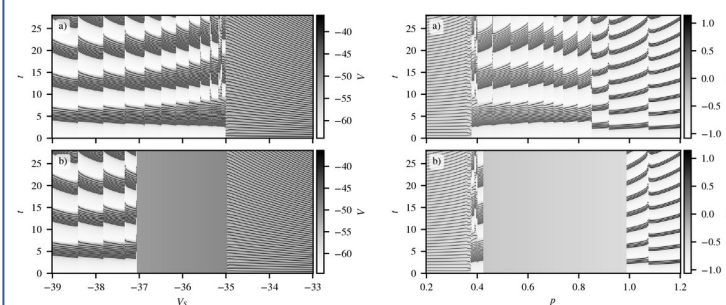
$$u_i(t + \Delta t) = u_i(t) + \Delta t \left( \tanh(u_i(t) a_i + \alpha_i + h_i) b_i + \gamma_i \right)$$

$$h_i = \tanh([u_{-i}(t), p] C_i + \beta_i)$$

нет бистаб., ODE и NTW



бистабильность, ODE и NTW



## 2. Скрытые колебания и бистабильность в системе осциллятора ван дер Поля с пассивной нагрузкой

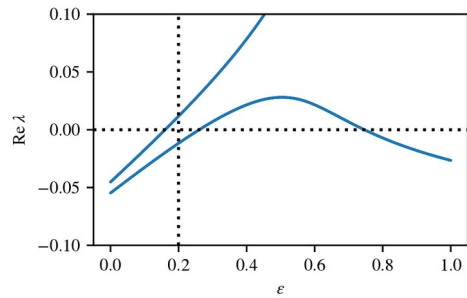
Выявлен механизм возникновения скрытых колебаний в системе осциллятора ван дер Поля с нагрузкой в виде пассивного контура при изменении параметра, отвечающего за поступление энергии в систему. В четырёхмерном фазовом пространстве такой системы неподвижная точка при этом последовательно превращается из устойчивого фокуса в седловой, а затем в неустойчивый фокус. Это сопровождается рождением устойчивого, а затем неустойчивого предельных циклов, соответственно. Затем неустойчивый цикл стабилизируется и становится скрытым аттрактором системы. В отличие от первого, самовозбуждающегося, выход на этот аттрактор невозможен из окрестности состояния равновесия. Поэтому его невозможно обнаружить в эксперименте, если не предпринять специальных поисковых усилий, перебирая начальные условия вдали от неподвижной точки. При этом достаточно сильный случайный толчок вызвать переключение на скрытый режим с нежелательными последствиями для функционирования реальных систем. Выявленные закономерности имеют достаточно общий характер, так как получены на примере канонических моделей, к которым сводятся многие натурные системы. Поэтому этот результат может быть использован при проектировании радиофизических генераторов для выявления и исключения паразитных скрытых колебательных режимов.

*Лаборатория СФ-7 СФИРЭ, Госзадание ИРЭ РАН, НИИР «Союз 3».*

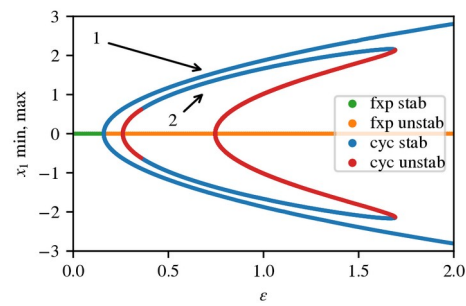
1. Тучин А. А., Купцова А. В., Купцов П. В. Скрытые колебания и бистабильность в системе осциллятора Ван дер Поля с пассивной нагрузкой // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2025. № 1. С. 31–55. DOI: 10.21638/11701/srbu35.2025.103 (Белый список — уровень 3, Q3, Перечень ВАК — К-3)

$$\ddot{x}_1 - (\epsilon - x_1^2) \dot{x}_1 + \omega_1^2 x_1 = \gamma (x_2 - x_1), \ddot{x}_2 + 2\beta \dot{x}_2 + \omega_2^2 x_2 = \gamma (x_1 - x_2)$$

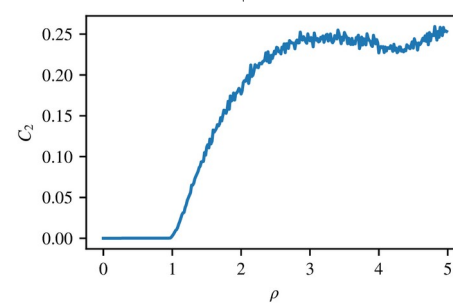
Вещественная часть к.с. пар  
собственных чисел



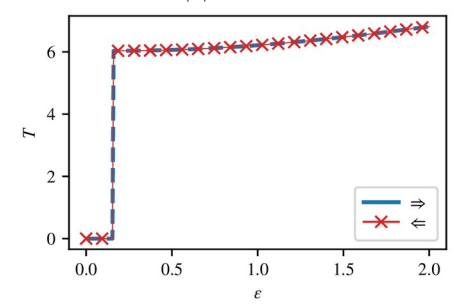
Бифуркационная диаграмма



Вероятность выхода на скры-  
тый цикл 2



Период цикла при счёте с на-  
следованием



### 3. О проблеме хаоса с дополнительными нулевыми показателями Ляпунова

Рассмотрена проблема разновидностей хаоса, обусловленных возможностью дополнительных нулевых показателей Ляпунова. Опубликован аналитический обзор по данной тематике, включающий описание характерных особенностей и механизмов такой динамики. Представлены примеры из разных областей: радиофизики и электроники, динамики жидкости и механики. Обзор дополнен оригинальными результатами. Обнаружены квазипериодические версии (двух- и трёхчастотные) универсальных бифуркационных структур, известных как креветки (shrimps), погруженных в область хаоса с разным числом дополнительных нулевых показателей. На примере генератора Кислова-Дмитриева, связанного с ансамблем генераторов ван дер Поля, проиллюстрирована возможность не только хаоса, но и гиперхаоса с несколькими нулевыми показателями. Полученные результаты обогащают фундаментальные представления о нелинейных феноменах, отвечающих возможным разновидностям хаоса. В прикладных целях они могут быть использованы для реализации новых режимов радиофизических генераторов.

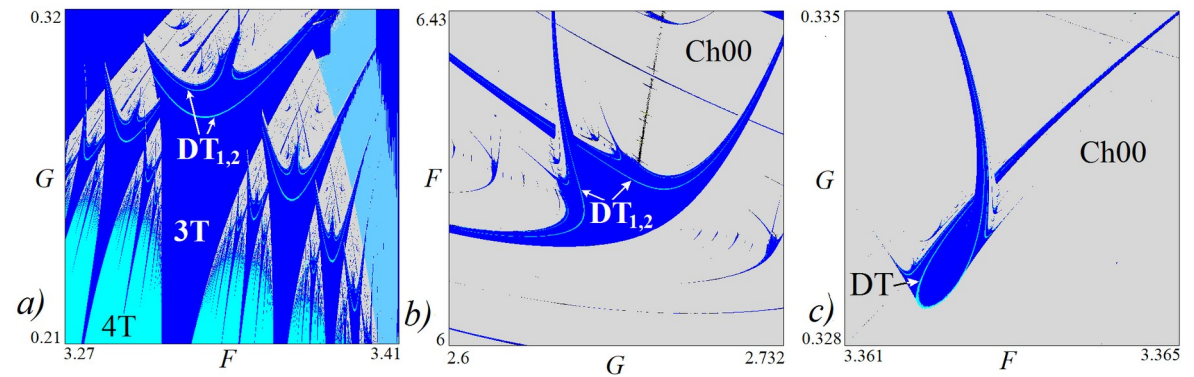
*Лаборатория СФ-7 СФИРЭ, Госзадание ИРЭ РАН, НИИР «Союз 3».*

1. Kuznetsov A.P., Sataev I.R., Stankevich N.V., Turukina L.V. On chaos with additional Lyapunov zero exponents and related effects. Overview and illustrations // Chaos. 2025. V. 35. No. 6. P. 062101. DOI: 10.1063/5.0273932. (Белый список – уровень 1, WoS Q1).

3. Кузнецов А. П., Тюрюкина Л. В. Связанные хаотический генератор и многочастотная квазипериодическая система // Письма в ЖТФ. 2025. Т. 51. №. 8. С. 45-49. DOI: 10.61011/PJTF.2025.08.60163.20030. (Белый список — уровень 1, WoS, Scopus, Q3).

3. Кузнецов А.П., Тюрюкина Л. В. О взаимодействии системы с многочастотными колебаниями с хаотическим генератором // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2025. Т. 33. №. 6. DOI: 10.18500/0869-6632-003172. (Белый список — уровень 2, WoS, Scopus).

Трехчастотные криветки на плоскости параметров для модельного отображения на основе климатической модели Лоренц-84. *a)* Встроенные в квазипериодические аналоги языков Арнольда *b,c)* Криветки двух «базовых» разновидностей, встроенные в хаос с дополнительными нулевыми показателями Ляпунова. **DT** – линии удвоения торов.



**3T** трехчастотный режим  
**4T** четырехчастотный режим

**Ch0** хаос с дополнительным нулевым показателем Ляпунова  
**Ch00** хаос с двумя дополнительными нулевыми показателями Ляпунова

#### 4. Синхронизация и резонансы в системе с каскадом квазипериодических бифуркаций по Ландау-Хопфу

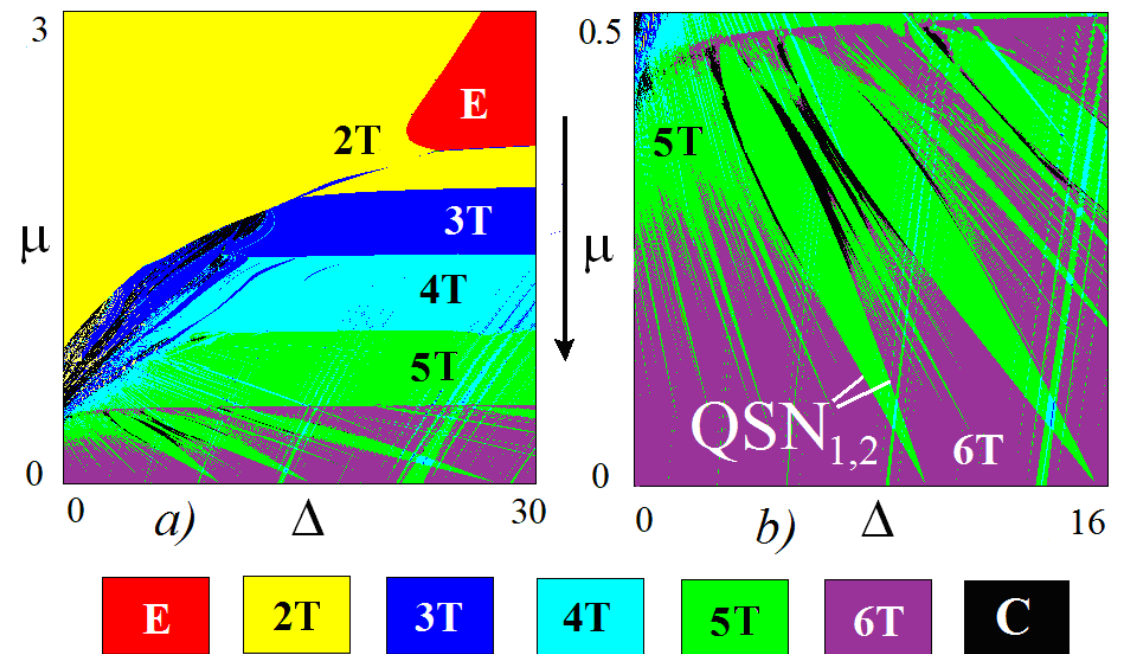
Рассмотрен ансамбль дискретных осцилляторов ван дер Поля, демонстрирующий каскад нескольких бифуркаций по сценарию Ландау-Хопфа. Обсуждается возможное разрушение этого сценария за счёт возникновения резонансов. Для усиления резонансных свойств системы учтена неизохронность колебаний за счёт введения нелинейности по аналогии с осциллятором Дуффинга. Показано, что резонансные языки по типу языков Арнольда возникают преимущественно в области с наибольшим числом несоизмеримых частот. При увеличении частотной расстройки осцилляторов общая картина трансформации режимов по Ландау-Хопфу восстанавливается. Однако квазипериодическая бифуркация Хопфа в каскаде может замениться на седло-узловую бифуркацию тора в узкой окрестности точки бифуркации. Наблюдаются также узкие области резонансов на базе торов разной размерности, причём на резонансных торах могут возникать также и вторичные резонансы. Полученные результаты носят фундаментальный характер и могут быть положены в основу прикладных разработок по созданию радиофизических генераторов.

*Лаборатория СФ-7 СФИРЭ, Госзадание ИРЭ РАН, НИИР «Союз 3».*

1. Кузнецов А.П., Седова Ю.В. Квазипериодические резонансы и сценарий Ландау-Хопфа // Журнал технической физики. 2025. Т. 95. №. 11. С. 2080. DOI: 10.61011/JTF.2025.11.61590.46-25 (Белый список — уровень 1, WoS, Scopus, Q4).



а) Карта Ляпуновских показателей ансамбля пяти дискретных осцилляторов ван де Поля – Дуффинга на плоскости частотная расстройка – величина связи  $(\Delta, \mu)$ . Стрелкой отмечено движение, отвечающее каскаду Ландау-Хопфа рождения режимов **NT** с возрастающим числом несоизмеримых частот **N**. б) Увеличенный фрагмент, демонстрирующий резонансные пятичастотные языки в шестичастотной области и хаос **C** при их перекрытии.

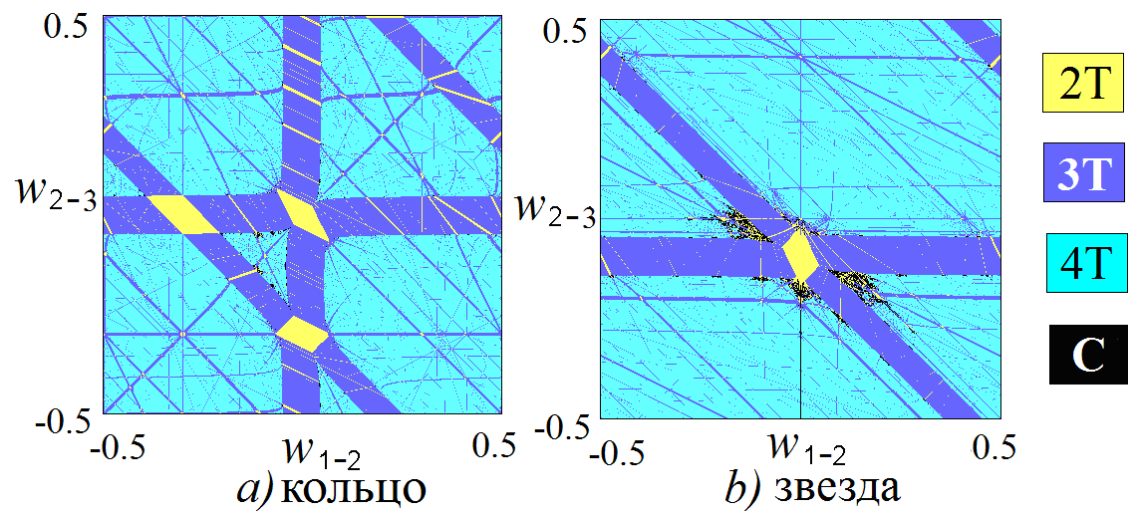


## 5. Ансамбли дискретных фазовых осцилляторов

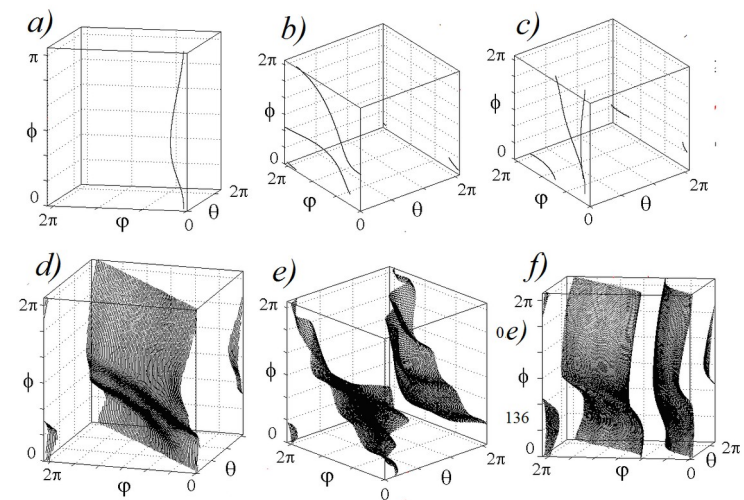
Исследованы ансамбли четырех фазовых осцилляторов в виде дискретной модели Курамото. Рассмотрение проведено с помощью трехмерных отображений для относительных фаз осцилляторов. Изучены и сопоставлены случаи связи в цепочку, кольцо и звезду. Выявлены периодические режимы, квазипериодические режимы с разным числом несоизмеримых частот и хаоса. Для случаев разной топологии связи обсуждение проведено с учетом возможных резонансов, которые являются разными для разной топологии связи за счет разного числа соседей в ансамбле. Наблюдаемые режимы иллюстрируются с помощью фазовых портретов, включая случаи различных квазипериодических резонансов с разным числом несоизмеримых частот. Полученные результаты демонстрируют фундаментальный характер такого феномена, как резонная паутина Арнольда и могут быть использованы в прикладных целях при выборе режимов колебаний связанных радиofизических генераторов.

*Лаборатория СФ-7 СФИРЭ, Госзадание ИРЭ РАН, НИР «Союз 3».*

1. Кузнецов А.П., Седова Ю.В. Ансамбли четырех дискретных фазовых осцилляторов // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика. 2025. Т. 25. №. 2. С. 134-146. DOI: 10.18500/1817-3020-2025-25-2-134-146 (Белый список — уровень 2, Scopus Q4).



Резонансная паутина Арнольда на базе четырехчастотных режимов 4Т для кольца осцилляторов (a) и звезды (b) на плоскости частотных расстроек первый-второй и второй-третий осцилляторы. Наблюдаются полосы трехчастотных резонансных режимов 3Т, когда захвачены пары осцилляторов и двухчастотные острова 2Т, когда захвачены тройки осцилляторов.



Примеры фазовых портретов различных синхронных двухчастотных (a,b,c) и трехчастотных (d,e,f) режимов.

## 6. Экстремально мультистабильные состояния в системе бильярдного типа и приложения их для телекоммуникации

Предложена и исследована приближенная бильярдная модель волновода с гофрированной колеблющейся границей, представляющая собой однонаправленно связанные консервативное и диссипативное отображения. Показано, что модель демонстрирует экстремальную мультистабильность — наличие бесконечного несчётного числа притягивающих инвариантных множеств. В этом континууме состояний присутствует подмножество сосуществующих хаотических аттракторов, что подтверждается положительными показателями Ляпунова для широкого диапазона начальных условий. Наличие таких структур в фазовом пространстве называется экстремальной мультистабильностью. Такие системы могут быть использованы для разработки коммуникационных устройств, в которых для усиления защиты от несанкционированного доступа применяется динамическое переключение между сосуществующими в фазовом пространстве состояниями системы.

*Лаборатория СФ-7 СФИРЭ, Госзадание ИРЭ РАН, НИИР «Союз 3».*

1. Любченко Д.О., Исаева О.Б. , Савин А.В. Синхронизация и коммуникация гамильтоново управляемых отображений с экстремальной мультистабильностью // В сборнике: Нелинейные дни в Саратове для молодых - 2025. Материалы XXXI Всероссийской научной конференции. Саратов, 2025. С. 23-24.
2. Любченко Д.О. Сложные динамические режимы, отвечающие концепции грубости и концепции хрупкости, в приложении для средств коммуникации / Диссертационная работа на соискание учёной степени к.ф.-м.н., 2025.

Серия мультистабильно сосуществующих инвариантных множеств (*a*) в фазовом пространстве модели волновода с колеблющейся гофрированной границей и график зависимости ляпуновского показателя от начальных условий (*б*).

