

СТРАННЫЕ НЕХАОТИЧЕСКИЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ

А.Ю. Жалнин¹, С.П. Кузнецов^{1,2}¹Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН²Удмуртский государственный университет, Ижевск

E-mail: jalnine@rambler.ru

Странный нехаотический аттрактор (СНА) – фундаментальный тип аттрактора динамических систем, сочетающий противоречивые свойства порядка и хаоса. Он обладает негладкой, фрактало-подобной геометрической структурой, при отсутствии экспоненциальной неустойчивости траекторий и положительного показателя Ляпунова. СНА введены в рассмотрение в 1984 году [1] и с тех пор широко изучались применительно к нелинейным системам, динамика которых совершается в присутствии квазипериодического воздействия. В то же время, попытки наблюдать странные нехаотические автоколебания, где составляющие с несоизмеримыми частотами были бы обязаны своим появлением не внешнему воздействию, а генерировались в самой системе натуральным образом, успешными не были [2,3]. Таким образом, вопрос о существовании странных нехаотических автоколебаний до сих пор остаётся открытым.

В настоящей работе рассматривается пример автоколебательной диссипативной системы механической природы, в которой странные нехаотические автоколебания реализуются благодаря приложенному к одному из элементов постоянному во времени моменту сил, т.е. внешнее воздействие не является колебательным, а появление составляющих движения с несоизмеримыми частотами обусловлено иррациональным соотношением размеров вовлеченных в движение вращающихся элементов. Модельная система представляет собой три установленных в вертикальной плоскости диска (1,2,3), из которых диски 1 и 3 соосны и испытывают взаимное вязкое трение, пропорциональное относительной угловой скорости, а диск 2 соединен с диском 1 посредством фрикционной передачи вращения без проскальзывания. Кроме того, диск 1 испытывает вязкое трение при вращении, пропорциональное его угловой скорости. Движение системы обеспечивается постоянным, не изменяющимся во времени моментом силы, приложенным к диску 1.

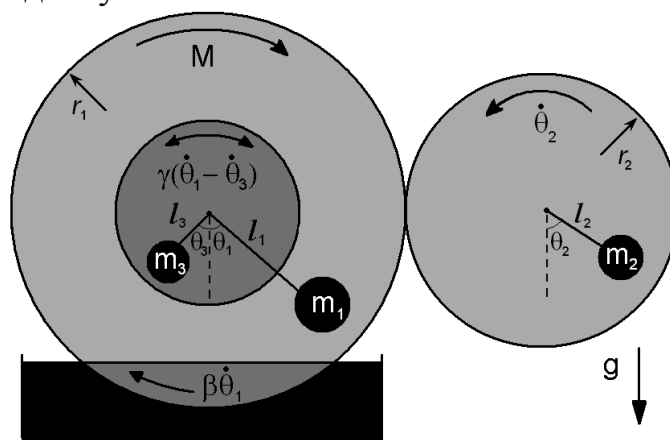


Рис. 1. Схематическое изображение механической системы, в которой возможна реализация СНА.

Описывающая динамику модели система ОДУ, выведенных на основе

уравнений Лагранжа и Релея, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= \omega, \\ \dot{\omega} &= -\sin \theta - \lambda_2 \sin(\rho\theta + u) - \lambda_3 \sin \varphi - \beta\omega + M, \\ \dot{\varphi} &= -\lambda_3 \gamma^{-1} \sin \varphi + \omega.\end{aligned}\quad (1)$$

где $\theta = \theta_1$, $\varphi = \theta_3$. На Рис.2 представлены примеры аттракторов системы при значениях параметров $\lambda_3 = 1$; $\beta = 1$; $\gamma = 1$, $\rho = (\sqrt{5} + 1)/2$, $\lambda_2 = 0.8$.

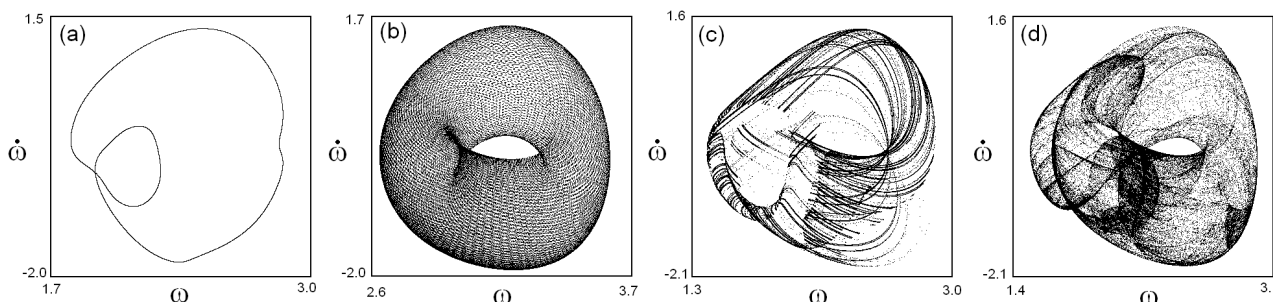


Рис.2. Портреты аттракторов в проекции на плоскость в сечении Пуанкаре $\theta \pmod{2\pi} = 0$: (a) $M=2.3$ – двумерный тор, которому в сечении отвечает замкнутая инвариантная кривая; (b) $M=3.0$ – трехмерный тор; (c) $M=2.1$ – СНА; (d) $M=2.2$ – хаос.

Показано, что, при выходе системы из устойчивого равновесия, в ней могут реализовываться режимы двух- и трехчастотных квазипериодических, хаотических, а также странных нехаотических колебательно-вращательных движений. Выводы работы подтверждаются результатами численного анализа: расчета Ляпуновских показателей, спектров мощности, фрактальных размерностей и показателей фазовой чувствительности. В частности, показано, что СНА характеризуется нулевым старшим ляпуновским показателем (и отрицательными остальными), положительным показателем фазовой чувствительности, близкой к “2” емкостной размерностью и сингулярно-непрерывным спектром мощности. Таким образом, новый феномен, квалифицируемый как странные нехаотические автоколебания, представляет в новом свете вопрос о реализуемости СНА в автономных системах.

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект № 15-12-20035) в части построения и теоретического анализа механической системы (С.П. Кузнецов) и при поддержке РФФИ (проект № 16-02-00135) в части численных характеристик странных аттракторов и анализа пространства параметров модели (А.Ю. Жалнин).

Библиографический список

1. Grebogi C., Ott E., Pelikan S., Yorke J.A. // Physica D. 1984. Vol.13. No.1-2. P.261.
2. Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Sosnovtseva O. // Phys. Rev. E. 1996. Vol.54. No.4. P. 3231.
3. Pikovsky A.S., Feudel U. // Phys. Rev. E. 1997. Vol.56. No.6. P.7320.